Введение

Актуальность исследования. Современные перспективные подходы к организации системы школьного образования, в том числе и математического образования, определяются прежде всего отказом от единообразной, унитарной средней школы. Направляющими векторами этого подхода являются гуманизация и гуманитаризация школьного образования.

Гуманитаризация школьного математического образования реализуется как гуманитарная ориентация обучения математике. Гуманитарная ориентация является одним из основополагающих принципов новой концепции и выражается, условно говоря, тезисом «не ученик для математики, а математика для ученика», означающего постановку акцента на личность, на человека.

Этим определяется переход от принципа «вся математика для всех» к внимательному учету индивидуальных параметров личности - для чего конкретному ученику нужна и будет нужна в дальнейшем математика, в каких пределах и на каком уровне он хочет и может ее освоить. Иначе говоря, переход к конструированию курса «математики для всех», или, более точно, «математики для каждого».

Одной из основных целей учебного предмета «Математика» как компоненты общего среднего образования является формирование и развитие мышления человека, прежде всего абстрактного мышления, способности к абстрагированию и умения «работать» с абстрактными, «неосязаемыми» объектами. В процессе изучения математики формируются и важнейшие качества личности. В частности, в наиболее чистом виде может быть сформировано логическое (дедуктивное) мышление, алгоритмическое мышление, многие качества мышления - такие, как сила и гибкость, конструктивность и критичность и т.д.

Поэтому в качестве основополагающего принципа концепции школьного образования в аспекте «математики для каждого» на первый план выдвинут принцип приоритета развивающей функции в обучении математике. Иными словами, обучение математике ориентировано не столько на собственно математическое образование, в узком смысле слова» сколько на формирование личности с помощью математики.

В соответствии с этим принципом главной задачей обучения математике становится не изучение основ математической науки, как таковой, а общеинтеллектуальное, общекультурное развитие - формирование у учащихся в процессе изучения математики качеств мышления и качеств личности, необходимых для полноценного функционирования человека в современном обществе, для динамичной адаптации его к этому обществу.

Формирование условий для индивидуальной деятельности человека, основывающейся на приобретенных конкретных математических знаниях, для познания и осознания им окружающего мира средствами математики остается, естественно, столь же существенной компонентой школьного математического образования. С точки зрения приоритета развивающей функции конкретные математические знания в «математике для каждого» рассматриваются не столько как цель обучения, сколько как база организации полноценной интеллектуальной деятельности учащихся. Именно эта деятельность, как правило, оказывается более значимой для формирования личности учащегося и уровня его развития, чем те конкретные математические знания, которые послужили ее базой.

Знакомство с множествами и операциями над ними имеет важное значение для дальнейшего изучения многих вопросов школьной программы по математике и вместе с тем способствует интенсивному развитию мыслительных операций и речи учащихся: дети постоянно должны сравнивать объекты, выявлять в них сходство и различие, классифицировать, строить обобщения, выражать в речи и обосновывать наблюдаемые свойства и отношения.

Объект исследования: процесс обучения математике в начальной школе.

Предмет исследования: изучение элементов теории множеств в начальном курсе математики «Школа 2000...».

Решение данной проблемы определило цель исследования: рассмотреть теоретические основы обучения элементов теории множеств в начальном курсе математики «Школа 2000...».

В соответствии с целью исследования были поставлены следующие задачи:

- выявить теоретические основы изучения элементов теории множеств в начальных классах;

- изучить специфику программы по математике «Школа 2000...»;

- выявить уровень сформированности теоретико-множественных знаний и умений младших школьников, обучающихся по программе «Школа 2000...»;

- разработать методические рекомендации по изучению элементов теории множеств в программе по математике «Школа 2000...».

Гипотеза: если разработать методические рекомендации по особенностям обучения элементам теории множеств младших школьников в начальном курсе математики «Школа2000...» и использовать их в процессе обучения математике учащихся начальной школы, то это позволит повысить эффективность обучения элементам теории множеств младших школьников.

В ходе исследования были использованы следующие методы: анализ психолого-педагогической литературы по проблеме исследования, наблюдения за работой учащихся и учителей, анализ работ.

Практическая значимость заключается в разработке методических рекомендаций по организации знакомства младших школьников с элементами теории множеств.

1. Теоретические основы обучения математике в развивающей программе «Школа 2000…»

1.1 Множества и операции над ними

Понятие множества является одним из основных понятий математики и поэтому не определяется через другие. Его поясняют на примерах. Так, можно говорить о множестве букв в некотором слове, о множестве однозначных чисел.

Объекты, из которых образуется множество, называют его элементами.

В математике изучают не только те или иные множества, но и связи, отношения между ними.

Если множества А и В имеют общие элементы, т.е. элементы принадлежащие одновременно А и В, то говорят, что эти множества пересекаются. Если множества не имеют общих элементов, то говорят, что они не пересекаются.

Если каждый элемент множества В является элементом множества А, то говорят, что В – подмножество А, и пишется В⊂ А.

Множество В называется подмножеством множества А, если каждый элемент множества В является также элементом множества А. пустое множество является подмножеством любого множества (∅ ⊂ А). любое множество является подмножеством самого себя (А ⊂ А).

Продолжим рассмотрение отношений между множествами. Если каждый элемент множества В является элементом множества А и, наоборот, каждый элемент множества А является элементом множества В, то говорят, что множества А и В равны, и пишут: А=В.

Множества А и В называются равными, если А ⊂ В и В ⊂ А.

Из определения равных множеств вытекает, что равные множества состоят из одних и тех же элементов и порядок записи элементов множества не существен.

Все пустые множества равны.

Отношения между множествами наглядно можно представить с помощью кругов Эйлера. В том случае, если множества А и В имеют общие элементы, но не одно из них не является подмножеством другого, их изображают так, как это показано на рисунке 1.

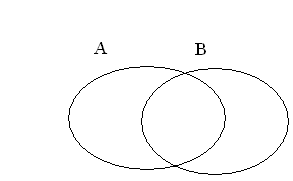
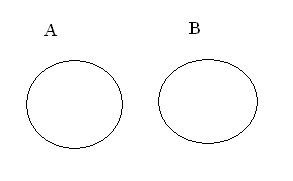


рисунок 1.

Непересекающиеся множества А и В представляют при помощи двух кругов, не имеющих общих точек (рис.2).

рисунок 2.



Если множество В является подмножеством А, то круг, изображающий множество В, целиком помещается в круг, изображающий множество А (рис.3).

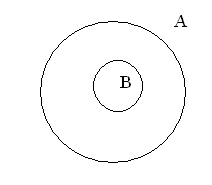


рисунок 3.

Равные множества представляют в виде одного круга (рис.4).

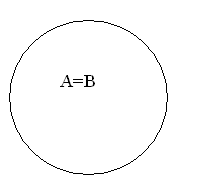


рисунок 4.

В математике часто приходится решать задачи, которые связаны с нахождением общих элементов двух или более совокупностей или с объединением нескольких совокупностей в одну. Обобщением таких ситуаций являются операции пересечения и объединения множеств.

Пересечением множеств А и В называется множество, состоящее из тех или только этих элементов, которые принадлежат как множеству А, так и множеству В.

Пересечение любых множеств А и В всегда существует и оно единственно.

Если представить множества А и В при помощи кругов Эйлера, то пересечение данных множеств изобразится закрашенной областью (рис.5).

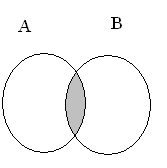


рисунок 5.

В том случае, когда множества А и В не имеют общих элементов, то говорят, что их пересечение пусто и пишут: А ∩ В = ∅.

Операция, при помощи которой находят пересечение множеств, называется так же пересечением.

Объединением множеств А и В называется множество, состоящее из тех и только тех элементов, которые принадлежат хотя бы одному из множеств Аи В.

Объединение любых множеств А и В всегда существует, и оно единственно.

Объединение множеств А и В обозначают: А ∪ В.

Если представить множества А и В при помощи кругов Эйлера, то объединение данных множеств изобразится закрашенной областью (рис.6).

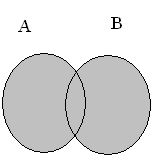


рисунок 6.

Операция, при помощи которой находят объединение множеств, называется также объединением.

Операции пересечения и объединения множеств подчиняются ряду законов. В частности они коммутативны, т.е. А ∩ В = В ∩ А и А ∪ В = В ∪ А для любых множеств А и В.

Ассоциативны, т.е. (А ∩ В) ∩ С = А ∩ (В ∩ С) и (А ∪ В) ∪ С = А ∪ (В ∪ С) для любых множеств А, В и С.

Разностью множеств А и В называется множество, содержащее те и только те элементы, которые принадлежат множеству А и не принадлежат множеству В.

Разность любых двух множеств А и В всегда существует и единственна.

Разность множеств А и В обозначают А\В.

Если представить множество А и В при помощи кругов Эйлера, то разность данных множеств изобразиться закрашенной областью. (рис. 7).



рисунок 7.

Операция, при помощи которой находят разность множеств, называется вычитанием.

В практической деятельности, и в частности в школьной, приходится выполнять вычитание множеств А и В в случае, когда одно из них является подмножеством другого. Тогда разность множеств А и В будет представлять закрашенной областью (рис.8). Эту разность называют дополнением множества В до множества А.

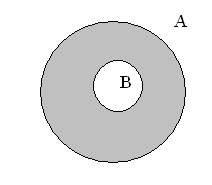


рисунок 8.

Дополнение множества В до множества А (В ⊂ А) обозначают В'А.

1.2 Особенности развивающей программы «Школа 2000…»

Программа по математике для начальной школы 1-4 «Учись учиться» является частью единого непрерывного курса математики для дошкольной подготовки, начальной и средней школы образовательной программы «Школа 2000…». Курс математики для начальной школы в данной программе является, с одной стороны, непосредственным продолжением курса математического развития дошкольников «Ступеньки», а с другой – этапом, обеспечивающим непрерывность математической подготовки учащихся начальной школы при переходе их в среднюю школу.

Главной целью программы «Школа 2000…» является всестороннее развитие ребенка, формирование у него способностей к самоизменению и саморазвитию, картины мира и нравственных качеств, создающих условия для успешного вхождения в культуру и созидательную жизнь общества, самоопределению и самореализации личности. [26, 8].

Эта цель реализуется в соответствии с этапами познания и возрастными особенностями развития детей в системе непрерывного образования.

Учебно-воспитательный процесс в начальной школе по программе «Учись учиться» строится в соответствии с целями современного образования, основными характеристиками второго допонятийного этапа процесса познания (этапа первичной систематизации результатов предметных действий) и возрастной периодизацией психологического развития детей Д.Б.Эльконина.

В начальной школе происходит ситематизация познавательного опыта, накопленного детьми на дошкольной ступени, оформление мыслительных образов основных понятий и способов действий на основе выделения существенного в реальных объектах. Здесь же начинает системно формироваться опыт и понимание смысла учебной деятельности, в ходе которой дети учатся самостоятельно добывать знания, ставить перед собой цель, обдумывать и планировать свои действия, получать результат, осуществлять самоконтроль и самооценку. Они учатся делать выбор, работать в команде, аргументировать и согласовывать свои действия, при необходимости корректировать их… Другими словами, они «учатся учиться».

Согласование действий в ходе коллективной деятельности эффективно лишь тогда, когда каждый ее участник владеет правилами коммуникации (Г.П. Щедровицкий): может четко изложить и обосновать свою позицию (то есть выступить в позиции автора), умеет соотносить свои действия с принятыми договоренностями (позиция критика), способен выслушать и адекватно воспринять позицию другого (позиция понимающего). Поэтому формирование представлений о коммуникативном взаимодействии в ходе учебной деятельности в позициях автора, критика и понимающего является одной из приоритетных задач начального образования.

Начальная школа- важный этап становления личности ребенка. Формирование личностных качеств детей начинается с создания в классе атмосферы доброжелательности, такой образовательной среды, в которой обеспечивается потребность ребенка в «общении, любви и принадлежности». Ежедневно проживая оформленный в культуре процесс учения в его целостности, личностная установка ученика постепенно переакцентируется с первичной культурной нормы поведения – ориентировки на положительный совместный результат деятельности – к следующему уровню – ориентировке на процесс учения. У детей начинает формироваться неравнодушное отношение к своему делу, целеустремленность, трудолюбие, ценность «признания и уважения» в их главной «работе» - учебной деятельности. Задача учителя на данном этапе – «заменить» сильные стороны и уникальные особенности каждого ребенка, помочь ему приобрести первый позитивный опыт самостоятельного учебного действия, адекватной самооценки и самоизменения.

Приходя в школу, ребенок-первоклассник вливается в коллектив класса, который становится сферой его общения, самоутверждения и самореализации. Здесь он может выразить свою индивидуальность, приобрести помощь, поддержку и дружеское понимание, сопоставить личностную самооценку с тем, как его оценивают другие.

В соответствии с этапами развития коллектива (О.С. Анисимов) у ученика начальной школы важно сформировать ценность внесения максимального личного вклада в коллективную деятельность в ходе совместного решения учебной задачи.

В начальной школе начинается формирование системы знаний детей об окружающем мире. В отличие от дошкольной подготовке, где дети приобретают опыт наблюдения явлений и фиксирования их в языке, в начальной школе под руководством учителя они строят язык науки для объяснений причин этих явлений.

В программе по математике для начальной школы «Учись учиться» дети выделяют на уровне эмпирического обобщения основные математические понятия, такие, как число, величина, порядок, операция, фигура и др., исследуют свойства этих понятий и определяют их связь между ними. Здесь же они приобретают первый опыт самостоятельной теоретической деятельности, применяя, например, свойства сложения для упрощения вычисления.

Отбор содержания и последовательность изучения основных математических понятий осуществлялись в программе «Учись учиться» на основе системного подхода. Построенная Н.Я. Виленкиным и его учениками многоуровневая система начальных математических понятий (СНМП, 1980) позволила установить порядок введение в школьном математическом образовании фундаментальных понятий, обеспечивающих преемственные связи между ними и непрерывное развитие всех содержательно-методических линий курса математики 0-9.

Итак, целевые требования программы по математике для начальной школы «Учись учиться» могут быть определены следующим образом.

Деятельностные цели:

Развитие познавательных процессов и мыслительных операций.

Формирование представлений о коммуникативном взаимодействии и приобретение опыта коммуникации в позициях «автора», «понимающего» и «критика».

Формирования представлений о целях и функциях учения и приобретение опыта самостоятельной учебной деятельности под руководством учителя.

Воспитательные цели:

Формирование системы ценностей направленной на максимальную личную эффективность в коллективной деятельности.

Содержательные цели:

Формирование на основе системного подхода математических представлений, адекватных второму допонятийному этапу познания [26, 10].

Принципы построения содержания курса математике начальной школы «Учусь учиться»

Отбор содержания курса математики начальной школы в программе «Учусь учиться» осуществлялся в соответствии с требованиями, которые накладывает на учебное содержание дидактическая система деятельностного метода. Так, технология и система дидактических принципов деятельностного метода требуют, чтобы учебное содержание соответствовало сущности исторического процесса формирование науки, строилось в виде содержательных линий без повторений, обеспечивало связь с системой наук и с жизнью, предоставляло учащимся возможность выбора заданий всех уровней, соответствовало психофизиологическим особенностям развития детей, создавало условия для развития их творческих способностей и др.

Использование дидактической системы деятельностного метода создает условия для самостоятельного построения детьми нового знания в процессе прохождения ими всех трех этапов математического моделирования. Ими являются:

Этап математизации действительности, то есть построение математической модели некоторого фрагмента действительности;

Этап изучения математической модели, то есть построения математической теории, описывающей свойства построенной модели;

Этап приложения полученных результатов к реальному миру.

В практике нередко первый и третий этапы опускают, считая, что задачей школьного курса математики является лишь усвоение математических теорий, а возникновении математических понятий и их практическом приложении речь, как правило, не идет. В результате учащиеся плохо осознают практическую значимость математической науки и ее место в системе наук. Их деятельность на уроках математики становится формальной, теряет личностный смысл.

Математическое моделирование объектов и процессов реальной жизни позволяет учащимся не только овладеть основными методами математической деятельности, но и создать интересную, содержательную и значимую с позиций общих представлений об окружающем мире систему математических понятий.

Анализ системы начальных математических понятий, проведенный Н.Я. Виленкиным (1980), показал, что существенную роль при формировании учебных программ по математике играет выбор порядка введения фундаментальных понятий. При этом один из основных вопросов, который должен быть решен при построения школьного курса математики, является вопрос о роли и соотношении в нем понятий множества и величины. Оба этих понятия составляют генетическую основу для формирования понятия числа. Природа числа двойственна: за натуральными числами стоят конечные множества, а за положительными действительными числами – скалярные величины. Несмотря на двойственную природу, натуральные и действительные числа теснейшим образом взаимосвязаны: в их основе лежит одна и та же математическая структура.

Указанный параллелизм дает руководство, как следует поставить изучение системы математических понятий в школе: в начальном курсе математики понятия множества и величины должны развиваться параллельно, причем наглядно очевидные свойства операций над множествами и величинами должны находить отражение друг в друге. А числа (с одной стороны, натуральные, а с другой - положительные действительные) увенчивают возводимое здание, давая язык, необходимый для обсуждения и, главным образом, применения изученных свойств.

Именно такой подход обеспечит успешное приложение полученных математических знаний к решению практических задач. Иначе говоря, лишь синтез теоретико-множественного подхода к начальному курсу математики с изучением скалярных величин и их свойств может привести к правильному формированию математических понятий у школьников.

1.3 Обучение математике в условиях программы «Школа 2000…»

Цели обучения математике в программе «Учись учиться» решаются в процессе построения учащимися начальной школы системы основных математических понятий, обеспечивающих преемственные связи с дошкольной подготовкой и курсом математики средней школы по всем содержательно-методическим линиям.

Основой организации учебного процесса в программе «Учись учиться» является дидактическая система деятельностного метода обучения «Школа 2000…», которая может использоваться на двух уровнях: базовом и технологическом.

Базовый уровень технологии деятельностного метода предполагает следующую структуру уроков введения нового знания:

мотивация к учебной деятельности;

актуализация знаний;

проблемное объяснение нового знания;

первичное закрепление во внешней речи;

самостоятельная работа с самопроверкой (внутренняя речь);

включение нового знания в систему знаний и повторение;

итог урока.

Цель этапа мотивации состоит в организации осознанного вхождения учащихся в пространство учебной деятельности на уроке, определение целей и содержательных рамок урока.

Цель этапа актуализации знаний – подготовка мышления детей, воспроизведение учебного содержания, необходимого и достаточного для восприятия ими нового материала, и указание ситуации, демонстрирующей недостаточность имеющихся знаний.

На этапе проблемного объяснения нового знания внимание детей обращается на отличительное свойство задания, вызвавшего затруднение, формулируется цель и тема урока, организуется подводящий диалог, направленный на построение и осмысление нового знания, которое фиксируется вербально, знаково и с помощью схем.

На этапе первичного закрепления во внешней речи изученное содержание закрепляется и фиксируется во внешней речи.

Цель этапа самостоятельной работы с самопроверкой – организация обратной связи и самоконтроля усвоения нового учебного содержания и одновременно интериоризация нового знания.

Цель этапа включения нового знания в систему знаний и повторения – определение границ применимости нового знания, тренировка навыков его использования совместно с ранее изученным материалом и повторение содержания, которое потребуется на следующих уроках.

При подведении итога урока фиксируется новое знание, изученное на уроке, его значимость, организуется самооценка и согласование домашнего задания.

Описанная структура урока систематизирует инновационный опыт российской школы по активизации деятельности учащихся, поэтому в ней себя может увидеть любой учитель, его личностный опыт «впишется» в данную структуру. Вместе с тем использование данного варианта приносит достаточно быстрый видимый результат – положительную динамику в уровне усвоения детьми знаний, развитие их мышления, речи, познавательного интереса.

Образовательная среда в практическом преподавании при реализации базового уровня технологии деятельностного метода организуется в соответствии со следующей системой дидактических принципов:

Принцип активизации деятельности учащихся – заключается в том, что ученик вовлекается в процесс изложения учителем нового знания с помощью приемов проблемного объяснения (подводящий диалог, побуждающий диалог, эвристическая беседа и др.).

Принцип непрерывности – означает преемственность между всеми ступенями и этапами обучения на уровне технологии, содержания и методик с учетом возрастных и психологических особенностей развития детей.

Принцип целостности – предполагает формирование у учащихся обобщенного системного представления о мире (природе, обществе, самом себе, социокультурном мире и мире деятельности, о роли и месте каждой науки в системе наук).

Принцип минимакса – заключается в следующем: школа должна предложить ученику возможность освоения содержания образования на максимальном уровне (определяемом зоной ближайшего развития возрастной группы) и обеспечить при этом его усвоение на уровне социально безопасного минимума (государственного стандарта знаний, умений, способностей).

Принцип психологической комфортности – предполагает снятие всех стрессообразующих факторов учебного процесса, создание в школе и на уроках доброжелательной атмосферы, ориентированной на реализацию идей педагогике сотрудничества, развитие диалоговых форм общения.

Принцип вариативности – предполагает формирование у учащихся способностей к систематическому перебору вариантов и адекватному принятию решений в ситуациях выбора.

Принцип творчества – означает максимальную ориентацию на творческое начало в образовательном процессе, приобретение учащимся собственного опыта творческой деятельности [26, 13].

При реализации данной системы дидактических принципов особое внимание следует обратить на принцип минимакса, который обеспечивает для каждого ученика возможность продвижения вперед в собственном темпе на посильном для себя уровне трудности и является при правильном его использовании совместно с принципом психологической комфортности саморегулирующимся и здоровьесберегающим механизмом разноуровневого обучения.

Базовым уровнем технологии деятельностного метода позволяет не только существенно повысить качество усвоения знаний по математике, способствует развитию мышления и познавательных способностей учащихся, но и является одновременно ступенью перехода к технологическому уровню, открывающему новые возможности в организации учебного процесса и, соответственно, качественно более высокие результаты.

Принципиальным отличием технологического уровня от базового является системное включение учащихся в самостоятельную учебно-познавательную деятельность. Учитель не дает новое знание в готовом виде, а организует «открытие» его самими детьми. В этом творческом процессе еще ярче проявляются и развиваются не только знаниевые и психологические характеристики личности, но и деятельностные качества, во многом определяющие успешную самореализацию ученика сначала в учебе, а затем и в жизни: умение ставить перед собой цели, самостоятельно находить пути их достижения, умение планировать и организовывать свою деятельность, корректировать и адекватно оценивать ее результаты, умение вырабатывать и реализовывать согласованное решение, работать в команде, обосновывать свою позицию и понимать позицию других и многое другое.

Включение учащихся в учебную деятельность осуществляется на основе дидактической системы деятельностного метода «Школа 2000…», которая является конкретизацией для организации педагогического процесса общей теории деятельности, разработанной в российской методологической школе (Г.П. Щедровицкий, О.С. Анисимов и др.).

В дидактической системе «Школа 2000…» выделяются четыре типа уроков в зависимости от их целей:

Уроки «открытия» нового знания;

Уроки рефлексии;

Уроки общеметодологической направленности;

Уроки развивающего контроля.

Особенностью уроков «открытия» нового знания является то, что деятельностные цели обучения математике в средней школе – формирование коммуникативных и деятельностных способностей и абстрактного мышления – реализуются в процессе освоения детьми новой для них содержательной области.

На уроках рефлексии учащиеся закрепляют полученные знания и умения, доводя их до уровня автоматизированного навыка, и одновременно учатся выявлять причины своих ошибок и корректировать их.

Уроки общеметодологической направленности посвящены структурированию и систематизации изучаемого математического содержания и формированию у учащихся «умения учиться».

Целью уроков развивающего контроля является контроль и самоконтроль изученных понятий и алгоритмов, в процессе которого у учащихся формируется способность к осуществлению контрольной функции.

Таким образом, основные цели уроков выделенных типов можно сформулировать следующим образом.

Урок «открытия» нового знания.

Деятельностная цель: формирование умений реализации новых способов действий.

Содержательная цель: формирование системы математических понятий.

Урок рефлексии.

Деятельностная цель: формирование у учащихся способностей к выявлению причин затруднений и коррекции собственных действий.

Содержательная цель: закрепление и при необходимости коррекция изученных способов действий – математических понятий, алгоритмов и т.д.

Урок общеметодологической направленности.

Деятельностная цель: формирование у учащихся способностей к структурированию и систематизации изучаемого предметного содержания и способностей к учебной деятельности.

Содержательная цель: выявления теоретических основ развития содержательно-методических линий школьного курса математики и построение обобщенных норм учебной деятельности.

Урок развивающего контроля.

Деятельностная цель: формирование у учащихся способностей к осуществлению контрольной функции.

Содержательная цель: контроль и самоконтроль изученных математических понятий и алгоритмов.

Технология проведения уроков каждого типа реализует деятельностный метод обучения. Так, технология деятельностного метода для урока «открытия» нового знания включает в себя следующие шаги:

Мотивирование (самоопределение) к учебной деятельности.

Данный этап процесса обучения предполагает осознанное вхождение учащегося в пространство учебной деятельности на уроке. С этой целью на данном этапе организуется его мотивирование к учебной деятельности, а именно:

актуализируются требования к нему со стороны учебной деятельности («надо»);

создаются условия для возникновения внутренней потребности включения в учебную деятельность («хочу»);

устанавливаются тематические рамки («могу»).

В развитом варианте здесь происходят процессы адекватного самоопределения в учебной деятельности.

Актуализация и фиксирование индивидуального затруднения в пробном учебном действии.

На данном этапе организуется подготовка и мотивация учащихся к надлежащему самостоятельному выполнению пробного учебного действия, его осуществление и фиксация индивидуального затруднения.

Соответственно, данный этап предполагает:

актуализация изученных способов действий, достаточных для построения нового знания, их обобщение и знаковую фиксацию;

актуализацию соответствующих мыслительных операций и познавательных процессов;

мотивацию к проблемному учебному действию («надо» - «могу» - «хочу») и его самостоятельное осуществление;

фиксацию учащимися индивидуальных затруднений в выполнении или обосновании проблемного учебного действия и формулировку ими темы урока.

Завершение этапа связано с организацией выхода учащегося в рефлексию пробного учебного действия.

Выявление места и причины затруднения.

На данном этапе учитель организует выявление учащимися места и причины затруднения. Для этого они должны:

восстановить выполненные операции и зафиксировать (в речи и знаково) место – шаг, операцию, где возникло затруднение;

соотнести свои действия с используемым способом (алгоритмом, понятием и т.д.) и на этой основе выявить и зафиксировать в речи причину затруднения – те конкретные знания, которых недостает для решения исходной задачи и задач такого класса или типа вообще.

Построение проекта выхода из затруднения(цель и тема, способ, план, средство).

На данном этапе учащиеся в коммуникативной форме обдумывают проект будущих учебных действий: ставят цель (целью всегда является устранение возникшего затруднения), формулируют тему, выбирают способ (дополнение или уточнение), строят план достижения цели и определяют средства (алгоритмы, модели, учебник и т.д.). Этим процессом руководит учитель (подводящий диалог, побуждающий диалог, мозговой штурм и т.д.).

Реализация построенного проекта.

На данном этапе осуществляется реализация построенного проекта: обсуждаются различные варианты, предложенные учащимися, и выбирается оптимальный вариант, который фиксируется в языке вербально и знаково в форме эталона. Далее построенный способ действий используется для решения исходной задачи, вызвавшей затруднение. В завершение уточняется общий характер нового знания и фиксируется преодоление возникшего ранее затруднения.

Первичное закрепление с проговариванием во внешней речи.

На данном этапе учащиеся в форме коммуникативного взаимодействия (фронтально, в группах, в парах) решают типовые задания на новый способ действий с проговариванием алгоритма решения вслух.

Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону.

При проведении данного этапа используется индивидуальная форма работы: учащиеся самостоятельно выполняют задания нового типа и осуществляют их самопроверку, пошагово сравнивая с эталоном. В завершении организуется рефлексия хода реализации построенного проекта и контрольных процедур.

Эмоциональная направленность этапа состоит в организации для каждого ученика ситуации успеха, мотивирующей его к включению в дальнейшую познавательную деятельность.

Включение в систему знаний и повторение.

На данном этапе выявляются границы применимости нового знания, в которых новый способ действий предусматривается как промежуточный шаг.

Организуя этот этап, учитель подбирает задания, в которых тренируется использование изученного ранее материала, имеющего методическую ценность с точки зрения непрерывности развития содержания курса. Таким образом, происходит, с одной стороны, формирование навыка применения изученных способов действий, а с другой – подготовка к введению в будущем следующих тем.

Рефлексия учебной деятельности на уроке (итог урока).

На данном этапе фиксируется новое содержание, изученное на уроке, и организуется рефлексия и самооценка учениками собственной учебной деятельности. В завершение соотносятся поставленная цель и результаты, фиксируется степень их соответствия и намечаются дальнейшие цели деятельности.

Технология деятельностного метода носит интегративный характер: в ней синтезированы требования к организации учебного процесса как со стороны традиционной школы, так и со стороны новых концепций образования, разработанных ведущими российскими педагогами и психологами. Действительно при реализации шагов 1, 2, 5-9 выполняются требования со стороны объяснительно-иллюстрированного метода обучения к формированию у учащихся знаний, умений и навыков; шаги 2-8 обеспечивают системное прохождение детьми всех этапов, которые были выделены П.Я. Гальпериным как необходимые для глубокого и прочного усвоения знаний; завершение второго шага связано с созданием затруднения в деятельности, или «коллизии», являющейся, по мнению Л.В. Занкова, необходимым условием реализации задач развивающего обучения. На этапах 2-5, 7, 9 обеспечиваются требования к организации учебной деятельности, разработанные В.В. Давыдовым.

Таким образом, методологическая версия теории деятельности (Г.П. Щедровицкий, О.С. Анисимов) позволила построить структуру организации учебной деятельности учащихся, которая может использоваться в современной сфере образования в качестве синтезирующего предиката.

Содержание дидактических принципов деятельностного метода обучения при переходе к технологическому уровню не изменяется, лишь принцип активности преобразуется принципом деятельности. Суть его заключается в следующем: ученик, получаю знания не в готовом виде, а добывая их сам, осознает при этом содержание и формы своей учебной деятельности, понимает и принимает систему ее норм, активно участвует в их совершенствовании, что способствует успешному формированию его общекультурных и деятельностных способностей, общеучебных умений.

Представленная система дидактических принципов обеспечивает передачу детям учебного содержания программы по математике «Учись учиться» в соответствии с основными дидактическими требованиями традиционной школы (принципы наглядности, доступности, преемственности, активности, сознательного усвоения знаний, научности и др.). При этом в ней отражены идеи об организации развивающего обучения ведущих российских педагогов и психологов – В.В. Давыдова (принцип деятельности), Л.В. Занкова (принцип минимакса), Ш.А. Амонашвили (принцип психологической комфортности) и др.

Таким образом, разработанная дидактическая система не отвергает традиционную дидактику, а продолжает и развивает ее в направлении реализации современных образовательных целей. Одновременно она создает условия для выбора каждым ребенком индивидуальной образовательной траектории при условии гарантированного достижения им социально безопасного минимума.

Итак, дидактическая система «Школа 2000…», исходя из выявленных в методологии общих закономерностей включения ребенка в учебную деятельность:

обеспечивает возможность формирования у учащихся деятельностных способностей в достаточной полноте;

синтезирует не конфликтующие между собой идеи из новых концепций образования (П.Я. Гальперин, Л.В. Занков, В.В. Давыдов и др.) с позиций преемственности с традиционной школой.

При реализации технологии деятельностного метода в разных классах начальной школы делается акцент на различные этапы урока. На первых этапах обучения в 1 классе особое внимание уделяется этапу мотивации (1этап) и одновременно делаются первые попытки проектирования (3-4 этапы) и рефлексии собственной деятельности на уроке (9 этап). Такой выбор приоритетных этапов урока связан, прежде всего, с тем, что далеко не все ученики начальных классов проходили дошкольную подготовку в соответствии с технологией деятельностного метода обучения и имеют сформированную адекватную мотивацию к учебной деятельности. Поэтому начало обучения в школе должно компенсировать этот недостаток.

К концу 1 класса и во 2-4 классах ведущими становятся этапы фиксирования затруднения в пробном учебном действии, выявления места и причины затруднения, проектирования (завершение этапа 2, этапы 3-5) и рефлексии собственной деятельности на уроке (9 этап). Выбор этих этапов в качестве основных связан с ключевой ролью рефлексивной самоорганизации для формирования мышления, а также способностей и ценностей самоизменения и саморазвития.

Наличие акцентировок в реализации технологии деятельностного метода влечет за собой приоритетное значение отдельных дидактических принципов.

При организации деятельности учащихся 1 класса ведущим является принцип психологической комфортности, поскольку мотивация к учебной деятельности может быть достигнута только при условии ее благоприятного эмоционального сопровождения. Для учащихся 2-4 классов ведущим становится принцип деятельности, так как мотивация к учебной деятельности в это время уже в основном сформирована, и приоритетное значение для выполнения поставленных на данном этапе целей образования приобретает именно этот принцип.

1.4 Организация воспитательного процесса

В программе «Школа 2000…» реализуется гуманистический подход к воспитанию, провозглашающий как наивысшую ценность приоритет свободного развития и самореализации личности ребенка на основе идеалов любви, справедливости, добра и в гармоничном сочетании с ценностями и интересами общества. На этапе начального обучения в программе «Учись учиться» качества личности, адекватные гуманистическим идеалам, формируются в соответствии с психологическими особенностями детей данного возраста [26, 20].

Как известно, успех воспитания напрямую зависит от включения самого ребенка в формирование своей личности. Учитель не может вырабатывать за ученика его систему ценностей и норм культурного поведения – учащийся должен сделать это сам путем изменения себя, то есть самоизменения и самовоспитания.

Эти процессы осуществляются и вне пространства специально организованной учебной деятельности. Однако в обычной жизни они возникают случайно под влиянием внешних или внутренних обстоятельств. И лишь в специально организованной учебной деятельности самоизменение и самовоспитание ученика становится системным и прогнозируемым. Поэтому механизмом реализации воспитательных целей в программе «Учись учиться» также является организация осмысления и обобщения самими детьми своего собственного жизненного и деятельностного опыта.

Структура уроков, на которых организуется процесс воспитания, включает те же самые деятельностные шаги, которые были описаны выше. Однако затруднения, которые организует учитель для проблематизации прежнего опыта, связаны с необходимостью построения не просто предметных знаний, а ценностных норм поведения и действия, которые в концентрированном, сжатом виде содержат в себе культурные достижения человечества.

В качестве критерия адекватности поступка выбран принцип сохранения целостности системы, или «учимся учиться и добиваемся успеха вместе», ориентированный на формирование системы ценностей «созидателя», а не «разрушителя». Суть данного принципа для этапа обучения в начальной школе состоит в следующем: я должен учить себя учиться и вместе с другими учениками получать общий положительный результат.

Потребность, поддерживающая устойчивое мотивационное напряжение учащихся в достижении коллективного успеха в ходе учебной деятельности, может появиться у них при условии, что вполне удовлетворены их базовые потребности – физиологические, в безопасности, причастности (то есть любви окружающих, теплых человеческих отношениях) и самоутверждении.

В рамках дидактической системы «Школа 2000…» в соответствии с принципом психологической комфортности введен в системную практику отказ от преимущественно внешнего принудительного контроля и переход к процессам самоконтроля, самооценки, обучающего контроля знаний без фиксации в негативном плане отношений от учебной нормы усвоения материала, что обеспечивает потребность в безопасности. Создание благоприятной дружеской атмосферы во взаимоотношениях учащихся в ходе коллективной и групповой работы обеспечивает потребность в причастности, а создание условий для позитивной оценки хода и результатов учебной деятельности каждого ребенка, его непрерывное и последовательное продвижение вперед в своем темпе на уровне своего возможного максимума обеспечивает потребность в самоутверждении. Все это создает условия для проявления у учащихся более высоких потребностей в самореализации.

Таким образом, для организации воспитательного процесса в программе «Учись учиться» сохраняет свое значение система дидактических принципов, описывающая условия включения учащихся в учебную деятельность, в процессе которой они сначала под руководством учителя, а затем все более самостоятельно не просто усваивают общекультурные нравственные и морально-этические нормы и способы поведения, но постепенно приобретают опыт самовоспитания.

Итак, система принципов гуманистического воспитания, построена на основе системно-деятельностного подхода с учетом особой специфики организации воспитательного процесса на этапе обучения в начальной школе, включает в себя:

Принцип деятельности – заключается в том, что ученик не пассивно усваивает готовые, пусть даже и «правильные», общекультурные ценностные нормы, а добывает их сам в процессе собственной учебной деятельности под руководством учителя, активно участвует в их совершенствовании, доводя до уровня убеждения и социального поступка, и в ходе образовательного процесса усваивает и реализует нормы самовоспитания.

Принцип непрерывности – означает преемственность между всеми ступенями и этапами воспитательного процесса на уровне технологии, содержания и методик с учетом возрастных психологических особенностей развития детей.

Принцип целостности – предполагает формирование у учащихся не отдельных ценностных норм, а системы ценностей на основе принципа «учимся учиться и добиваться успеха вместе». Другими словами, любой новый шаг и действие должны не разрушать, а совершенствовать и создавать, выявляя и устраняя причины затруднений.

Принцип минимакса – заключается в следующем: школа должна предложить каждому ученику возможность освоения культурных, нравственных и морально-этических норм на максимальном для него уровне (в начальной школе – приобретение опыта самовоспитания на основе принципа «учимся учиться и добиваемся успеха вместе») и обеспечивать при этом их усвоение на уровне социально безопасного минимума (правила поведения в школе и классе).

Принцип психологической комфортности – предполагает создание образовательной среды, обеспечивающей снятие всех стрессообразующих факторов воспитательного процесса на основе реализации идей педагогики сотрудничества, создание в коллективе атмосферы радости, товарищества, доброжелательного и уважительного отношения к личности и индивидуальности каждого учащегося, признание за ним права на собственную точку зрения, позицию.

Принцип вариативности – предполагает выращивание личности, способной к самостоятельному выбору и адекватному принятию решений в ситуациях выбора, умеющей противостоять внешнему давлению и отстаивать свою позицию, но в то же время способной понять и принять альтернативную точку зрения, если она аргументирована согласованными нормами поведения и действий.

Принцип творчества – означает максимальную ориентацию на творческое начало в воспитательном процессе, приобретение учащимся собственного опыта социальной активности, практической реализации созданных им самим социально значимых проектов.

Представленная система принципов организации воспитательного процесса не отвергает ценности воспитания, сложившиеся в традиционной школе (идеи гуманизма, коллективизма), а продолжает и развивает их в направлении реализации новых образовательных целей (идеи деятельностного подхода, личного ориентированного воспитания, сотрудничества и др.). Одновременно она предоставляет возможность выбора каждым ребенком индивидуальной траектории личностного становления и развития, обеспечивая при этом требуемый минимум.

Связь между технологией и принципами организации процессов обучения и воспитания в программе «Учусь учиться» позволяет говорить о единстве учебно-воспитательного процесса в программе «Школа 2000…» на этапе обучения в начальной школе.

Чтобы сделать процесс обучения интересным для каждого ребенка, используется прием, который Л.В. Занков называл «слоеным пирогом». После введения понятия, требующего для отработки и усвоения длительного времени (таблица сложения и умножения, внетабличное умножение и деление и т.д.), мы знакомим учащихся с такими математическими фактами, которые не входят на данном возрастном этапе в обязательные результаты обучения, а служат развитию детей, расширению их кругозора, формированию интереса к математике, подготавливают дальнейшие изучение математических понятий. Таким образом, тренировочные упражнения выполняются параллельно с исследованием новых математических идей, поэтому они не утомляют детей, тем более что им придается, как правило, игровая форма (кодирование и расшифровка, отгадывание загадок и т.д.). Таким образом, каждый ребенок с невысоким уровнем подготовки имеет возможность «не спеша», в соответствии с собственным темпом развития отработать необходимый навык, а более подготовленные дети постоянно получают «пишу для ума», что делают уроки математики привлекательными для всех детей в соответствии с их особенностями и возможностями.

Методическая система строилась на основе использования деятельностного метода во всей его целостности. Особенностью использования технологии деятельностного метода является необходимость предварительной подготовки детей в плане развития у них мышления, речи, коммуникативных и творческих способностей, познавательных мотивов деятельности. Специальная работа в этом направлении предусмотрена в течении всех лет обучения детей в начальной школе, но особенное внимание ей уделяется на начальных этапах обучения – в первом полугодии 1 класса.

Таким образом, мы познакомились с понятием множества и операциями над ними, изучили специфику программы «Школа 2000…» и приходим к выводу, что по номенклатуре понятий данная программа по математике незначительно отличается от традиционной: ее ядром является те самые содержательно-методические линии. Однако иные принципы ее построения, а также иная структура содержания программы, новые методические подходы к введению изучаемого материала позволяют придать процессу обучения несравнимо большую глубину и создают условия для реализации современных целей образования.

II. Методические аспекты изучения элементов теории МНОЖЕСТВ В начальном курсе математике

2.1 Современное состояние проблемы изучения элементов теории множеств в начальном курсе математики

Работа с учебником «Математика-3», производится по программе «Школа 2000…». На ранних стадиях обучения, опираясь на житейский опыт учащихся и конкретные примеры, вводятся понятия множества и величины (при этом множества рассматриваются лишь непересекающиеся, а сам термин «множество» на первых порах заменяется более понятными для учащихся словами «группа предметов», «совокупность»). Операции над множествами изучаются параллельно с соответствующими операциями над величинами и служат основой изучения соответствующих операций над числами.

Это позволяет раскрыть оба подхода к построению математической модели «натуральное число». Например, число 5, с одной стороны, есть то общее свойство, которым обладают множество пальцев одной руки, множество концов звезды на военной фуражке и т.д. С другой стороны, это результат измерения длины отрезка, массы, объема и т.д., когда единица измерения укладывается в измеряемой величине 5 раз. Таким образом, понятия множества и величины подводят учащихся с разных сторон к понятию числа: с одной стороны, натурального числа, а с другой – положительного действительного числа. В этом находит свое отражение двойственная природа числа, а в более глубоком аспекте – двойственная природа бесконечных систем, с которыми имеет дело математика: дискретной, счетной бесконечностью и континуальной бесконечностью. Измерение величин связывает натуральные числа с действительными, поэтому свое дальнейшее развитие в средней школе числовая линия получает как бесконечно утончаемый процесс измерения величин.

Например, в 1 классе учащиеся подробно изучают разбиение множеств (групп предметов) и величин на части, взаимосвязи целого его частей. Затем установленные закономерности становятся основой формирования вычислительных навыков, обучения детей решению уравнений и текстовых задач.

Во 2 классе при изучении общего понятия операции рассматриваются вопросы: над какими объектами выполняется операция, в чем заключается операция, каков результат операции. При этом операции могут быть как абстрактными (прибавления или вычитания данного числа, умножения на данное число и т.д.), так и конкретными (разборка и сборка игрушки, приготовление еды и т.д.). При рассмотрении любых операций ставится вопрос о возможности их обращения, а так же вопрос о возможности их последовательного выполнения. Поскольку операции могут выполняться в разном порядке, ставится вопрос об их перестановочности и сочетании.

Последовательное выполнение определенных операций означает планомерную деятельность, совершаемую по заданной программе. При этом различают линейные (неразветвленные), разветвленные и циклические программы. Знакомства с этими вопросами не только помогают учащимся успешнее изучить многие традиционно трудные вопросы школьной программы по математике (например, порядок действий в выражениях, алгоритмы действии с многозначными числами), но и подготавливает их к усвоению очень важной для современной жизни идее программирования.

Развитие алгебраической линии неразрывно связано с числовой, во многом дополняя ее и обеспечивая повышение уровня обобщенности усваиваемых детьми знаний. Вместе с тем она обладает и известной самостоятельностью в качестве подготовительного этапа, необходимого для постепенного перехода к изучению программного материала. С самых первых уроков вводится буквенная символика. Формируются определенные виды записей, причем эти записи аналогичны и для множеств, и для величин. Например, при решении уравнений из того, что А+Х=В (для множеств) следует, что Х=В-А, а из того, что a+x=b (для величин) следует, что x=b-a. И в том, и в другом случае решение обосновывается тем, что мы ищем неизвестную часть, поэтому из целого вычитаем другую часть. Как правило, запись общих свойств операций над множествами и величинами обгоняет соответствующие навыки учащихся в выполнении аналогичных операций над числами. Это позволяет создать для каждой из таких операций общую рамку, в которую потом, по мере введения новых классов чисел, укладываются операции над этими числами и свойства этих операций. Тем самым дается теоретически обобщенный способ ориентации в учениях о конечных множествах, величинах и числах, позволяющий потом решать обширные классы конкретных задач.

Общий подход к операциям над числами и буквенная запись свойств этих операций позволяет раскрыть перед учащимися общность текстовых задач, имеющих внешне различные фабулы, но единое математическое содержание. Учащийся, усвоивший, что всегда a-(b+c)=a-b-c, не затруднится применить это правило и для решения задач про яблоки, и про длины отрезков, и при отыскания площадей. Тем самым в неявном виде дети усваивают идею изоморфизма математических моделей, что создает условия для разъяснения им роли и значения математического метода исследования реального мира.

Работа с учебником «Математика-3» проводится по программе четырехлетней начальной школы в 3-м классе.

Одновременно с развитием числовой линии и линии текстовых задач дети знакомятся с множествами и операциями над ними, с истинными и ложными высказываниями, учатся выделять зависимые характеристики процессов и строить формулы зависимостей между величинами.

В 3 классе вводится понятие «множество» и «элементы множества». Изучение множеств подготовлено изучением в 1 классе свойств совокупностей предметов и действий над ними. Этот материал здесь повторяется на новом, более высоком уровне. Однако следует иметь в виду, что множества и рассмотренные ранее «мешки» (мультимножества) имеют некоторое отличие.

Работа по изучению нового материала организованна следующим образом.

В №1, стр. 1 учащиеся подбирают название для различных объединений объектов: коллекций марок, набор карандашей, стая птиц, чайный сервиз, букет цветов, стадо коров. Тогда вводится термин множество, как слово, позволяющую выразить идею объединения любой совокупности предметов в одно целое можно сказать: множество марок, множество карандашей, множество птиц и т.д.

Так же на этом уроке вводится понятие «элементы множества». В заданиях №4 - 10 стр. 2 - 3 закрепляются и отрабатываются понятия множества и его элементы.

На 2 уроке учащиеся знакомятся с обозначением множеств, рассматривают различные способы задания множеств перечислением и общим свойством его элементов.

В заданиях №5 - 7, стр. 5 надо сопоставить эти 2 способа задания множеств. Например: №6, стр. 5 задайте множество общим свойством его элементов.

а) {0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9}

А - множество\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

б) {0; 2; 4; 6; 8}

В – множество\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

в) {а; я; у; ю; э; е; о; ё; ы; и}

С – множество\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

№7, стр. 5 задайте множество перечислением.

а) А – множество букв в слове «крот».

б) В – множество нечетных однозначных чисел.

в) С – множество двузначных чисел кратных 10.

г) D – множество трехзначных чисел, больших 603, но меньших 608.

На 3 уроке рассматривается понятие равенства множеств. Формируются представление о пустом множестве и его обозначении. Смысл понятия равенства раскрывается в №1-7, стр. 7-8. важно, чтобы, выполняя их, учащиеся обосновывали свои убеждения, а непросто называли их. Например, №3, стр. 8

а) { □; ●; ○; ■; ▲; ∆} = {●; ○; ∆; ▲; ■; □} первое равенство верно, так как оба множества состоят из одних и тех же элементов, но записаны в разном порядке.

б) {●; ○; ∆;□} = {●;○; □} второе равенство неверно, поскольку множестве, записанном слева, лишний элемент «треугольник».

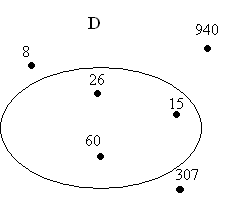
в) {∆; ○; □; ■} ≠ {∆; □; ○; ●} третье равенство верно, так как черный квадрат из первого множества поменялся на черный круг, и, значит, множества не равны.

В №8 – 19 стр. 8 отрабатываются понятия пустого множества. Дети должны обратить внимание на правильный наклон черты в его записи и на то, что это множество записывается без скобок ∅.

На 4 уроке происходит знакомство детей с графическим изображением множества – диаграмма Венна. Формируются способности к использованию знаков ∈ и ∉ для обозначения принадлежности элемента множеству.

Диаграмма Венна позволяет наглядно иллюстрировать операции над множествами и их свойства, решать самые разнообразные задачи. Этот материал отрабатывается в №2 – 6, стр. 10 – 11.

№ 5, стр. 11.



26 ∈ D 8 ∉D 15 ∈D

307∉D 940∉D 60 ∈D

№6, стр. 11. это задание готовит детей к изучению операции пересечения множеств.

На 6 – 7 уроках формируются представления о подмножестве как части множества. Учатся устанавливать отношение включения множеств и использовать для этого знаки ⊄ и ⊂.

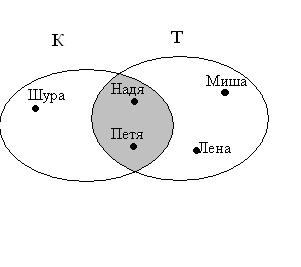
На 8 уроке формируется представление о разбиение множества на части по свойствам (классификации). Подготовка к изучению пересечений множеств.

В №1, стр. 22 учащиеся делят все элементы множеств А и В на 2 части: съедобные и несъедобные предметы. Выясняется, что каждый предмет либо съедобный, либо несъедобный, и, значит он попадает только в одну часть.

Данный материал закрепляется №2 – 4, стр. 22 – 23.

На 9 – 11 уроках дети знакомятся с записью операции пересечения множеств с помощью знака ∩ и ее основными свойствами (переместительным, сочетательным), однако подготовительная работа была проведена в №7, стр.11, №3, стр. 13.

В №2, стр. 25 рассматривается конкретный пример пересечения множеств К и Т;



По рисунку явно видно, что общим элементом данных множеств является Надя и Петя. Учащиеся подчеркивают эти имена в записи множеств К и Т и обозначают пересечение множеств на диаграмме цветным карандашом.

На 10-м уроке рассматриваются свойства пересечения множеств:

А ∩ В = В ∩ А – переместительное,

(А ∩ В) ∩ С = А ∩ (В ∩ С) – сочетательное.

На 12 уроке формируется представление об объединении множеств, учащиеся знакомятся с основными свойствами этой операции (переместительным, сочетательным) и ее записью с помощью знака ∪. Задания по теме «Множества и его элементы» встречаются в учебнике в течение всего учебного года в упражнениях для закрепления, пройденного материала.

2.2 Выявления уровня сформированности у младших школьников знаний элементов теории множеств

Экспериментальное исследование было направлено на выявление сформированности знаний, умений и навыков младших школьников по теме «множества».

Базой для проведения констатирующего эксперимента была определена Никольская средняя школа №3. В эксперименте участвовали школьники 3 класса в количестве 15 человек. Обучение детей велось по программе «Школа 2000...».

Знания, умения и навыки выявлялись в процессе самостоятельной работы, целью которой было выявление знаний по теме: «Диаграмма Венна. Знаки ∈ и ∉».

Школьникам были предложены следующие задания:

1. А - множество однозначных нечётных чисел. Поставь знак ∈ или ∉:

8…….А 3…….А 21…...А 5……..А

На диаграмме множества В отметь элементы а, с, р, 4, ∆, 15, если

известно, что:

а ∈ В р ∈ В ∆ ∉ В

с ∉ В 4 ∉ В 15∉ В

В

Рисунок 2

3. Выполни деление с остатком и сделай проверку,

32:5= \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 90:7=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

4. В рулоне 50 м ткани. От него отрезали кусок на 4 костюма по 3 м в каждом. Сколько метров ткани осталось?

Пользуясь диаграммой множеств С и D, поставь знак ∈ или ∉;

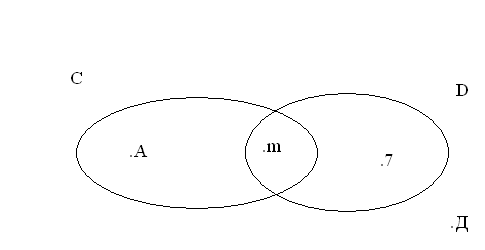


Рисунок 3

7\_\_\_С m\_\_\_C A\_\_\_C Д\_\_\_C

7\_\_\_D m\_\_\_D A\_\_\_D Д\_\_\_D

Нами были выделены критерии и уровни сформированности выполнения заданий самостоятельной работы:

Высокий уровень выполнения заданий характеризовался правильностью выполнения задания; осознанностью выбора правильного варианта; обобщенностью знаний, то есть был способен перенести прием выполнения заданий на новые случаи; автоматизмом (ученик выполнял задание быстро); прочностью (сохранение навыков выполнения заданий на длительное время).

Для среднего уровня выполнения заданий самостоятельной работы характерно небольшое количество ошибок; ученик осознает на основе каких знаний сделано задание, однако не может самостоятельно объяснить, почему сделал именно так» а не иначе; ученик может правильно выполнить задание только в стандартных условиях; ученик не всегда выполняет задания быстро; навыки правильного выполнения заданий сохраняются на короткий срок.

Для низкого уровня выполнения заданий самостоятельной работы свойственно ученик неправильно выполняет то или иное задание, не осознавая правильность его выполнения; медленное выполнение заданий; отсутствие сформированности навыков выполнения заданий.

Результаты выполнения заданий представлены в таблице №1.

Таблица №1 - Уровень усвоения знаний по теме «Диаграмма Венна. Знаки ∈ и ∉»

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Ф. И. | Задания см. работы | | | | | Оценка | Уровень |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | А. Виталий | + | - | + | - | - | 4 | средний |
| 2 | Б. Екатерина | + | - | + | + | - | 4 | средний |
| 3 | Б. Александр | + | + | + | + | + | 5 | высокий |
| 4 | Д. Андрей | + | + | + | + | + | 5 | высокий |
| 5 | З. Наталья | + | + | + | - | - | 4 | средний |
| 6 | К. Николай | + | + | + | + | + | 5 | высокий |
| 7 | К. Максим | + | + | + | + | - | 5 | высокий |
| 8 | Л. Екатерина | + | - | + | + | - | 5 | высокий |
| 9 | М. Андрей | + | - | + | + | - | 5 | высокий |
| 10 | М. Елена | + | - | + | + | + | 5 | высокий |
| 11 | Н. Евгений | + | + | + | + | - | 4 | средний |
| 12 | О. Елена | + | + | + | - | - | 4 | средний |
| 13 | П. Александр | - | + | - | + | - | 3 | низкий |
| 14 | П. Анна | - | + | + | + | - | 3 | низкий |
| 15 | У. Мария | + | + | + | + | - | 4 | средний |
|  | ИТОГО | 13 | 10 | 14 | 12 | 4 |  |  |

Опираясь на данные таблицы 1 можно сделать вывод о том, что самым сложным заданием оказалось задание 2, в котором необходимо на диаграмме множества В отметить элементы а, с, р, 4, ∆, 15, если известно, что: а∈В, р∈В, ∆∉В, с∉В, 4∉В, 15∉В. Данное задание сделали правильно 50% школьников.

Первое задание, в котором требовалось поставить знак ∈ или ∉. Данное задание выполнили правильно 86,6% школьников.

В процессе анализа самостоятельной работы высокий уровень знаний по теме «Диаграмма Венна» был выявлен у 46% школьников, средний уровень у 40% детей, а низкий уровень у 14% школьников.

Таким образом, учащиеся обучающиеся по программе «Школа 2000…» имеют уровень знаний о множествах выше среднего и могут осознанно выполнять задания самостоятельной работы.

2.3 Методические рекомендации по изучению элементов теории множеств в начальном курсе математике

Знакомство с множествами и операциями над ними имеет важное значение для дальнейшего изучения многих вопросов школьной программы по математике и вместе с тем способствует интенсивному развитию мыслительных операций и речи учащихся: дети постоянно должны сравнивать объекты, выявлять в них сходства и различия, классифицировать, строить обобщения, выражать в речи и обосновывать наблюдаемые свойства и отношения.

Изучение множеств подготовлено изучением в 1 классе свойств совокупностей предметов и действий с ними. Этот материал здесь как бы повторяется на новом, более высоком уровне.

В науке и повседневной жизни часто приходится рассматривать совокупности некоторых объектов как единое целое: армия, флот, бригада, класс, род и вид животных, коллекция и т.д. Для математического описания таких совокупностей и было введено понятие множества. Можно говорить о множестве книг в библиотеке, множестве зрителей в кинотеатре, множестве точек прямой, множестве кругов на плоскости, множестве решений уравнения, множестве хищных животных, множестве парнокопытных, ластоногих и т.д. Таким образом, термин «множество», в отличие от всех других слов, выражающих идею объединения объектов (сервиз, табун, эскадра, стая, команда, батальон и т.д.), может применяться к объектам любой природы, объекты, собранные в множество, называют элементами множества.

В качестве методических рекомендаций представляем разработку урока математики в 3 классе по теме «Множества». Основная цель данных разработок: представить, опираясь на опыт практического преподавания в начальной школе, возможную структуру урока и условия его организации, позволяющей реализовать технологию деятельного метода. Обучение ведется с учетом возрастных особенностей младшего школьного возраста.

Урок 1

Тема урока: Множество и его элементы.

Цель урока: познакомить с понятием «множество» и его элементами.

Задачи урока:

-учить находить элементы определенных множеств в повседневной жизни;

-повторить приемы решения задач, уравнений, название компонентов Действий сложения и вычитания;

-формировать вычислительные навыки при решении выражений на порядок действий.

Ход урока

1. Организационный момент

О математика, гордись собой!

Ты всем наукам мать родная,

И дорожат они тобой.

В веках овеяна ты славой,

Светило всех земных светил.

Тебя царицей величавой

Недаром Гаусс окрестил.

Строга, логична, величава,

Стройна в полете, как стрела,

Твоя немеркнущая слава

В веках бессмертье обрела.

- Мы с вами открываем новый учебник, который поможет нам продолжить путешествие по стране Математика. Нас ждут новые открытия, увлекательные задания, сложные задачи, равенства и неравенства, множества, действия над многозначными числами.

- Какое новое понятие вам встретилось? (Множества?)

- Давайте вместе подумаем над тем, что же такое множество.

2. Постановка цели урока

- Сколько цифр вы знаете? Назовите их.

- А сколько чисел можно составить из этих цифр? (Очень много, множество.)

- А сколько чисел мы сможем назвать хором за одну минуту, начиная с единицы?

Дети называют числа, учитель засекает время.

- А можем мы перечислить все числа за урок? (Нет, их очень много.)

- Вместо слов «очень много» какое одно слово можно сказать? (множество).

- Множество - это тема нашего урока.

3. Знакомство с новым материалом

В толковом словаре русского языка СИ. Ожегова и Н.Ю. Шведовой дается следующее определение слова «множество»:

1) Очень большое количество, число чего-нибудь, например, людей.

2) В математике совокупность элементов, объединенных по какому-нибудь признаку.

- Какие бы вы привели примеры множеств, встречающихся в жизни? А в математике?

- По какому признаку объединены предметы в вашем множестве?

Упражнение №1

Придумай название для предметов и животных, собранных вместе.

Знакомство с определением данным автором в учебнике.

Что объединяет множество, о котором можно сказать «хор»? (множество людей (птиц)поющих вместе.)

- Каждого певца этого хора мы представляем как элемент этого множества.

- Назовите элементы остальных множеств.

Знакомство с понятием «элементы множества» в учебнике.

Предметы или живые существа входящие в множество, называют элементами этого множества.

- Элементы какого множества я называю: дубы, березы, ели, осины. (Множество деревьев). Песок, глина, мел, уголь, торф (Множество полезных ископаемых.) Машины, самолеты, велосипеды, (Множество техники.)

- Назовите элементы множества сказочных героев. (Золушка, Оле-Лукойе, Синдбад-Мореход, Дюймовочка и т. д.)

- Элементы множества поэтов, (Пушкин, Лермонтов, Бунин, Тютчев и д.р.)

- Назовите элементы множества художников. (Репин, Васильев, Шишкин, Левитан и др.)

Упражнение № 8 для самостоятельной работы.

С каких деревьев взяты эти листья? Назови еще 3 элемента множества деревьев. Всегда ли на деревьях есть листья? У всех ли деревьев есть листья?

4. Физкультминутка

5. Повторение ранее изученного

№ 10 - решение задач с включением нового материала.

Задача 10 (а) - Ласточка пролетает в час 40 км, а стриж - в 3 раза больше. Сколько километров в час пролетает стриж?

- Об элементах какого множества идет речь? (Об элементах множества птиц.)

- Что необходимо узнать?

- Как это узнать? (Стриж; пролетает в 3 раза больше, чем ласточка, это значит 3 раза по 40 км.)

40-3 = 120 (км.)

- Запишите решение.

- Прочитайте условие задачи № 10 (б).

Задача 10 (б) - Сосна живет примерно 400 лет. Это на 250 лет больше, чем живет липа. Сколько лет живет липа?

- Об элементах какого множества идет речь? (Об элементах множества деревьев.)

- Как называются задачи, заданные в таком виде, и как они решаются? (Это задача в косвенном виде. Все данные в ней о сосне: она живет 400 лет, и она же живет на 250 лет больше, чем липа. Значит липа живет на 250 лет меньше, чем сосна.)

400-250= 150 (лет.)

Задача 10 (в) - Для нормальной жизни рыбок скалярий им требуется по 3 литра воды на каждую. Сколько рыбок могут жить в аквариуме, вмещающем 24 литра воды?

Дети комментируют:

- Надо найти, сколько рыбок могут жить в аквариуме. Для этого надо количество воды в аквариуме разделить на количество воды, необходимое одной рыбке:

24: 3 = 8 (рыбок.)

Задача 10 (г) - Масса пингвина-папы 42 кг, пингвина-мамы - 32 кг, а их детеныша - 8 кг. Какова масса все пингвиньей семьи? На сколько папа тяжелее, чем мама с детенышами вместе?

Дети комментируют:

- Чтобы найти массу всей пингвиньей семьи, надо найти целое, т. е. сложить части: 42 + 32 + 8. Удобно применить сочетательное свойство сложения: 42 + (32 + 8) = 82 (кг).

- Чтобы найти, на сколько папа тяжелее, чем мама с детенышем вместе, надо сравнить, т. е. из большего числа вычесть меньшее. Тяжелее папа: значит из 42 кг надо вычесть сумму (32 + 8) кг:

42 - (32 + 8) = 2 (кг.) После решения задач учитель читает стихотворение

Аквариум

Целый день снуют, толкутся

Крошки рыбки за стеклом,

То гурьбою соберутся.

То плывут в воде гуськом.

Водоросли, как аллеи;

Дно песчаное светло,

Вот одна всех порезвее

Трется боком о стекло.

Золотая спинка блещет,

Как коралл, горят глаза,

Хвост и плавники трепещут

Ждет подачки, егоза.

Горстку крошек бросим в воду,

Рыбок нечего томить.

Если отняли свободу,

Надо лучше их кормить.

Блиц-турнир (самопроверка по эталону).

а) На полке 7 книг со сказками, а книг о природе в 3 раза больше. Сколько

всего книг на полке?

б) На школьных спортивных соревнованиях 4 спортсмена набрали по 10

очков и 8 спортсменов по 7 очков. Сколько всего очков они набрали?

в) У Ани 27 красных гвоздик и 18 белых. Она сделала букеты по 3 цветков

в каждом. Сколько получилось букетов?

Эталон для проверки:

а) 7 + 7×3 = 28 (к.)

б) 10×4 + 7×8 = 40 + 56=96 (оч.)

в) I способ: (27 + 18): 3 = 45: 3 = 15 (б.)

II способ: 27: 3 + 18: 3 = 9 + 6 = 15 (б.)

Обратите внимание, что для проверки по эталону учитель прописывает на доске промежуточные результаты, чтобы дети могли определить, где они допустили ошибку и почему.

№ 11 - коллективный разбор задачи.

Пират нашел клад из 900 монет. Чтобы побыстрее его унести, он положил 186 монет в шапку, 215 — в карман, 74 монеты запихнул в рот, 125 положил в правую ладонь, а 68-е - левую. Сколько монет он не смог унести?

- Сможем ли мы сразу ответить на вопрос задачи? (Нет, не сможем, незнаем, сколько всего монет унес пират.)

- Составьте план решения задачи. Рассуждение детей:

- Нам известно целое - 900 монет, которые нашел пират. Известны 5 частей: в шапке он унес 186 монет, в кармане - 215 монет, во рту - 74 монеты, в правой ладони - 125 монет, в левой - 68 монет. Неизвестна шестая часть -сколько монет осталось. Чтобы найти неизвестную часть, надо из целого вычесть известные части:

900- 186-215-74-125-68.

- Удобнее сначала вычислить, сколько всего монет унес пират, применив Сочетательный закон, а затем вычесть полученную сумму из числа 900;

1) 186+ 215+ 74+125+ 68 = (186+ 74)+ (215+ 125)+ 68 = 260+ 340+ 68= 8(м.)

2) 900 - 668 = 232 (м.)

Ответ: пират не смог унести 232 монеты.

Дети заполняют схему в учебнике, решение записывают в рабочих тетрадях.

№12 - решение уравнений,

Х+215=612 500-Х=346 Х-485=197

- Что значит «решить уравнение»? (Решить уравнение - значит найти неизвестный компонент.)

- Как называется число, которое находят в результате решения уравнения? (Корень уравнения.)

- Назовите неизвестные компоненты. (В первом уравнении -слагаемое, во втором - вычитаемое, в третьем - уменьшаемое?)

Вспомнить правила нахождения неизвестных компонентов.

- Как объяснить решение на основе взаимосвязи «части - целое»? (В первом и втором уравнении неизвестна часть, а в третьем - неизвестно целое. Чтобы найти часть, надо из целого вычесть известную часть; чтобы найти: целое, надо сложить части.)

Трое учащихся решают уравнения на доске, остальные - в рабочих тетрадях.

Дополнительные задания

1. Сравните:

7 м 46 см \* 74 дм 6 см 86 мм \* 8 дм 6 мм

56 дм 8 см\* 5 м 86 см 4 м2 40 дм2 \* 44 дм

2. Составьте программу действий и вычислите результат.

490: (120 - 50) • 80 - 85 • 4 + 96: (36:3)

Вычислите удобным способом.

- Какие математические свойства и приемы позволят выполнить задание? (Сочетательное, переместительное свойства сложения и умножения; приемы вычитания числа из суммы, суммы из числа.)

(978+ 156)-178 5 • (4 • 36)

384+-(216+ 216) 854-(86+ 654)

(6 • 48) • 5 84 + 219 + 81+36

6. Подведение итогов урока

- Что такое множество?

- Что является элементом множества?

Домашнее задание

Упражнение №13.

Составь программу действий и вычисли:

21: 3 • 6 - (18+ 14): 8 =

63: (3- 3) + (8 –7- 2): 6 =

Методические рекомендации к уроку 1

Рассматривая взаимосвязи множества и его элементов, надо обратить внимание детей на то, что части элементов, вообще говоря, не являются элементами данного множества. Например, нос ученика не является элементом множества учеников, корни деревьев не являются элементами множества деревьев и т.д.

В отличие от «мешков» (мультимножеств) равные (совпадающие, тождественные) элементы в множествах не повторяются (один предмет в одном множестве является элементом только один раз, даже если он повторяется несколько раз). Например, в слове «МАТЕМАТИКА» пять гласных звуков: А, Е, А, И, А. Но в то же время гласный звук А тождествен другому гласному звуку А. Поэтому говорят, что множество гласных звуков в слове «МАТЕМАТИКА» состоит из 3 элементов: А, Е, И. Точно так же множество в слове «МАМА» состоит из двух элементов: М, А. Работу по изучению нового материала на уроке можно организовать так.

В № 1 учащиеся подбирают названия для различных объединений объектов: коллекция марок, набор карандашей, стая птиц, чайный сервиз, букет цветов, стадо коров. Учитель спрашивает, можно ли эти названия использовать для других объединений предметов, т. е. сказать, например: букет карандашей, сервиз коров и т.д. Выясняется, что нет. Тогда перед детьми ставится проблема; подобрать слово, которым можно обозначить объединение любых предметов. Дети предлагают свои варианты. В завершение обсуждения учитель знакомит их с общепринятым в математике термином «множество», выражающим идею объединения любой группы предметов в «неделимое целое». Можно сказать: множество марок, множество карандашей, множество птиц и т.д.

Определенную трудность при введении понятия множества представляет то, что этот термин ассоциируется у детей со словом «много», в то время как «множество» должно мыслиться как синоним слова «вместе». Поэтому очень важно с самого начала сопоставить эти два слова: «множество» - «вместе», подчеркнув тем самым существенный признак множеств - объединение в одно целое.

В № 2 учащиеся подбирают общепринятые названия различных множеств: отара овец, табун лошадей, команда футболистов, эскадра кораблей, армия, полк, батальон и т.д.

В №3 решается обратная задача: обозначить объединение различных объектов с помощью термина «множество»:

Хор - множество людей, поющих вместе.

Оркестр - множество людей, играющих вместе на различных музыкальных инструментах.

Класс - множество детей, которые вместе учатся.

Коллекция - множество предметов, собранных вместе по некоторому признаку.

Библиотека - множество книг, собранных вместе.

В заданиях № 4 - 9 закрепляется и отрабатывается понятие множества и элементов.

В Задании № 6 учащиеся должны обвести замкнутой линией множество детей и множество взрослых, назвать элементы этих множеств и ответить на поставленные вопросы: объяснить, почему Петю, когда он вырастет, будут звать Петром Ивановичем, а Аню — Анной Ивановной и т.д.

В задании № 7 роза, фиалка, гвоздика, василек, тюльпан — это цветы. Ромашка тоже принадлежит множеству цветов, а сосна, баран, шипы от розы этому множеству не принадлежат.

Аналогичные рассуждения проводятся в № 8 для множества деревьев и в № 9 для множества плодов. Следует обратить внимание детей на то, что листья не являются элементами множества деревьев, точно так же как косточки (семена) не являются элементами множества плодов.

В задании № 10 понятие множества связывается с решением текстовых задач. Дети повторяют смысл арифметических действий, разностное и кратное сравнение. При этом они устанавливают, что ласточка, стриж и пингвины - это элементы множества птиц, сосна и липа - элементы множества деревьев, а скалярии - элементы множества рыб.

Таким образом, проанализировав содержание учебников Л.Г. Петерсон мы выяснили с какого класса вводится понятие «множества». Выявили уровень сформированности знаний элементов теории множеств у младших школьников в процессе самостоятельной работы, учащиеся обучающиеся по программе «Школа 2000…» имеют уровень знаний о множествах выше среднего и могут осознанно выполнять задания самостоятельной работы. Так же разработали методические рекомендации по обучению элементам теории множеств.

Урок 2

Тема урока: Способы задания множеств

Цель урока: учить задавать множество путем перечисления его элементов или общим свойством его элементов; научить обозначать множества при письме.

Задачи урока:

- отрабатывать навыки устного счета,

- повторить алгоритм сложения и вычитания чисел в пределах ста, действия с именованными числами, преобразование именованных табличное и внетабличное умножение и деление;

- закреплять навыки решения задач.

Ход урока

1. Организационный момент

- С каким понятием познакомились на предыдущем уроке?

- Что мы называем множеством? (Множеством в математике называется совокупность нескольких предметов (элементов), объединенных по какому- нибудь признаку.)

- Что называем элементами множества?

- Какие множества вы составили дома?

- Перечислите элементы своего множества.

2. Проверка домашнего задания

4 ученика работают по карточкам, остальные дети упражняются в устном

счете.

Вариант I

3 • 5= 9 • 3= 3 • 8 =

4 • 3= 6 • 2= 2 • 9 =

12:3= 15:5= 21:7 =

18:6= 24:8= 12:4 =

Вариант II

6 • 3= 3 • 7= 9 • 3 =

3 • 4= 8 • 2= 2 • 7=

27:9= 18:9= 21:7 =

18:2= 24:8= 15:3 =

Актуализация знаний и постановка темы урока

- Назовите элементы множества цветов, растущих у нас в классе. (Бегония, фикус, пальма и т. д.)

- Девочки, назовите элементы множества одежды.

- Мальчики, назовите элементы множества спортивных игр. (Футбол, волейбол, баскетбол, теннис, бадминтон и т. д.)

- Представители от девочек и мальчиков выйдите к доске и запишите названные элементы множества.

- Можно ли по этой записи определить, что перед нами - множество?

Если дети скажут «да», то спросить: «Сколько всего множеств вы видите на доске?» Скорее всего дети ответят: «Два». Тогда учитель говорит:

- А я вижу одно множество - множество слов, записанных учениками на доске. Как же быть? Попробуем найти ответ в учебнике?

4. Знакомство с новым материалом

Упражнение №1.

Найди общее свойство всех предметов, изображенных на рисунке [21, 4].

По ходу работы учитель задает вопросы:

- Какие предметы можно добавить в эти множества?

- А какие предметы добавить нельзя?

- Покажите множество предметов:

а) предметы имеют форму прямоугольного параллелепипеда;

б) предметы одинакового цвета;

в) предметы цилиндрической формы;

г) стеклянные предметы;

д) инструменты;

е) одежда.

- А теперь ответьте на вопрос, верно ли ваши одноклассники записали элементы множеств одежды и игр на доске?

- Как исправить ошибку? (Поставить фигурные скобки.)

{Платье, шарф, юбка, кофта, топик, свитер}

{Футбол, волейбол, баскетбол, теннис, бадминтон}.

5. Физкультминутка

6. Повторение с включением нового материала

№ 5 - первичное закрепление с проговариванием вслух.

1) Перечисли множество девочек класса, сидящих в первом ряду.

2) Перечисли множество вторых классов в твоей школе.

3) Придумай множество, в котором легко перечислить элементы.

№ 6 - самостоятельная работа с проверкой по эталону.

Задай множество общим свойством его элементов:

а) А - множество арабских цифр (или однозначных чисел);

б) В - множество однозначных четных чисел;

в) С — множество гласных букв русского алфавита [21, 5].

Упражнение № 7 - выполнить коллективно.

Задай множество перечислением:

А- множество букв в слове «крот».

В - множество нечетных однозначных чисел.

С - множество двузначных чисел, кратных 10.

D - множество трёхзначных чисел, больших 603, но меньших 608 [21, 6].

Упражнение № 10 - решение задач у доски с комментированием.

В один день Ира прочитала 21 страницу1 во второй — в 2 раза больше, чем в первый, а в третий — на 15 страниц меньше, чем во второй день. Сколько страниц прочитала Ира за 3 дня? [21, 6]

Примерный ответ учащегося у доски:

- Надо узнать, сколько страниц прочитала Ира за 3 дня, т. е. найти целое. Чтобы найти целое, надо сложить части. Первая часть известна - 21 страница. Вторая и третья части неизвестны. По условию во второй день Ира прочитала в 2 раза больше, чем в первый, значит в первом действии узнаем, сколько страниц прочитано во второй день.

1) 21 • 2 = 42 (стр.) - прочитала Ира во второй день.

Ученик записывает на доске первое действие, а второй ученик с места объясняет как выполнить умножение. Третий учащийся комментирует пояснение к первому действию.

- Во втором действии узнаем, сколько страниц прочитала Ира в третий день. По условию известно, что в третий день было прочитано на 15 страниц меньше, чем во второй.

2) 42 - 15 = 27 (стр.) - прочитала Ира в третий день.

Ученик с места комментирует прием вычитания, другой – запись пояснения.

- Теперь, чтобы найти целое, сложим три части:

3) 21+42 + 27 = 90 (стр.)

- Удобнее сложить все единицы - получаем 10; дальше складываем десятки. Записываем ответ: Ира прочитала 90 страниц.

№ 11 - сложение и вычитание именованных чисел.

- Какую операцию нужно выполнить, чтобы найти результаты данных выражений? (Преобразовать более крупные единицы измерения в более мелкие. Затем найти результат, записав в столбик, и вновь преобразовать в более крупные единицы.) [21, 6].

7. Устный счет

1. Установите закономерность и допишите по пять чисел в каждом ряду.

а)4, 8, 12, 16... б)7,14,21,28...

Ответы:

а)... 20, 24,28, 32, 36; б)... 35,42,49, 56,63.

2. Упражнение № 8 [21,6].

Вычисли устно:

7 + 8= 12-5= 27 + 43 =

16 + 4= 39-9= 36+ 17 =

8+ 15= 42-8 = 50-32 =

21 +34= 36-14= 85-39 =

- Что общего в примерах каждого столбика? (В первом столбике надо найти сумму, во втором столбике - разность, в третьем - и сумму и разность.)

Игра «Минутка»: за 30 с. найти значение этих выражений. Примеры, в которых допущены ошибки, решаются у доски с объяснением способа вычисления.

3. Найти значения выражений:

30 • 7 = 24• 4 = 540: 9 =

360:60= 71: 3= 75: 25=

- Как мы называем такое деление и умножение? (Внетабличное.)

- Как называются числа при делении?

- Как называются числа при умножении?

- Как найти неизвестный множитель?

- Как найти неизвестный делитель?

- Как найти неизвестное делимое?

4. Вопросы по теме «Множества».

- Сорванные цветы поставили в вазу. Как можно назвать множество цветков, поставленных в вазу? (Букет.)

- За нашей школой растут яблони, вишни, сливы, груши. Как можно назвать множество фруктовых деревьев, которые растут за школой? (Сад.)

8. Итоги урока

- Что означает выражение «множество задано»?

- Какие способы задания множеств вы знаете?

Домашнее задание.

Упражнение №11.

Вырази в сантиметрах и вычисли:

Зм 7 дм 6 см + 4м 3 дм 8 см

1м 6 дм 9 см + 47дм 2 см

9м 72 - 5дм 9 см

7м4см - 32 дм 6см

Повторить таблицу умножения на 5,6, 7

Методические рекомендации к уроку 2

Основной целью урока 2 является формирование способности к заданию множеств перечислением и общим свойством элементов, знакомство с обозначением множеств.

Множество считается известным (множество задано), если известны его элементы, т. е. о любом объекте можно однозначно сказать, является он элементом данного множества или нет.

Множество можно задать либо перечислением его элементов (например, множество учеников в классе задается их списком), либо указав свойство, которым обладают все элементы данного множества, но не обладают никакие элементы, не принадлежащие этому множеству (например, множество букв русского алфавита, множество жителей Москвы, множество двузначных чисел и т.д.).

Для обозначения множеств обычно применяют заглавные латинские буквы. Если элемент х принадлежит множеству А, то пишут: х ∈ А, в противном случае пишут: х ∈ А.

Для записи множеств часто применяют также фигурные скобки, внутри которых заключаются элементы множества. Например, если множество А состоит из элементов a, d, с, то пишут: А = {a; d; с}.

Множества, состоящие из конечного числа элементов, называются конечными, а остальные множества - бесконечными. Учащиеся работают в основном с конечными множествами, но встречаются также и с некоторыми примерами бесконечных множеств: множеством натуральных чисел, множеством точек прямой и т.д.

Материал на уроке рассматривается в следующей последовательности. Сначала в № 1 учащиеся повторяют известные им свойства предметов: форма, цвет, материал, из которого сделаны предметы, назначение предметов и т.д. Для этого они ищут общие свойства предметов, изображенных на каждом рисунке:

а) Предметы имеют форму прямоугольного параллелепипеда.

б) Предметы одинакового цвета.

в) Предметы формы цилиндра.

г) Стеклянные предметы.

д) Инструменты.

с) Одежда [21, 4].

Рассматривая эти примеры, учитель ставит вопросы:

- Назовите другие предметы, имеющие форму параллелепипеда.

- Принадлежит ли множеству параллелепипедов мяч? Какую форму имеет мяч? (Форму шара.) и т.д.

В №2 рассматриваются множества, заданные общим свойством их элементов (ягоды, грибы и т.д.). В итоге выполнения задания учитель обращает внимание детей на то, что если известно общее свойство элементов множества, то о любом предмете можно определенно сказать, принадлежит он этому множеству или нет. Для этого достаточно определить, обладает ли данный предмет указанным свойством [21, 4].

Однако бывает так, что вместе объединяются предметы, не имеющие общего свойства (№ 3-4). Общее у элементов таких множеств только то, что они собраны вместе. В таком случае множество можно задать, перечислив все его элементы. Обычно элементы множества записываются в фигурных скобках [21, 5].

Таким образом, множество можно задать двумя способами: перечислением и общим свойством его элементов. Некоторые множества, такие, как в № 3-4, можно задать только перечислением. Если число элементов множества велико, то его задают свойством. А иногда множество можно задать как одним, так и другим способом. В задачах №5 надо сопоставить эти 2 способа задания множеств [21, 5].

Урок 3

Тема урока: Равные множества. Пустое множество.

Цель урока: формировать умение определять равные множества, познакомить с понятием пустого множества и знаком его обозначения.

Задачи урока:

- доводить знание табличных случаев умножения и деления до автоматизма;

- повторить решете задач.

Ход урока

1. Организационный момент

А сейчас проверь, дружок,

Ты готов начать урок?

Все ль на месте,

Все ль в порядке;

Ручка, книжка и тетрадка?

Все ли правильно сидят?

Каждый хочет получать

Только лишь оценку «пять».

Начинаем мы опять

Решать, отгадывать, смекать.

- Какую тему изучали на предыдущем уроке?

- Когда мы говорим, что множество задано?

- Кто не совсем четко понимает» о чем сейчас идет речь?

- У вас будет возможность на уроке разобраться с чем, что вы не поняли на предыдущем уроке. Для этого вам нужно быть очень внимательным.

2. Актуализация знаний

- На с. 9, выполнив задание № 12, мы сможем повторить материал, с которым познакомились на предыдущем уроке.

Соедините точки в порядке решения примеров.

- Кто у вас получился? (Собачка.)

- Среди множества собак нагоните элементы множества не по породам, а в соответствии с их назначением. (Гончие, сторожевые, бойцовые, комнатные и

т.д.)

- Перечеркните элементы множества комнатных собак, (Спаниель, лабрадор, пудель, бульдог, шнауцер).

- Какие способы задания множеств вы знаете? (Перечислением, заданием общих свойств.)

- Множество собак, элементы которого определены в соответствии со свойствами этих животных, задано общим свойством элементов. А перечисление мы использовали, когда перечислили породы комнатных собак.

- Множество легавых собак: {ретривер, веймаранер, спаниель, сеттер…}

Вывод: под множеством понимают совокупность определенных объектов, которые называют элементами множества. Множество можно задать, указав свойство, присущее всем элементам этого множества.

- Перечислите элементы множества треугольников. (Прямоугольные, остроугольные, тупоугольные треугольники.)

3. Знакомство с новым материалом

- А теперь перечислите элементы множества автомобилей, которые стоят перед доской.

Дети удивлены, перед доской ничего не стоит.

- Чему вы удивились? (Задано множество, элементы которого невозможно перечислить из-за их отсутствия.)

- Множество, не содержащее элементов, называется пустым, и его обозначают символом∅.

- А какую цифру в математике можно считать родственницей данному символу? (Нуль.)

- Что вы можете сказать об этих двух множествах?

- Какой знак поставим между этими множествами? (Знак равенства.)

- Обратите внимание на доску. Что вы видите?

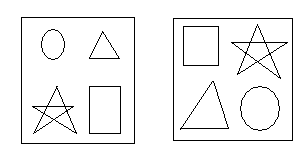


Рисунок 4

- Что вы можете сказать об этих двух множествах?

- Какой знак поставим между этими множествами? (Знак равенства).

- А что можете сказать о следующих двух множествах? (Они не одинаковы, у них есть элементы, которые не совпадают.)

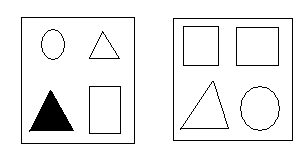


Рисунок 5

- Какой знак в таком случае поставим? (Неравенства.)

- Что новое узнали о множествах? (Множества могут быть равными, неравными, пустыми.)

Работа по учебнику.

Задача № 1 — Сравни элементы множеств в первом и во втором рядах. Есть ли в первом ряду элемент, которого нет во втором ряду? Есть ли во втором ряду элемент, которого нет в первом ряду?

Задача №2 — Сравни множества в первом и во втором рядах. В каком ряду есть лишний элемент?

Задача №3 - Верно ли записано равенство? Почему? [21, 8]. Варианты могут отличаться, т. к. можно переставлять местами элементы, чтобы составить равные множества, и ввести или убрать любой элемент из; данного множества, чтобы получить не равные множества.

№ 6, 7, 8 - выполняется устно.

Задача №6 — Составь все множества, равные множеству {О; ∆}.

Задача №7 - Сколько элементов содержит: а)множество дней недели; б) множество парт в первом ряду; в) множество букв русского алфавита; г) множество хвостов у кошки Мурки?

Задача №8 - Растут ли в вашем школьном саду тропические пальмы? Каково множество пальм в школьном саду?[21, 8].

№ 9 - самостоятельная работа с проверкой по эталону.

Найди правильное обозначение пустого множества, а остальные зачеркни.

Обратить внимание: множество {∅} не является пустым, т. к. содержит один элемент - символ пустого множества.

Физкультминутка

Повторение изученного. Устный счет

Задача № 10:

Во сколько раз 12 меньше 96? (В 8раз.)

Сумму чисел 35 и 60 уменьшить в 19 раз. (5.)

От суммы чисел 48 и 36 отнять разность чисел 100 и 76. (60.)

Частное от деления 72 и 4 увеличить в 5 раз. (90.)

К произведению 12 и 5 прибавить 28. (Восемьдесят восемь.)

Задача №11- «Блиц-турнир» с самопроверкой по эталону.

а) Шапка стоит А рублей, а пальто - в 9 раз дороже. Сколько стоят пальто и шапка вместе?

б) Масса арбуза В кг, а масса тыквы — на 2 кг меньше. Какова общая масса арбуза и тыквы?

в) В ведро входит С воды, а в кастрюлю — в7 раз меньше

а) а + а • 9; б) b + (b-2);

в) с- с: 7; г) d-n • 8.

Индивидуальные задания (у доски)

1. Вырази в указанных единицах измерения:

4 дм 5 см =…см 450см = …м…дм

37дм = …м…дм 68см = …дм…см

800см = …дм

2. Реши уравнение:

420: х = 6 х • 40 = 160

6. Самостоятельная работа

1. Арифметический диктант

- Найти произведение чисел 9 и 7.

- Найти разность чисел 87 и 9.

- Найти частное чисел 81 и 9.

- Увеличить 72 на 8.

- Уменьшить 63 в 7 раз.

- Увеличить 12 в 3 раза.

- Уменьшить 56 на 8.

- На сколько 36 больше 6?

- Во сколько раз 48 больше 8?

2. Решите задачу.

Ученики школы интересно провели лето. Из них 30 человек ездили на Черное море, в санаторий - в 4 раза больше, чем на море. В лагере отдыхало - в 2 раза меньше, чем в санатории. А в турпоход сходило столько учащихся, сколько отдыхало в санатории и лагере вместе. Сколько учеников в школе?

3. а) Задайте общим свойством множество С:

С= {Хлеб; масло; соль; крупа; перец; сыр; колбаса},

б) Запишите множество К чисел, кратных 3.

К={ }.

4. Решите примеры.

70 • 5= 63: 21= 630:7 =

90: 6= 88: 4= 560: 80 =

7. Подведение итогов урока

- Приведите примеры элементов пустого множества. (Лошади, пасущиеся на Луне; яблоки и груши, растущие на березе и т. п.)

Домашнее задание

Задание № 4. Пусть А = {0; 1; 2}. Какие из множеств В = (2; 0; 1}, С = {1; 0}, D = {3; 2; 110} равны множеству А, а какие ему не равны? Сделай записи и объясни их.

Методические рекомендации к уроку 3

Основной целью третьего урока является формирование способности к, усвоению равенства множеств, знакомство с понятием пустого множества и его обозначением.

Понятие равенства множеств ничем не отличается от понятия равенства «мешков», с которым учащиеся встречались в первом классе. Равными называются множества, состоящие из одних и тех же элементов. Очевидно, равные множества могут отличаться лишь порядком их элементов, например: {а; b; с)= {с; а; b}

Смысл этого понятия раскрывается в № 1-7. Важно, чтобы, выполняя их, учащиеся обосновывали свои утверждения, а не просто называли ответ. Например, в упражнении № З первое равенство верно, так как оба множества состоят из одних и тех же элементов, но записанных в разном порядке. Поэтому рядом с равенством надо подчеркнуть слово «да» и зачеркнуть «нет». Второе равенство неверно, поскольку в множестве, записанном слева, лишний элемент «треугольник». Третье равенство верно, так как черный квадрат из первого множества поменялся на черный круг, и, значит, множества не равны [21, 8].

Упражнение № 4. Дети делают записи в тетради и устно дают пояснения:

А = В Множества А и В равны, так как они состоят из одних и тех же элементов: 0, 1 и 2.

А≠С Множества А и С не равны, так как в множестве А есть элемент 2, а в множестве С его нет.

А≠ D Множества А и D не равны, так как в множестве А нет элемента 3, а в множестве D он есть [21, 8].

Упражнение № 5. Каждый ребенок записывает в тетради свой вариант. Можно проговорить с ними, что различных вариантов составления множества А может быть всего 6, а различных вариантов составления множества В - бесконечно много [21, 8].

В упражнении № 6 следует обратить внимание на упорядоченный перебор вариантов:

{а, б, в} {б, а, в} {в, а, б)

{в, в,,6} {б, в, а} {в, б, а}

На первом месте последовательно записываются сначала а, потом б, потом в, и в каждом случае два остальных элемента переставляются [21, 8].

В № 7 ставится вопрос о числе элементов множества. Выясняется, что есть множества, содержащие всего лишь 1 элемент (множество хвостов у Мурки, множество носов у Пети) и даже не содержащие ни одного элемента (множество лошадей, пасущихся на Луне). В последнем случае множество называют пустым и обозначают символом:∅ [21, 8].

В № 8-9 отрабатывается понятие пустого множества. Дети должны обратить внимание на правильный наклон черты в его записи и на то, что это множество записывается без скобок (множество {∅} не является пустым, оно содержит 1 элемент) [21, 8].

Таким образом, правильное обозначение пустого множества в № 8 лишь второе:∅. Дома можно предложить учащимся придумать примеры равных и неравных множеств, пример пустого множества.

Заключение

Настоящее исследование посвящено методике преподавания элементов теории множеств в начальном курсе математики «Школа 2000...». В соответствии с поставленными задачами были сделаны следующие выводы:

1. Спецификой программы по математике «Школа 2000...» является то, что среди общих целей математического образования по программе «Школа 2000...» центральное место занимает развитие абстрактного мышления. Необходимой компонентой абстрактного мышления является логическое мышление – как дедуктивное, в том числе и аксиоматическое, так и продуктивное - эвристическое и алгоритмическое мышление.

В целом, представленная программа содержит довольно большой объем математического и, формально говоря, внематематического содержания. Следует, однако, иметь в виду, что изучаемый материал в определенном смысле разнороден, и изучение различных вопросов проводится, естественно, на разном уровне.

2. Экспериментальное исследование было направлено на выявление сформированности знаний, умений и навыков по теме «Множества». Базой для проведения констатирующего эксперимента была определена Никольская средняя школа №3. В эксперименте участвовали школьники 3 класса в количестве 15 человек. Обучение детей велось по программе «Школа 2000...».

Знания, умения и навыки выявлялись в процессе самостоятельной работы, целью которой было выявление знаний по теме: «Диаграмма Венна. Знаки ∈ и ∉».

Нами были выделены критерии и уровни сформированности выполнения заданий самостоятельной работы:

Высокий уровень выполнения заданий характеризовался правильностью выполнения задания; осознанностью выбора правильного варианта; обобщенностью знаний, то есть был способен перенести прием выполнения заданий на новые случаи; автоматизмом (ученик выполнял задание быстро); прочностью (сохранение навыков выполнения заданий на длительное время).

Для среднего уровня выполнения заданий самостоятельной работы характерно небольшое количество ошибок; ученик осознает на основе каких знаний сделано задание, однако не может самостоятельно объяснить, почему сделал именно так, а не иначе; ученик может правильно выполнить задание только в стандартных условиях; ученик не всегда выполняет задания быстро; навыки правильного выполнения заданий сохраняются на короткий срок.

Для низкого уровня выполнения заданий самостоятельной работы свойственно ученик неправильно выполняет то или иное здание, не осознавая правильность его выполнения; медленное выполнение заданий; отсутствие сформированности навыков выполнения заданий.

Таким образом, было выявлено, что младшие школьники обучающиеся по программе «Школа 2000...» имеют уровень знаний о множествах выше среднего и могут осознанно применять свои знания на практике.

Знакомство с множествами и операциями над ними имеет важное значение для дальнейшего изучения многих вопросов школьной программы по математике и вместе с тем способствует интенсивному развитию мыслительных операций и речи учащихся: дети постоянно должны сравнивать объекты, выявлять в них сходство и различие, классифицировать, строить обобщения, выражать в речи и обосновывать наблюдаемые свойства и отношения.

Данные разработки носят рефлексивный характер, предполагают использование наглядно-предметного и демонстрационного материала, базируясь на принципах деятельности, непрерывности и целостного представления о мире.

Обучение и контроль знаний учащихся осуществляется на основе принципов минимакса, комфортности и вариативности.

Список используемых источников

1. Актуальные проблемы методики обучения математике в начальных классах / под ред. М.И. Моро, A.M. Пышкало. - М.: Педагогика, 1977. - 358 с.

2. Артемов, А.К. Теоретические основы методики обучения математике в начальных классах / А.К. Артемова, Н.Б. Истомина. - М.: Владос, 1996. - 347 с.

3. Амонашвили, Ш.А. В школу - с шести лет / Ш.А. Амонашвили. - М.: Просвещение, 1986. - 258 с.

4. Амонашвили, Ш.А. Как живете, дети? / Ш.А. Амонашвили. – М.: Педагогика, 1987. - 214 с.

5. Бантова, М.А. Методика преподавания математики в начальных классах / М.А. Бантова, Г.В. Бельтюкова. - М.: Просвещение, 1984. - 258 с.

6. Бугрименко, Е.А. Руководство по оценке качества математических и

лингвистических знаний школьников. Методические разработки /Е.А. Бугрименко/ под ред. В.И. Слободчикова. - М.: Академия, 1993. - 266 с.

7. Давыдов, В.В. Проблемы развивающего обучения / В.В. Давыдов. – М.: Педагогика, 1986.- 189 с.

8. Давыдов, В.В. Психическое развитие в младшем школьном возрасте / под ред. А.В. Петровского. - М.: Наука, 1973. -256 с.

9. Истомина, Н.Б. Методические рекомендации к учебнику «Математика 3 класс» / Н.Б. Истомина. - М.: Проект, 1995. - 258 с.

10. Максимова, T.B. Поурочные разработки по математике. 3 класс. К

учебному комплекту Л.Г. Петерсон / Т.В. Максимова. - М.: ВАКО, 2004. -

400 с.

11. Маркова, А.К. Мотивация учения и ее воспитание у школьников / А.К. Марков, А.Б. Орлов, Л.М. Фридман. - М.: Просвещение, 1983. – 328 с.

12. Маркова, А.К. Формирование мотивации учения в школьном возрасте / А.К. Маркова. - М.: Просвещение, 1983. - 391 с.

13. Матюшкин, A.M. Проблемные ситуации в мышлении и обучении / А.М. Матюшкина. – М.: Педагогика, 1977, —214 с.

14. Менчинская, Н.А. Вопросы умственного развития ребенка / Н.А. Менчинская. в М.: Просвещение, 1970. —258 с.

15. Менчинская, Н.А. Проблемы учения и умственного развития школьника / П.А. Менчинская. - М.: Просвещение, 1989.-358 с.

16. Методика начального обучения математике / под ред. А.А. Столяра, В.Л. Дрозда. - Минск, 1988. - 322 с.

17. Моро, М.И. Методика обучения математике первых-третих классах / M.И. Моро, A.M. Пышкало. - М.: Просвещение, 1978.-222 с.

18. Обучение и развитие / под ред. Л.B. Занкова. - М.: Просвещение, 1975.-179 с.

19. Пиаже, Ж. Избранные психологические труды / Ж. Пиаже. - М.: Педагогика, 1969. - 258 с.

20. Пидкасистый, П.И. Самостоятельная познавательная деятельность школьников в обучении / П.И. Пидкасистый. - М.: Просвещение, 1980.-213 с.

21. Петерсон, Л.Г. Математика. 3 класс. Часть 1 / Л.Г. Петерсон. - М.: Баллас, 2001.- 112 с.

22. Петерсон, Л.Г. Математика. 3 класс. Часть 2 / Л.Г. Петерсон. - М.: Баллас, 2001.- 116 с.

23. Петерсон, Л.Г. Математика. 3 класс: методические рекомендации для учителей / Л.Г. Петерсон. - М.: Ювента, 2008. - 304 с.

24. Петерсон, Л.Г. Информационно-методическое письмо к работе по новым учебникам «Математика» / Л.Г. Петерсон // Начальная школа. - 1997. -№10.-С. 31-34.

25. Петерсон, Л.Г. Использование деятельного метода в работе по курсу «Школа 2000...» / Л.Г. Петерсон // Начальная школа. - 2000. - №10. - С. 5-12.

26. Петерсон, Л.Г. Программа «Учись учиться» по математике для 1-4 классов начальной школы по образовательной системе деятельностного метода обучения «Школа 2000…». – М.: УМЦ «Школа 2000…», 2007. – 112с.

27. Рубинштейн, СЛ. Проблемы общей психологии / С.Л. Рубинштейн. – М.: Просвещение, 1973. - 258 с.

28. Стрезикозин, В.П. Актуальные проблемы начального обучения В.П. Стрезикозин. - М.: Просвещение, 1976. - 352 с.

29. Суворова, Г.Ф. Совершенствование учебного процесса в малокомплектной начальной школе / Г.Ф. Суворов. - М.: Просвещение, 1980. - 321с.

30. Талызина, Н.Ф. Формирование познавательной деятельности младших школьников / Н.Ф. Талызина. - М.: Просвещение, 1978. - 259 с.

31. Труднев, В.П. Внеклассная работа по математике в начальной школе / В.П. Труднев. - М.: Педагогика, 1975. - 366 с.

32. Теоретические основы методики обучения математике в начальных

классах: пособие для студентов / под ред. Н.Б. Истоминой. — М.: Институт

практической психологии, 1996. - 224 с.

33. Фридман, Л.М. Психологическая наука - учителю / Л.М. Фридман, К.Н. Волков. - М.: Просвещение, 1985. - 247 с.

34. Фридман, Л.М. Логико-психологический анализ школьных учебных задач / Л.М. Фридман. - М.: Наука, 1977. - 329 с.

35. Фридман, Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе / Л.М. Фридман. - М.: Педагогика, 1983. - 141 с.

36. Цукерман, Г.А. Виды общения в обучении / Г.А. Цукерман. - Томск, 1993. - 320 с.

37. «Школа 2000...». Концепция и программы непрерывных курсов для общеобразовательной школы / под ред. А.А. Леонтьева. - М.: Баллас, 1997. - 208 с.

38. Эльконин, Д.Б. Избранные психологические труды / под ред. В.В. Давыдова, В.II. Зинченко. - М.: Педагогика, 1989. - 284 с.

39. Якиманская, И.С. Развивающее обучение / И.С. Якиманская. - М.: Просвещение, 1979. - 385 с.

40. Якиманская, И.С. Развитие пространственного мышления школьников / И.С. Якиманская. - М.: Просвещение, 1980. - 355 с.