**Дипломная работа**

**Особенности формирования понятия площади у младших школьников**

**ОГЛАВЛЕНИЕ**

[ВВЕДЕНИЕ](#_Toc193114589)

[ГЛАВА I. ПОНЯТИЕ ПЛОЩАДИ И ЕЕ ИЗМЕРЕНИЕ](#_Toc193114590)

[1.1 История развития понятия площади и ее измерения](#_Toc193114591)

[1.2 Площадь плоской фигуры и ее измерение](#_Toc193114592)

[ГЛАВА II. МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ ПОНЯТИЯ ПЛОЩАДИ И ЕЕ](#_Toc193114593)

[ИЗМЕРЕНИЯ В НАЧАЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ](#_Toc193114594)

[2.1 Методика формирования понятия площади и ее измерения у младших школьников](#_Toc193114595)

[2.2 Из опыта работы учителей по формированию](#_Toc193114596) [понятия площади](#_Toc193114597)

[2.3 Опытно-экспериментальная работа по изучению особенностей формирования понятия площади и ее измерения у младших школьников](#_Toc193114598)

[ЗАКЛЮЧЕНИЕ](#_Toc193114599)

[БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК](#_Toc193114600)

**ВВЕДЕНИЕ**

Изучение в курсе математики начальной школы геометрических величин и их измерений имеет большое значение в плане развития младших школьников. Это обусловлено тем, что через понятие геометрические величины описываются реальные свойства предметов и явлений, происходит познание окружающей действительности; знакомство с зависимостями между геометрическими величинами помогает создать у детей целостные представления об окружающем мире; изучение процесса измерения геометрических величин способствует приобретению практических умений и навыков, необходимых человеку в его повседневной деятельности. Кроме того знания и умения, связанные с геометрическими величинами и полученные в начальной школе, являются основой для дальнейшего изучения математики.

По традиционной программе в конце третьего (четвёртого) класса дети должны:

- знать таблицы единиц величин. Принятые обозначения этих единиц уметь применять эти знания в практике измерения и при решении задач;

- знать взаимосвязь между такими величинами, как периметр, площадь, единицы их измерения;

- уметь применять эти знания к решению текстовых задач;

- уметь вычислять периметр и площадь прямоугольника (квадрата). Результат обучения показывает, что дети недостаточно усваивают материал, связанный с геометрическими величинами: не различают геометрическую величину и единицу геометрической величины, допускают ошибки при сравнении величин, выраженных в единицах двух наименований, плохо овладевают измерительными навыками. Это связано с организацией изучения данной темы. В учебниках по традиционной программе недостаточно заданий, направленных на выяснение и уточнение имеющихся у школьников представлений об изучаемой геометрической величине, сравнение однородных геометрических величин, формирование измерительных умений и навыков, сложение и вычитание величин, выраженных в единицах разных наименований.

Таким образом, чтобы улучшить математическую подготовку детей по теме «Особенности формирования понятия площади у младших школьников», необходимо пополнить её новыми упражнениями из системы альтернативных программ.

Цель нашего исследования состоит в выявлении и влияния на эффективность обучения системы различных упражнений на уроках математики по теме «Особенности формирования понятия площади у младших школьников».

Объектом исследования является процесс изучения понятия измерения площади младшими школьниками.

Предметом исследования являются особенности формирования понятия площади и ее измерения у младших школьников на уроках математики.

Гипотеза исследования: учебная деятельность при изучении темы «Особенности формирования понятия площади и ее измерения у младших школьников», организованная с помощью системы альтернативных программ.

Задачи исследования:

1) Изучить математико-методическую литературу по теме «Особенности формирования понятия площади и ее измерения у младших школьников»;

2) Изучить педагогически и методическую литературу по вопросу альтернативных программ;

3) Выявить влияние использования системы упражнений альтернативной программы на качество знаний и умений учащихся.

Методы исследования:

1) Анализ;

2) Наблюдение;

3) Обобщение;

4) Систематизация.

Этапы исследовательской работы:

1) определение области, проблемы, темы, цели, задачи, объекта и предмета исследования, выдвижение, гипотезы (сентябрь - октябрь 2006 г.);

2) изучение и анализ литературы по теме исследования и оформление теоретической части (ноябрь - январь 2006-07 гг.);

3) определение базы исследовательской работы, проведение опытно-экспериментальной работы (февраль - март 2007 г.);

4) анализ, обобщение результатов исследования, составление рекомендации и оформление дипломной работы (начало апреля 2007 г.);

5) составление списка литературы, оформление титульного листа (конец апреля 2007 г.).

Методологической основой исследования является положение отечественной педагогики, сформулированной в научных трудах педагогов и психологов Истоминой Н.Б., Петерсона Л.Г., Занкова Л.В. и другие.

Научная новизна исследования заключается в выявлении, и поиски новых подходов и методов изучения геометрических величин по альтернативным программам.

Теоретическая значимость заключается в изучении, анализе литературы, выявление эффективных методов, приемов и систематизации формирования понятия площади и ее измерения у младших школьников.

Практическая значимость заключается в том, что материалами исследования могут воспользоваться студенты, учителя начальных классов, методисты, работающие в отделах образования.

Работа состоит из введения, двух глав, выводов, заключения, библиографического списка.

**ГЛАВА I. ПОНЯТИЕ ПЛОЩАДИ И ЕЕ ИЗМЕРЕНИЕ**

**1.1 История развития понятия площади и ее измерения**

Зарождение геометрических знаний, связанных с измерением площадей, теряется в глубине тысячелетий.

Еще 4 – 5 тыс. лет назад вавилоняне вычисляли площади земельных участков, имеющих форму прямоугольника и трапеции, в квадратных единицах. Единицей измерения площади издревле использовали квадрат, так как именно квадрат обладает замечательными свойствами: равные стороны, равные и прямые углы; квадрат имеет ось и центр симметрии и совершенство формы. Квадраты легко строить, и ими можно покрыть без просветов фигуры любой формы.

Около 4 000 лет назад египтяне определяли площадь прямоугольника, параллелограмма, треугольника и трапеции теми же приемами, как и мы. То есть, чтобы определить площадь прямоугольника, умножали длину на ширину; чтобы найти площадь треугольника, основание треугольника делили пополам и умножали на высоту. А для нахождения площади трапеции сумму параллельных сторон делили пополам и умножали на высоту. Площадь многоугольника находили разбиением его на прямоугольники, треугольники и трапеции.

Египтяне использовали и иные, которые позволяли быстрее измерять площадь земельного участка путем только обхода его по границам, но результат измерения получался с некоторой погрешностью. Так, площадь равнобедренного треугольника вычисляли по формуле

S=,

где а – боковая сторона, b – основание треугольника. Совершаемая при этом ошибка тем меньше, чем ближе к 90о угол α между сторонами а и b.

Так как из современной формулы

S= sin α D

нам известно, что при α=90о sin 90о=1, S=. Египтяне также пользовались для вычисления площади четырехугольника ABCD формулой

S= . .

При вычислении площади четырехугольников по этой формуле допускалась ошибка. Она минимальна, когда углы четырехугольника близки к прямым. А в случае прямоугольника результат получается точный, так как из формулы

SABCD= AB+CD . AD+BC при AB=CD и AD=BC

получим

SABCD= 2AB. 2AD = AВ АD.

А в случае параллелограмма эта формула дает ощутимую погрешность.

 **С С**

**A D А D**

Согласно египетской формуле площади параллелограммов, указанных на рис. 3 и 4, примем равными площадями прямоугольников, построенных на сторонах АD. Заштрихованные площади показывают величину допущенной ошибки в определении площади параллелограмма в двух различных случаях. Если угол СВА параллелограмма по величине далек от прямого, то ошибка может оказаться незначительной.

В математических трудах Евклида, Герона, Брахмагупты и других известно, что по вопросам измерения площадей греки и индусы пошли далеко вперед по сравнению с египтянами и вавилонянами. В своих «Началах» Евклид не применял слово «площадь», так как он под словом «фигура» понимает часть плоскости, ограниченную той или иной замкнутой линией, и под понятием фигуры подразумевал и ее площадь. Евклид результат измерения площади не выражает числом, сравнивает площади различных фигур между собой. Евклид также занимается вопросами превращения одних фигур в равновеликие им фигуры, оперируя при этом не числами, а самими площадями.

С формулой Герона

S= р(р-а)(р-b)(р-с), где р=а+b+с

учащиеся знакомы. А индийский математик Брахмагупта (598 - 660) хотел вывести подобную формулу для вычисления площади четырехугольника. Если обозначим площадь четырехугольника через S, его полупериметр через р, а стороны – через а, b, с и d, то Брахмагупта принимал S= р(р-а)(р-b)(р-с)(р-d), но не доказал.

Формула Брахмагупта верна для прямоугольника, так как только в прямоугольниках р-а=b и р-b=а. Поэтому

S= р(р-а)(р-b)(р-с)(р-d)= (р-а)2(р-b)2=(р-а)(р-b)

так как а=с, b=d. Так как р-а=b, р-b=а, то получим S=аb.

Формула Брахмагупта верна не для любого четырехугольника. Она применима для равнобедренной трапеции и для вписанных в круг четырехугольников, диагонали которых взаимно перпендикулярны. Сам Брахмагупта был осторожен в применении своей формулы и пользовался ею только для определения площадей выше указанных фигур. Его формула, хоть и давала лишь приближенное значение истинного размера площади любого четырехугольника, облегчала измерение площадей земельных участков, так как обход участка по периметру и его измерение – задача несложная.

Задачи деления площадей фигур с помощью пересекающих их прямых и превращение одной фигуры в другую путем разрезания и пересоставления новых фигур из полученных частей заинтересовали греческих математиков, так как землемерие и архитектурные работы выдвигали задачи такого содержания. На рисунке видно деление пополам площади треугольника прямой, проходящей через одну из его вершин. Площадь треугольника разделяется медианой на две равные части, так как 1+2=1׳+2׳.

Одной из самых простых и удобных фигур для измерения площадей является квадрат.

 I

 2 2׳

 1 1׳

Поэтому математики издавна стремились превращать любую фигуру в равновеликий ей квадрат. Например, решали задачу о построении треугольника, равновеликого данному многоугольнику, и квадрата, равновеликого полученному треугольнику и т.д. Для решения аналогичных задач данный многоугольник разбивали на треугольники, так как всякий треугольник можно превратить в параллелограмм. При этом основание параллелограмма должно равняться основанию треугольника, а высота параллелограмма – половине высоты треугольника (рис. 6). Для этого достаточно провести среднюю линию треугольника.

Параллелограмм превращали в равновеликий ему прямоугольник, а прямоугольник в равновеликий ему квадрат.

 II

 I

 III

 III

 I

 II

III

 I

II

Первые сведения об измерении площадей и расстояний на Руси относятся к XI веку. В Государственном Эрмитаже хранится камень с надписью: «В лето 6576 Глеб князь мерил морем по льду от Тмутороканя до Корчева 14 тысяч сажен». В этой записи говорится об измерении в 1068 году расстояния между городами Тамань и Керчь через Керченский пролив по льду.

Древние математики Египта и Индии необоснованно переносили на общий случай правила вычисления площадей, верные в некоторых частных случаях. На Руси XI – XVI веках тоже пошли путем обобщения правил. Во второй половине XVI в. возросшие потребности в измерении земли, развитие артиллерийского дела и строительство городов привели к необходимости создания рукописей геометрического содержания. В 1551 г. царь Иван IV послал людей «описать и смерить государство». К сожалению, рукописи Древней Руси до нас не дошли. Автор «Истории Российской с древнейших времен» В.Н. Татищев (1686 - 1750) писал: «Я читал наказ, данный в 1556 г. писцам о том, как следует измерять землю». К наказу прилагались «землемерные начертания», то есть чертежи. Наказ бесследно исчез. Пропали также «Математические рукописи XVII века», хранившиеся в семье писателя и историка Н.М. Карамзина (1766 - 1826).

Первой из сохранившихся рукописей, в которых излагаются правила измерения площадей, была «Книга сошного письма», самый древний экземпляр, который относится к 1629 году, хотя имеются указания, что оригинал был составлен при Иване Грозном в 1556 году. В этой книге имеется глава «О земном верстании, как земля верстать». В ней, к сожалению, содержится много ошибочного материала в способах измерения площадей. Возможно, они появились в результате искажений во время переписывания от руки. Приходится признать, что уровень знаний был невысоким, хотя не хочется считать россиян шестнадцатого и семнадцатого столетий менее грамотными, чем древние египтяне. Тем более ярким подтверждением тому служат исключительные по красоте архитектурные памятники того времени, такие, как собор Василия Блаженного, построенный в 1553-1560 г.г. при Иване Грозном русскими «мастерами каменных дел Постником, Яковлевым и Бармой.

Были и веские причины, задержавшие распространение математических знаний на Руси. В ХV в. были царские оглашения «О запрещении книг, вывезенных с Запада», в одном из которых даже говорилось, что «богомерзостен перед богом всякий, кто любит геометрию».

 Лишь при Петре I в 1701 году открыли в Москве «Математические и навигатские, то есть Мореходно-хитростных наук школу». В программу обучения включили преподавание арифметики, алгебры, геометрии и тригонометрии. Эти науки преподавал выписанный из-за границы профессор-математик Форварсон и математик-самоучка Леонтий Магницкий. С того времени основы геометрии как науки проникли к нам в Россию. Именно а начале ХVIII века под редакцией Форварсона были переведены на русский язык и изданы «Начала» Евклида.

Так какие же конкретно ошибки допускали в измерении площадей на Руси?

В выше упомянутой книге «О земном верстании, как земля верстать» собраны правила измерения площадей различных фигур и приведены примеры, как ими пользоваться. Но выводов и доказательств этих правил нет. Площадь прямоугольника вычисляли путем выделения из него наибольшего квадрата, а площадь оставшейся части прямоугольника вычисляли определением, какую долю наибольшего квадрата она составляет (рис. 9).

Как примитивен этот способ по сравнению с вычислением площади прямоугольника умножением длины его на ширину!

А чтобы найти площадь трапеции, полусумму оснований умножали на большее основание.

а 2 8 В С

 а2 а2 а2

 2 8

а аа

 А D

Например, площадь трапеции ABCD при AB=CD по этому правилу равна S= AB+CD. AD (рис. 10).

По-видимому, здесь допущена ошибка при переписывании рукописи. В более поздних рукописях площадь трапеции выражается произведением полусуммы оснований на «хобот», а «хоботом» называли боковую сторону трапеции. Этот способ тоже неверный, однако более близкий к истинной величине.

При вычислении площади треугольника по правилу, указанному в книге «О земном верстании, как земля верстать», произведение большей и меньшей сторон треугольника делили на два, что, естественно, дает лишь приближенное значение истинной площади.

В Древней Руси при вычислении площадей допускали еще одну грубейшую ошибку, полагая, что «фигуры с равными периметрами имеют равные площади». Это предположение неверно ни для одной фигуры, даже если они имеют равные стороны. Например, при равенстве сторон квадрата сторонам ромба площадь квадрата больше площади ромба, так как высота ромба короче его стороны. Докажем это.

Пусть сторона квадрата и сторона ромба равны а.

 В а С

h

а а

y

а А Е D

Площадь квадрата

Sкв.=а2

а площадь ромба

Sромба=аh

Из прямоугольного треугольника

АВЕ h=ВЕ=а sin А

Отсюда

Sромба=а.аsinА=а2sinА

Таким образом, правила, верные для конкретных фигур, неприменимы в более общих случаях.

 2 1 см

3 см 3 см 2 1 см

Возьмем квадрат и равносторонний треугольник с равными периметрами (рис. 12). Для сравнения вычислим площадь равностороннего треугольника с периметром 9 см по формуле

S= а2sin α, получим

S=.32.sin60о=.≈9.1,7 ≈3,8=4(см2).

Сторона квадрата с периметром тоже 9 см равна 2см, а площадь

S=(2 )2=()2=≈5(cм2).

Как видите, площади не равны. Следовательно, нельзя делать вывод о равенстве площадей фигур с равными периметрами.

На ошибках учатся – гласит народная мудрость. Многократно ошибаясь и исправляя собственные ошибки, человек достиг современной высокой культуры вычислений.

**1.2 Площадь плоской фигуры и ее измерение**

Каждый человек представляет, что такое площадь комнаты, площадь участка земли, площадь поверхности, которую надо покрасить. Он также понимает, что земельные участки одинаковы, то площади их равны; что площадь квартиры складывается из площади комнат и площади других помещений.

Это обыденное представление о площади используется при ее определении в геометрии, где говорят о площади фигуры. Но геометрические фигуры устроены по-разному, и поэтому, когда говорят о площади, выделяют определенный класс фигур. Например, рассматривают площадь многоугольника и др.

Так же, как и при рассмотрении длины отрезка и величины угла, будем использовать понятие «состоять из», определяя его следующим образом:

a)

Рис.1

F

F2

F1

F1

F2

б)

фигура состоит (составлена) из фигур  и , если она является их объединением и у них нет общих внутренних точек. В этой же ситуации можно говорить, что фигура  разбита на фигуры  и . Например, о фигуре , изображенной на рисунке 1,а, можно сказать, что она состоит из фигур  и , поскольку они не имеют общих внутренних точек. Фигуры  и  на рисунке 1,б имеют общие внутренние точки, поэтому нельзя утверждать, что фигура  состоит из фигур  и . Если фигура  состоит из фигур  и , то пишут:

.

Определение. Площадью фигуры называется положительная величина, определённая для каждой фигуры так, что:

1. равные фигуры имеют равные площади;
2. если фигура состоит из двух частей, то её площадь равна сумме площадей этих частей.

Чтобы измерить площадь фигуры, нужно иметь единицу площади. Как правило, такой единицей является площадь квадрата со стороной, равной единичному отрезку. Условимся площадь единичного квадрата обозначать буквой , а число, которое получается в результате измерения площади фигуры-. Это число называют численным значением площади фигуры  при выбранной единице площади . Оно должно удовлетворять условиям:

1. Число  - положительное.
2. Если фигуры равны, то равны численные значения их площадей.
3. Если фигура  состоит из фигур  и , то численное значение площади фигуры равно сумме численных значений площадей фигур  и .
4. При замене единицы площади численное значение площади данной фигуры  увеличивается (уменьшается) во столько же раз, во сколько новая единица меньше (больше) старой.
5. Численное значение площади единичного квадрата принимается равным 1, т.е. .
6. Если фигура  является частью фигуры , то численное значение площади фигуры  не больше численного значения площади фигуры

, т.е. .

В геометрии доказано, что для многоугольников и произвольных плоских фигур такое число всегда существует и единственно для каждой фигуры.

Фигуры, у которых площади равны, называются равновеликими.

Формулы для вычисления площади прямоугольника, треугольника, параллелограмма были выведены давно. В геометрии их обосновывают, исходя из определения площади, при этом численное значение длины отрезка – длиной.

Теорема. Площадь прямоугольника равна произведению длин соседних его сторон.

Напомним, что слово «площадь» в этой формулировке означает численное значение площади, а слово «длина» - численное значение длины отрезка.

Доказательство. Если - данный прямоугольник, а числа ,-длины его сторон, то



Докажем это. Пусть  и - натуральные числа. Тогда прямоугольник  можно разбить на единичные квадраты (рис.2):



Всего их , так как имеем  рядов, в каждом из которых  квадратов. Отсюда



a

E

F

b

Рис.2

Пусть теперь  и - положительные рациональные числа:

, 

где - натуральные числа. Приведем данные дроби к общему знаменателю:

, 

Разобьем сторону единичного квадрата  на  равных частей. Если через точки деления провести прямые, параллельные сторонам, то квадрат  разделится на  более мелких квадратов. Обозначим площадь каждого такого квадрата . Тогда



а поскольку

, то .

Так как , , то отрезок длиной  укладывается на стороне  точно  раз, на стороне - точно  раз. Поэтому данный прямоугольник  будет состоять из  квадратов . Следовательно,



Таким образом доказано, что если длины сторон прямоугольника выражены положительными рациональными числами  и , то площадь этого прямоугольника вычисляется по формуле .

Случай, когда длины сторон прямоугольника выражаются положительными действительными числами, мы опускаем.

Из этой теоремы вытекает следствие: площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов.

Теорема. Площадь параллелограмма равна произведению его стороны на высоту, проведенную к этой стороне.

Доказательство. Пусть - параллелограмм, не являющийся прямоугольником (рис.3). Опустим перпендикуляр  из вершины  на прямую . Тогда .

F3

D

F

A

B

C

F1

E

Рис.3

F2

Опустим перпендикуляр  из вершины  на прямую . Тогда



Так как треугольники  и  равны, то равны и их площади. Отсюда следует, что , т.е. площадь параллелограмма  равна площади прямоугольника  и равна , а так как , то .

Из это теоремы вытекает следствие: площадь треугольника равна половине произведения его стороны на проведенную к ней высоту.

Заметим, что слова «сторона» и «высота» в данных утверждениях обозначают численные значения длин соответствующих отрезков.

Теорема. Площадь правильного многоугольника равна половине произведения его периметра на радиус вписанной окружности.

Если периметр правильного многоугольника обозначить буквой , радиус вписанной окружности - , а площадь правильного многоугольника - , то, согласно данной теореме,



Доказательство. Разобьем правильный -угольник на  треугольников, соединяя отрезками вершины -угольника с центром вписанной окружности.

Эти треугольники равны. Площадь каждого из них равна



где - сторона правильного -угольника . Тогда площадь многоугольника равна



но . Следовательно,



Если -произвольный многоугольник, то его площадь находят, разбивая многоугольник на треугольники (или другие фигуры, для которых известны правила вычисления площади). В связи с этим возникает вопрос: если один и тот же многоугольник по-разному разбить на части и найти их площади, то будут ли полученные суммы площадей частей многоугольника одинаковыми? Доказано, что условиями, сформулированными в определении площади, площадь всякого многоугольника определена однозначно.

Кроме равенства и равновеликости фигур в геометрии рассматривают отношение равносоставленности. С ним связаны важные свойства фигур.

Многоугольники  и  называются равносоставленными, если их можно разбить на соответственно равные части.

Например, равносоставлены параллелограмм  и прямоугольник (рис.3), так как параллелограмм состоит из фигур  и , а прямоугольник – из фигур  и , причем .

Нетрудно убедиться в том, что равносоставленные фигуры равновелики.

Венгерским математиком Ф.Бойяи и немецким любителем математики П.Гервином была доказана теорема: любые два многоугольника равносоставлены. Другими словами, если два многоугольника имеют равные площади, то их всегда можно представить состоящими из попарно равных частей.

 P K T L M

B

A D C

Рис. 4

Теорема Бойяни - Гервина служит теоретической базой для решения задач на перекраивание фигур: одну разрезать на части и сложить из нее другую. Оказывается, что если данные фигуры многоугольные и имеют одинаковые площади, то задача непременно разрешима.

Доказательство теоремы Бойяи-Гервина достаточно сложное. Мы докажем только утверждение о том, что всякий треугольник равносоставлен с некоторым прямоугольником, т.е. всякий треугольник можно перекроить в равновеликий ему прямоугольник.

Пусть дан треугольник  (рис.4). Проведем в нем высоту  и среднюю линию . Построим прямоугольник, одной стороной которого является , а другая лежит на прямой . Так как пары треугольников  и , а также  и  равны, то треугольник  и прямоугольник  равносоставлены.

Мы выяснили, что вычисление площади многоугольника сводится по существу к вычислению площадей треугольников, на которые можно разбить этот многоугольник. А как находить площадь произвольной плоской фигуры? И что представляет собой число, выражающее эту площадь?

Q

P

F

Рис.6

Пусть  - произвольная плоская фигура. В геометрии считают, что она имеет площадь , если выполняются следующие условия: существуют многоугольные фигуры, которые содержатся в  (назовем их объемлющими); существуют многоугольные фигуры, которые содержаться в  (назовем их входящими); площадь этих многоугольных фигур как угодно мало отличаются от . Поясним эти положения. На рисунке 6 показано, что фигура  содержит фигуру , т.е. -объемлющая фигура, а фигура  содержится в , т.е. - входящая фигура. На теоретико-множественном языке это означает, что  и, следовательно, можно записать, что



Если разность площадей объемлющей и входящей фигур может стать как угодно малой, то как установлено в математике, существует единственное число , удовлетворяющее неравенству  для любых многоугольных фигур  и . Данное число и считают площадью фигуры .

Этими теоретическими положениями пользуются, например, когда выводят формулу площади круга. Для этого в круг  радиуса  вписывают правильный -угольник , а около окружности описывают правильный -угольник . Если обозначить символами  и  площади этих многоугольников, то будем иметь, что , причем при возрастании числа сторон вписанных и описанных многоугольников площади  будут увеличиваться, оставаясь при этом меньше площади круга, а площади  будут уменьшаться, но оставаться больше площади круга.

Площадь правильного -угольника равна половине произведения его периметра на радиус вписанной в него окружности. При возрастании числа его сторон периметр стремится к длине окружности , а площадь - к площади круга. Поэтому



Для приближенного измерения площадей плоских фигур можно использовать различные приборы, в частности, палетку.

Палетка- это прозрачная пластина, на которой нанесена сеть квадратов. Сторона квадрата принимается за 1, и чем меньше эта сторона, тем точнее можно измерить площадь фигуры.

Накладываем палетку на данную фигуру . Квадраты, которые целиком лежат внутри , образуют многоугольную фигуру ; квадраты, имеющие с фигурой  общие точки и лежащие внутри фигуры , образуют многоугольную фигуру  (рис.7). Площади и  находят простым подсчетом квадратов. За приближенное значение площади фигуры  принимается среднее арифметическое найденных площадей:



В начальном курсе математики учащиеся измеряют площади фигур с помощью палетки таким образом: подсчитывают число квадратов, которые лежат внутри фигуры , и число квадратов, через которые проходит контур фигуры; затем второе число делят пополам и прибавляют к первому. Полученную сумму считают площадью фигуры .

Нетрудно обосновать эти действия. Пусть  – число квадратов, которые поместились внутри фигуры , а  – число квадратов через которые проходит контур. Тогда , а

. И значит, 

Палетка позволяет измерить площадь фигуры  с определенной точностью. Чтобы получить более точный результат, нужно взять палетку с более мелкими квадратами. Но можно поступить иначе: наложить одну и ту же палетку на фигуру по- разному и найти несколько приближенных значений площади фигуры . Их среднее арифметическое может быть лучшим приближением к численному значению площади фигуры .

**ГЛАВА II. МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ ПОНЯТИЯ ПЛОЩАДИ И ЕЕ**

**ИЗМЕРЕНИЯ В НАЧАЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ**

**2.1 Методика формирования понятия площади и ее измерения у младших школьников**

В начальных классах рассматриваются величины: длина, площадь, масса, емкость, время и др. Учащиеся должны получить конкретные представления об этих величинах, ознакомиться с единицами их измерения, овладеть умениями измерять величины, научиться выражать результаты измерения в различных единицах, выполнять арифметические действия над величинами.

Изучение величин имеет большое значение, так как понятие величины является важнейшим понятием математики. Каждая изучаемая величина — это некоторое обобщенное свойство реальных объектов окружающего мира. Упражнения в измерениях развивают пространственные представления, вооружают учащихся важными практическими навыками, которые широко применяются в жизни. Следовательно, изучение величин — это одно из средств связи обучения с жизнью.

Величины рассматриваются в тесной связи с изучением натуральных чисел и дробей: обучение измерению связывается с обучением счету; новые единицы измерения вводятся вслед за введением соответствующих счетных единиц; арифметические действия выполняются над натуральными числами и над величинами. Измерительные и графические работы как наглядное средство используются при решении задач. Таким образом, изучение величин способствует усвоению многих вопросов курса математики.

Прежде всего площадь выделяется как свойство плоских предметов среди других их свойств. Уже дошкольники сравнивают предметы по площади (не называя само слово «площадь») и правильно устанавливают отношения «больше», «меньше», «равно» («одинаково»), если сравниваемые предметы очень резко отличаются друг от друга или совершенно одинаковые. При этом дети пользуются наложением предметов или сравнивают их на глаз, сопоставляя предметы по занимаемому месту на столе, на земле, на листе бумаги и т. п. Например, лист березы меньше, чем лист клена, каток у школы больше, чем у нашего дома, все блины одинаковые — не больше и не меньше и т. п. Однако, сравнивая предметы, у которых форма различна, а различие площадей не очень четко выражено, дети испытывают затруднения. В этом случае они заменяют сравнение по площади сравнением по длине или по ширине предметов, т. е. переходят на линейную протяженность, особенно в тех случаях, когда по одному из измерений предметы сильно отличаются друг от друга.

В процессе изучения геометрического материала сначала у детей уточняются представления о площади как о свойстве плоских геометрических фигур. Более четким становится понимание того, что фигуры могут быть различными и одинаковыми по площади. Этому способствуют упражнения на вырезывание фигур из бумаги, черчение и раскрашивание их в тетрадях и т. п. В процессе решения задач с геометрическим содержанием (например, составление фигур из заданных частей, вычленение различных фигур на сложном чертеже и т. п.) учащиеся знакомятся с некоторыми свойствами площади. Они убеждаются, что площадь не изменяется при изменении положения фигуры на плоскости (фигура не становится ни больше, ни меньше). Дети многократно наблюдают соотношение между всей фигурой и ее частями (часть меньше целого), упражняются в составлении различных по форме фигур из одних и тех же заданных частей (т. е. построении равносоставленных фигур). Учащиеся постепенно накапливают представления о делении фигур на неравные и равные части, сравнивая наложением полученные части.

Ознакомление с площадью можно провести так:

«Посмотрите на фигуры, прикрепленные к доске (рис. 62), и скажите, какая из них занимает больше всех места на доске (квадрат АМКЭ занимает места больше всех фигур). В этом случае говорят, что площадь квадрата больше, чем площадь каждого треугольника и квадрата СОМВ. Сравните площадь треугольника ЛВС и квадрата АМКй (площадь треугольника меньше, чем площадь квадрата). Посмотрите, я сравню эти фигуры наложением — треугольник занимает только часть квадрата, значит, действительно площадь его меньше площади квадрата. Сравните на глаз площадь треугольника ЛВС и площадь треугольника БОЕ (у них площади одинаковые, они занимают одинаковое место на доске, хотя расположены по-разному). Проверьте наложением».

Аналогично сравниваются по площади другие фигуры, а также предметы окружающей обстановки.

Однако не всегда так легко установить, какая из двух фигур имеет большую (меньшую) площадь или они одинаковы по площади. Чтобы показать это учащимся, можно предложить им сравнить вырезанные из бумаги прямоугольник и квадрат, ЮЯ значительно отличающиеся по площади, например: размеры квадрата 4×4 дм, а прямоугольника 5×3 дм, при этом фигуры с обратной стороны разбиты на квадратные дециметры.

1см 3 см

Сначала учащиеся пытаются сравнить эти фигуры на глаз, а тик же путем наложения. Однако оба способа не помогают детям решить вопрос убедительно. Выслушав различные предположения, учитель поворачивает фигуры той стороной, на которой сделана разбивка на квадраты, и предлагает сосчитать, сколько одинаковых квадратов содержит каждая фигура. На этой основе дети устанавливают, площадь какой фигуры больше, I какой — меньше. Аналогичные упражнения на сравнение площади фигур, составленных из одинаковых квадратов1, выполняются по учебнику, а также по чертежам, данным на доске. Дети убеждаются в том, что если фигуры состоят из одинаковых квадратов, то площадь той фигуры больше (меньше), которая содержит больше (меньше) квадратов. Полезно на этом же уроке рассмотреть такой случай, когда разные по форме фигуры имеют одинаковую площадь, так как содержат одинаковое число квадратов (например, квадрат—16 кв. ед. и прямоугольник—16 кв. ед.). На последующих уроках включаются упражнения на подсчет квадратов, содержащихся в заданных фигурах, предлагается начертить в тетрадях фигуры, которые состоят из заданного числа квадратов (клеточек тетради). В процессе таких упражнений начинает формироваться понятие о площади как о числе квадратных единиц, содержащихся в геометрической фигуре.

На следующем этапе учащихся знакомят с первой единицей площади — квадратным сантиметром. Учащиеся чертят в тетрадях, вырезают из бумаги в клеточку квадраты со стороной 1 см. Учитель сообщает: «Это единица площади — квадратный сантиметр».

Используя бумажные модели квадратного сантиметра, дети составляют из них различные геометрические фигуры и находят подсчетом их площадь (рис. 63). Сравнивая площади составленных фигур, дети еще раз убеждаются, что площадь той фигуры больше (меньше), которая содержит больше (меньше) квадратных сантиметров. Площади фигур, содержащих одинаковое число квадратных сантиметров, равны, хотя фигуры могут не совмещаться при наложении. Эффективен на этом этапе прием сопоставления знакомых детям величин—длины отрезка и площади фигуры, который помогает предупредить смещение этих величин. Выполняя конкретные упражнения, обнаруживают некоторое сходство и существенное различие этих величин: сантиметр — единица длины; квадратный сантиметр— единица площади; длина отрезка — число сантиметров, которые содержатся в данном отрезке; площадь фигуры — число квадратных сантиметров, содержащихся в этой фигуре.

В дальнейшем наглядное представление о квадратном сантиметре и понятие о площади фигур закрепляются. Включаются упражнения на нахождение площади фигур, разбитых на квадратные сантиметры. Предлагается при подсчете квадратных сантиметров группировать их по рядам или столбцам, чтобы ускорить нахождение их общего числа. Рассматриваются и такие фигуры, которые наряду с целыми квадратными сантиметрами содержат и нецелые — половины, а также доли больше или меньше, чем половина квадратного сантиметра.

Следует также ознакомить учащихся с нахождением приближенной площади фигуры таким способом: сосчитать все нецелые квадратные сантиметры и общее число их разделить на два, затем полученное число сложить с числом целых квадратных сантиметров, которые содержатся в данной фигуре.

Для нахождения площади геометрических фигур, не разделенных на квадратные сантиметры, используют палетку. Палетка— это прозрачная пластинка, разбитая на равные квадраты. Сетка может быть нанесена на кальку или состоять из нитей, натянутых на рамку. На данном этапе используют палетку, каждое деление которой равно квадратному сантиметру. Полезно такую палетку изготовить с детьми на уроке труда (рис. 66). Наложив палетку па геометрическую фигуру, подсчитывают число целых и нецелых квадратных сантиметров, которые в ней содержатся. Для нахождения площади фигур, начерченных в тетрадях, в качестве палетки используют разлиновку тетрадей. Каждый раз подчеркивают, что найденная площадь равна приблизительно такому-то числу (около 20 кв. см, приблизительно 15 кв. см).

В это же время приступают к сопоставлению площади и периметра многоугольников с тем, чтобы дети не смешивали эти понятия, а в дальнейшем четко различали способы нахождения площади и периметра прямоугольника. Выполняя, практические упражнения с геометрическими фигурами, дети подсчитывают число квадратных сантиметров и тут же измеряют периметр многоугольника в сантиметрах.

На следующем этапе учащиеся знакомятся с приемом вычисления площади прямоугольника (квадрата). Сначала рассматривают прямоугольники, которые уже разделены на квадратные сантиметры. Их площадь находят путем подсчета квадратных сантиметров в одном ряду, а затем полученное число умножают на число рядов. Например, если в одном ряду 6 кв. см, а таких рядов 5, то площадь равна 6-5, т. е. 30 кв. см. Очень важно при этом установить соответствие между длиной прямоугольника и числом квадратных сантиметров, прилегающих к длине; шириной прямоугольника и числом рядов. Например, если в ряду 6 кв. см, то длина прямоугольника 6 см, а если рядов 5, то ширина прямоугольника 5 см.

Затем дети чертят прямоугольник по заданным длинам сторон, разбивают его на ряды, а один ряд на квадраты и снова убеждаются в соответствии: если длина 4 см, то в одном ряду, прилегающем к этой стороне, содержится 4 кв. см, если ширина 3 см, то таких рядов оказывается 3. Число квадратных сантиметров равно произведению чисел 4 и 3 (рис. 67). Делается вывод: чтобы вычислить площадь прямоугольника, нужно знать его длину и ширину (в одинаковых единицах) и найти произведение этих чисел.

Сравнив разные способы нахождения площади, дети сами могут решить вопрос, что легче: измерить длину и ширину

прямоугольника и полученные числа перемножить или разбить прямоугольник на квадратные сантиметры и сосчитать их.

Далее включаются устные и письменные задания на вычисление площади прямоугольников (квадратов) и периметров этих фигур. Очень полезны упражнения в вычислении площади и периметра фигур, составленных из нескольких прямоугольников (рис. 68). Здесь учащимся приходится вычислять площади каждого прямоугольника, а затем находить их сумму, т. е. площадь заданной фигуры.

В процессе решения задач на вычисление площади и периметра прямоугольников следует показать, что фигуры, имеющие одинаковую площадь, могут иметь неодинаковые периметры, и что фигуры, имеющие одинаковые периметры, могут иметь неодинаковые площади. Например, это легко наблюдать при заполнении таблицы вида:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Длина | 7 см | 6 см | 5 см | 4 см |
| Ширина | 1 см | 2 см | 3 см | 4 см |
| Периметр | 16 см | 16 см | 16 см | 16 см |
| Площадь | 7 кв. см | 12 кв. см | 15 кв. см | 16 кв. см |

По таблице учащиеся чертят прямоугольники указанных размеров, вычисляют площадь и периметр и записывают их в таблицу. Наглядные иллюстрации помогают детям осознать наблюдаемые соотношения. Легко подметить, что наибольшую площадь при одинаковом периметре имеют прямоугольники с равными сторонами (квадраты). Аналогичную работу можно провести по наблюдению изменения периметра в зависимости от изменения длины сторон при одинаковой площади (например, прямоугольники со сторонами 12 см и 2 см, 8 см и 3 см, 6 см и 4 см).

Далее учащиеся знакомятся с квадратным дециметром. Как и при введении квадратного сантиметра, прежде всего формируется наглядный образ новой единицы: дети чертят на клетчатой бумаге квадрат со стороной 1 дм и затем вырезают его, составляют фигуры из нескольких квадратных дециметров, называя их площадь и периметр. Устанавливается отношение между квадратным дециметром и квадратным сантиметром. Учащиеся сами вычисляют площадь квадрата со стороной 1 дм в квадратных сантиметрах и записывают: 1 кв. дм=100 кв.см. Затем дети учатся заменять мелкие единицы крупными и наоборот. Решаются задачи на вычисление площади прямоугольников (квадратов) и фигур, составленных из прямоугольников, стороны которых заданы в дециметрах либо в дециметрах и сантиметрах.

На следующем этапе аналогично рассматривается квадратный метр. Обращается особое внимание на решение практических задач: измерение и вычисление площади пола в классе, коридоре, комнате, сравнение площадей помещений, имеющих одинаковую, положим, ширину и различную длину.

Наряду с решением задач на нахождение площади прямоугольника по данным длине и ширине решают обратные задачи на нахождение одной из сторон по известной площади и другой стороне прямоугольника. Площадь — это произведение чисел, полученных при измерении длины и ширины прямоугольника, значит, нахождение одной из сторон прямоугольника сводится к нахождению одного из множителей по произведению и другому множителю. Кроме простых задач, решаются и составные задачи, в которых наряду с площадью включается периметр, например: «Огород имеет форму квадрата, периметр которого 320 м. Чему равна площадь огорода?»

Изучение площади геометрических фигур продолжается в старших классах.

**2.2 Из опыта работы учителей по формированию**

**понятия площади**

Многолетний опыт наблюдения показывает, что учащиеся начальных классов и даже старших путают понятия периметр и площадь. Соответственно допускают ошибки при их вычислении и записи полученных единиц измерения.

Основная причина смешения этих понятий — слабое знание единиц измерения величин и отсутствие навыков практического применения.

У детей не сформировано очень важное понятие о том, что при любом измерении величин нужно сравнивать их с такой же величиной, принятой за единицу измерения. Дети лучше знают единицы длины, так как они изучают и применяют их в течение всех лет обучения в начальной школе начиная с I класса. Они часто используют инструменты для измерения длины на уроках математики, трудового обучения и в повседневной жизни. Учащиеся реально представляют натуральные размеры единиц длины в один сантиметр, дециметр, метр и хуже представляют натуральную величину километра. Это объясняется тем, что с данной единицей длины дети знакомятся на уроке в классе, а не на улице, где можно показать длину километра зрительно или пройти это расстояние. Единицами длины измеряется и вычисляется периметр геометрических фигур. Вначале это не вызывает затруднений, нет и ошибок при его нахождении.

Ошибки начинают появляться после изучения правила нахождения площади прямоугольника. Дети при определении периметра могут записать в ответе единицы площади, а при определении площади, наоборот, записать единицы длины. Причина смешения единиц длины и единиц площади — недостаточная работа учителя по формированию понятия площади, единиц площади и применению их для практического измерения площадей различных геометрических фигур прямоугольной формы. Дети часто формально заучивают правило вычисления площади, не представляя того, что путем умножения длины на ширину они находят число квадратных единиц.

В базовой школе Оршанского педучилища используется несколько иная методика изучения темы «Площадь прямоугольника». Выделяется специальный урок, на котором формируется понятие площадь, выполняются упражнения на сравнение площадей различных геометрических фигур. Рассмотрим фрагмент этого урока. Учитель берет любую геометрическую фигуру, вырезанную из картона, например квадрат, и проводит рукой по ее поверхности, проговаривая, что эту поверхность фигуры называют площадью. Таким образом, учитель показывает площади нескольких геометрических фигур. По просьбе учителя дети показывают рукой площади различных фигур из набора, лежащего у них на парте. Затем они показывают и называют площади различных предметов в окружающей обстановке класса: стола, доски, пола, двери и т. д. Когда учитель убедится, что дети правильно называют и показывают площади предметов и геометрических фигур, он приступает к сравнению площадей. Для этого у него и у детей имеется раздаточный материал: различные прямоугольники равной площади, но разного цвета и прямоугольники разной площади и разного цвета. Учитель берет два прямоугольника разного цвета и путем наложения сравнивает их. Дети делают вывод о равенстве площадей этих фигур.

Аналогичную работу дети проводят самостоятельно с дидактическим материалом. Затем учитель берет два прямоугольника с разными площадями и путем наложения сравнивает их. Дети делают вывод, что площади этих фигур разные. Такое сравнение дети выполняют самостоятельно на дидактическом материале и делают соответствующие выводы.

Можно попросить детей сравнить площади пола, дверей, классной доски и поверхности учительского стола.

Полезно выполнить на сравнение площадей такое упражнение.

Учитель вывешивает два прямоугольника разного цвета, но одинакового размера, Один из них разделен на 8 равных квадратов, а другой на 32 таких же квадрата. Учитель просит детей сначала сосчитать, на сколько квадратов разделен первый прямоугольник. Записывает результат счета на доске. Аналогичная работа проводится с другим прямоугольником. Затем дети по найденному числу квадратов сравнивают площади прямоугольников. Как правило, дети делают ошибочные выводы. Но неправильный вывод приводит к пониманию необходимости новых единиц для измерения площадей геометрических фигур.

Для измерения площади линейные единицы не пригодны, нужны новые единицы — единицы площади. По существующей методике детей сначала знакомят с квадратным сантиметром, затем через несколько уроков — с квадратным дециметром и еще через определенный промежуток времени — с квадратным метром. Дети видят эти единицы чаще всего как демонстрацию, как наглядность на уроке и очень редко применяют их для измерения площадей прямоугольников. Учитель на одном уроке знакомит детей с единицей площади и правилом вычисления площади через длину и ширину прямоугольника, т. е. через произведение линейных мер.

Для осознанного понимания необходимости единиц площади, для знакомства с ними мы выделяем специальный урок, на котором сразу знакомим с тремя единицами площади (квадратный сантиметр, квадратный дециметр, квадратный метр). Урок строим так.

Сначала повторяем единицы длины и соотношения между ними. Составляем таблицу мер длины и записываем ее на доске или в специальной таблице. Особо подчеркиваем, почему их называют линейными мерами. Затем предлагаем детям для решения проблемную задачу. Учитель вывешивает на доске квадрат и прямоугольник равной площади и предлагает сравнить площади этих фигур. Обычно дети берут линейки, измеряют длину и ширину каждой фигуры, но сравнить площади не могут. Здесь приходит на помощь учитель. Он говорит, что дети научились измерять длину и ширину линейными мерами, а измерять площадь еще не умеют, так как не знают единиц для измерения площади.

Знакомство с единицами площади нужно вести в сравнении с единицами длины, чтобы показать их различие. Для измерения небольших длин предметов используют сантиметр, для измерения небольших площадей применяют квадратный сантиметр. Квадрат со стороной один сантиметр и называется квадратным сантиметром. Учитель делает на доске запись — 1 см2. Дети берут модель квадратного сантиметра из своего дидактического материала (у каждого ребенка есть модели квадратного сантиметра (не менее 30 штук) для проведения практических работ).

Затем на этом же уроке учитель знакомит детей с квадратным дециметром. Он показывает квадрат из картона и просит измерить длину его стороны. Показ сопровождает вопросами: какая это фигура? Какова длина стороны квадрата? Как можно назвать эту единицу площади? Как записать ее?

Дети показывают модель квадратного дециметра из своего дидактического материала, зрительно запоминают его размеры.

Аналогично работа проводится при знакомстве детей с квадратным метром (модель квадратного метра показывается в натуральную величину). Дети должны видеть единицы площади в натуральную величину и их запись. Затем на уроке выполняется практическая работа. Под руководством учителя дети в тетрадях вычерчивают линейный сантиметр и под ним квадрат со стороной один сантиметр, линейный дециметр и квадрат со стороной один дециметр. Квадратный сантиметр и квадратный дециметр закрашивают яркими цветами.

В конце объяснения нового материала учитель спрашивает: какие площади удобнее измерять соответствующими единицам площади (показывает или называет предметы или геометрические фигуры, дети называют единицы площади).

Одновременное изучение трех единиц площади дает возможность использовать для демонстрации измерения площади фигур и вывода правила вычисления площади любые единицы (удобнее квадратные дециметры).

Следующий урок посвящается применению единиц площади для измерения площади различных прямоугольников. На нем дети усваивают правило измерения площади путем наложения на поверхность фигуры квадратных единиц и определения их числа пересчитыванием.

Дети умеют измерять длину единицей длины и специальным инструментом – линейкой. Для измерения площади такого инструмента нет, но есть единицы измерения - квадратный сантиметр, квадратный дециметр. На уроке учитель учит детей пользоваться этими единицами.

Для этого вывешивает прямоугольник из картона. На нем тонкие ленты из резинки (лески) для крепления квадратных единиц (квадратных дециметров). Учитель на глазах у детей выкладывает квадратные дециметры двух цветов, чередуя их рядами, на всей поверхности прямоугольника. В результате квадраты располагаются, как на шахматной доске. Дети видят, что прямоугольник покрыт квадратными единицами. Это очень важно для понимания измерения площади квадратными единицами. Дети считают их. Учитель рядом записывает число квадратных единиц, т. е. величину площади. Затем он предлагает детям взять на парте прямоугольник определенного цвета и определенного размера, выложить на его поверхности квадратные сантиметры, пересчитать их и записать количество в тетради. После проверки учитель предлагает начертить в тетрадях прямоугольник определенного размера, но так, чтобы линии прямоугольника совпали с линиями клеток тетрадного листа. Считая четыре клеточки листа за 1 кв. см, просит раскрасить в два цвета квадратные сантиметры, чередуя цвета, затем определить площадь этого прямоугольника путем пересчета квадратных единиц. Дети с большим интересом выполняют такие практические работы, одновременно осознанно усваивая понятие о том, что площадь измеряют единицами площади (у них остается в памяти яркая сетка квадратных дециметров или квадратных сантиметров на поверхности).

В качестве домашнего задания предлагается измерить путем наложения квадратного дециметра площадь стола или двери. Для этого достаточно иметь одну квадратную единицу (квадратный дециметр).

На следующем уроке изучается правило вычисления площади прямоугольника. Рассмотрим последовательность работы.

Для этого учителю нужны прямоугольник, на котором было бы удобно выкладывать и крепить квадратные дециметры, и необходимое количество квадратных дециметров двух цветов. На партах детей приготовлены прямоугольники и необходимое число квадратных дециметров двух цветов. Прикрепив к доске прямоугольник размером 5 дм ×4 дм, учитель просит детей измерить его площадь. Сначала он выясняет, что рассмотренный выше способ не всегда удобен для измерения площади фигуры. Затем спрашивает, сколько квадратных дециметров можно выложить в один ряд по длине прямоугольника. (Выкладывает квадратные дециметры, чередуя их цвета.) А сколько таких рядов уложится по ширине прямоугольника? (Выкладывает квадратные дециметры по ширине и определяет число рядов.) В беседе с детьми учитель выясняет, что если в один ряд уложилось 5 квадратных дециметров, а таких рядов 4, то всего в прямоугольнике квадратных дециметров 20, т. е. 20 дм2. Это рассуждение записывается на доске:

5∙4=20 (дм2)

Учитель подчеркивает, что, рассуждая таким образом, мы найдем число квадратных дециметров, или вычислим площадь данного прямоугольника. Снова выясняем неудобство такого способа определения числа квадратных единиц, или площади прямоугольника. Учитель оставляет на доске второй прямоугольник с уложенными на нем квадратными дециметрами и записью вычисления.

Вывешивает третий прямоугольник такого же размера и проводит беседу:

- Сможем ли мы узнать, сколько уложится квадратных дециметров в один ряд по длине прямоугольника, не выкладывая их? (Да, сможем.) Как это можно узнать? (Нужно измерить длину прямоугольника.) Чему она равна? (5 см.) Запишем это (на доске запись: 5). Можно узнать, сколько таких рядов уложится по ширине прямоугольника, не выкладывая их? (Можно.) Что для этого нужно знать? (Измерить длину прямоугольника.) Чему она равна? (4 см.) Запишем это (на доске запись: 5-4).

Эта запись выполняется четко, числа записываются крупно и разным цветом. Используя прямоугольник и сделанную запись, учитель продолжает беседу:

- Что обозначает в записи число 5? (Число квадратных дециметров, уложенных по длине.) А еще что обозначает число 5? (Длину прямоугольника.)

Учитель под числом 5 записывает слово длина.

- Что обозначает в записи число 4? (Число рядов по ширине.) А еще что обозначает число 4? (Ширину прямоугольника.)

Учитель под числом 4 записывает слово ширина.

На доске получается запись:

5 ∙ 4

длина ширина

- Как можно определить число квадратных дециметров, которые уложились бы на этом прямоугольнике? (Нужно 5 умножить на 4, получится 20 дм2.)

Учитель продолжает запись на доске:

5 ∙ 4 = 20 дм2

длина ширина площадь

- Обратите внимание на запись: 5 — это длина, 4 — ширина прямоугольника, а 20 дм2 — это площадь. Сделайте вывод, как можно вычислить площадь прямоугольника. (Чтобы вычислить площадь прямоугольника, нужно длину умножить на ширину.)

- В каких единицах получим площадь? (Площадь получим в квадратных единицах.)

На доске три одинаковых прямоугольника, три записи, три результата площади. При сравнении этих результатов и способов определения площади особо подчеркивается, что в первом случае площадь получили измерением, а в двух последних — вычислением. В практике для вычисления площади пользуются третьим способом. Но самое главное, о чем учитель просит не забывать детей, что при вычислении площади всегда получается число квадратных единиц.

После объяснения проводится практическая работа с имеющимся у детей дидактическим материалом. Сначала дети вычисляют площадь прямоугольника, выкладывают квадратные сантиметры в один ряд по длине и определяют число таких рядов, на основе полученных результатов вычисляют площадь и делают запись в тетрадях. Затем вычисляют площадь такого же прямоугольника на основе изученного правила, для чего измеряют длину, ширину, делают необходимые вычисления и запись. Сравнивают полученные результаты. Только после этой работы дети приступают к решению задач, данных в учебнике.

Для более осознанного понимания вычисления площади прямоугольника полезно провести практические работы. Можно измерить и вычислить площадь пола спортзала, спортивной площадки, части площади пришкольного участка, пола классного помещения и других объектов. При нахождении площади прямоугольника учителю нужно быть внимательным, особенно при использовании правила для вычисления площади, получения и записи числа квадратных единиц.

Чтобы предупредить смешение понятий площадь и периметр, необходимо, посвятить специальный урок для практической работы с настольным полигоном — прибором, копирующим в миниатюре пришкольный участок. Взять фанеру размером 40×60 см, разделить ее на квадратные дециметры и раскрасить их в виде шахматной доски. Лист укрепить на ножках. По линии периметра сделать изгородь из любого материала высотой 8—10 см. Можно изготовить ворота — вход на участок. А затем предложить детям решить задачу: «Длина участка, занятая земляникой, равна 6 м, ширина 4 м. Найти площадь участка и длину забора, которым обнесен участок».

Для решения задачи используется полигон. Проводится беседа по вопросам: какую форму имеет участок, обнесенный забором? Как вычислить площадь этого участка? Чему она равна? В каких единицах получим площадь? Какими единицами можно измерить длину забора? Как можно вычислить длину забора?

Решение задачи дети записывают в своих тетрадях, учитель на доске:

1. 6∙4=24 (м2) – площадь участка;
2. 6∙2+4∙2=12+8=20 (м) – длина забора, или периметр.

Ответы: 24 м2, 20 м

Если позволяют условия, то аналогичную работу по вычислению площади прямоугольного участка и нахождению длины забора можно провести на своем огородном или дачном участке.

Использование полигона на уроке помогает детям наглядно видеть различие между площадью и периметром, правилами их вычисления и единицами измерения и в дальнейшем меньше допускать ошибок.

**2.3 Опытно-экспериментальная работа по изучению особенностей формирования понятия площади и ее измерения у младших школьников**

Опытная работа проводилась в МСОШ д. Ибраево, в 3 классе по традиционной программе (1-3) М.И. Моро. Работа проводилась в период преддипломной практики, которая проходила с 11.09.07 по 28.10.07 г.

Опытная работа имеет цель:

- формирование у младших школьников умение различать понятия как величина и ее численное значение;

- формирование у детей навыка единицы длины и единицы площади геометрических фигур;

- закрепление умений правильно определить единицы длины и единицы площади геометрических фигур.

Опытная работа состоит из трех этапов:

1. Констатирующий эксперимент
2. Формирующий эксперимент
3. Контрольный эксперимент

Каждый из этапов имеет свои цели.

1.Констатирующий эксперимент

Цели:

- выявить пробелы в знаниях учащихся по данной теме;

- выявить трудности при изучении данной темы и их причины.

При проведении констатирующего эксперимента учащимся была предложена следующая работа:

- перевод единицы длины на квадратные сантиметры, на квадратные дециметры, на квадратные метры и т.д.

- определить единицы длины и единицы площади геометрических фигур.

- измерить с помощью линейки периметр, и с помощью модели площадь фигуры.

В ходе проверки работы было выявлено следующее: дети при определении периметра могут записать в ответе единицы площади, а при определении площади, наоборот, записать единицы длины.

Определение измерения периметра

****

Причиной выявленных пробелов знаний учащихся является следующее:

а) малое количество упражнений на закрепление данной темы

б) отсутствие постановки учебной задачи при изучении единицы длины и единицы площади геометрических фигур

в) отсутствие упражнений, направленных на формирование навыка определения периметра и площади геометрических фигур и их единицы измерения.

2. Формирующий эксперимент

Цели:

- устранение пробелов в знаниях учащихся по данной теме с использованием альтернативных упражнений, формирования навыка использования единиц измерения величин;

- закрепление умения использовать при определении периметра и площади геометрических фигур.

В ходе проведения обувающего эксперимента был проведан урок по теме «Понятие площади. Определение площади и единицы ее измерения». Конспект урока по теме: «Понятие площади. Определение площади и единицы ее измерения».

Цели урока:

1. Познакомить с понятием площади фигуры, ее измерением и

единицами измерения;

1. Повторить решение задач на нахождение периметра;
2. Развивать логическое мышление у детей
3. Организационный момент

Проверка готовности учащихся к уроку. На столе у каждого ученика должно быть: лист бумаги, на котором изображены разные геометрические фигуры и набор геометрических фигур.

1. Повторение геометрических понятий, изученных ранее.

Учитель задает вопросы, а ученики отвечают.

- Какие геометрические фигуры вы знаете?

- Показывая иллюстрации, ученики отвечают

- Круг, квадрат, треугольник и т.д.

- Чем отличается многоугольник от круга?

- Какие единицы измерения для геометрических фигур вы знаете?

- Сантиметр, дециметр, метр и т.д.

- Что такое периметр? Как вычислить периметр? a+b=d+c

- Сложение дины его сторон, то есть вычислить сумму сторон фигуры

III. Повторение задач на нахождение периметра геометрических фигур

* 1. Введение новой темы

Учитель берет любую геометрическую фигуру, вырезанную из картона, например, квадрат и проводит рукой по ее поверхности, проговаривая, что эту поверхность фигуры называют площадью. По просьбе учителя дети показывают рукой площади различных фигур из набора. Затем они показывают и называют площади различных предметов в окружающей обстановке класса: стола, доски, пола, двери и т.д.

- Теперь, посмотрите, я беру два прямоугольника разного цвета и положу друг на друга фигуры. Скажите, какие они?

- У этих фигур площади равны.

Затем учитель берет два прямоугольника разного цвета и путем наложения сравнивает их. Дети делают вывод, что площади этих фигур разные.

Учитель вывешивает два прямоугольника разного цвета, но одинакового размера, один из них разделен на 8 разных квадратов, а другой на 32 таких же квадрата.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

- Посмотрите на доску, та нарисовано два прямоугольника. Ответьте, на сколько квадратов разделен прямоугольник.

- 8 квадратов

- 32 квадратов

Затем дети по найденному числу квадратов сравнивают площади прямоугольников. Как правило, делают ошибочные выводы. Но неправильный вывод приводит к пониманию необходимости новых единиц для измерения площадей геометрических фигур.

- Чтобы правильно найти площадь фигуры нужно знать и запомнить эту таблицу

1 м2 = 100 дм2

1 дм2 = 100 см2

1 м2 = 10000 см2

- Как вы думаете, почему площадь измеряется в квадратных единицах

- Потому что мы считаем число квадратов, содержащихся в данной фигуре

Дети устно выполняют упражнения. Затем делают вывод.

- Найти площадь геометрической фигуры - это значит сосчитать число квадратов со стороной, равной 1 (см., м.), содержащихся в данной фигуре

V. Обобщение изученного материала. Итог урока.

VI. Домашнее задание.

1. придумать задачу на нахождение периметра
2. повторить единицы измерения площади

Также провели урок по теме «Площадь фигуры. Квадратный сантиметр».

Цели урока. Ознакомить детей с площадью фигуры способами сравнения площадей, к квадратным сантиметрам как единицей площади и научить пользоваться этой единицей измерения.

Ход урока

1. Организационный момент

Проверка готовности к уроку. На столе каждого ученика должны быть набор геометрических фигур.

1. Актуализация знаний

- Ребята, что нужно знать, чтобы не допускать ошибок при нахождении площади фигур?

- Необходимо измерять в квадратных единицах.

1. Введение нового материала.

На доске фигуры: круги, треугольники, четырехугольники, квадраты, прямоугольники (есть фигуры одинаковые по площади)

Учитель. Возьмите самую большую фигуру и самую маленькую. Когда мы говорим о величине фигуры (большая, маленькая), что мы у них сравниваем? Как вы думаете?

Дети. Площадь

Учитель. Докажите, что площадь нашего треугольника меньше площади круга.

(Дети накладывают фигуры друг на друга, сравнивают, делают вывод)

Учитель. Посмотрите на доску.

- Что можно сказать о площадях этих фигур?

Дети рассказывают, какая из этих фигур самая большая, маленькая, какие площади одинаковые.

- Покажите площадь тетради, учебника, альбомного листа. Площадь какого из перечисленных предметов самая маленькая, самая большая? Докажите, почему так решили?

Ответы детей

- Назовите в классе еще предметы, которые имеют площадь.

Дети. Парта, стол, доска, окно, стены, стенды.

Учитель. Посмотрите на доску.

А Б В Г

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |
|  |
|  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

|  |
| --- |
|  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

Дети выполняют задание.

- Подумайте, можно ли площади фигур под буквой Б и В. наложением одной фигуры на другую.

Дети. Нет.

Учитель. Обоснуйте свой ответ.

Дети рассуждают. После обсуждения берут фигуры Б и В и выясняют, кто оказался прав.

Учитель. Как же сравнить площади фигур, если наложение одной фигуры на другую не помогает нам?

Учитель заслушивает ответы. Если верного варианта нет, то он закрашивает клеточку в фигуре В или Б.

- Что можно сделать с этой фигурой? Если ответа нет, то учитель закрашивает еще одну клеточку.

- Мы разбили фигуру на клеточки – маленькие квадраты. Сделаем то же самое с другими фигурами. Что вы предлагаете сделать дальше?

- Сосчитать клеточки в фигурах.

- Давайте попробуем. Итак, мы определяем, сколько клеточек в каждой фигуре. Подписываем цифрой под каждой. Сравните площади А и Б, Б и В.

- Учитель (показывая на разлинованный квадрат) как определить, какова площадь этого квадрата?

Дети. Разбить на квадраты (клеточки)

Учитель. Найдите у себя такой прямоугольник и разделите его на маленькие квадраты. Сколько у вас получилось квадратиков?

Дети. У меня тоже столько квадратиков, посмотрите на мой прямоугольник. (переворачивает другой стороной). Чему равна площадь прямоугольника? Сосчитайте!

- у меня один и тот же прямоугольник. С одной стороны на нем поместилось 48 квадратиков, а с другой – 24. Но 48 не равен 24. Значит, площади не равны. Как же так? Ведь. Это один и тот же прямоугольник. Проблема!

Дети решают, обсуждают, делают вывод: разные единицы измерения!

-Давайте введем единицу измерения площади. Договоримся, как и ученые, называть квадрат, сторона которого 1 см, - квадратным сантиметром -1 см2. Начертите единицу измерения площади – квадратный сантиметр.

Дети выполняют задание.

- Определите площадь следующей фигуры в квадратныхсантиметрах. Как будем действовать?

Дети самостоятельно работают.

-Чему равна площадь прямоугольника?

- 10 см2

-Договоримся, площадь обозначать математической буквой S. Спишите с доски формулу нахождения площади прямоугольника.

S= а ∙ b

- И формулу нахождения периметра прямоугольника

P= (a+b) ∙2

На доске решают задания.

Вычислите площадь S и периметр P фигур.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |

1) 2)

S=1 см2 S=7 см2

P=1∙4=4 (см) P= (1+7) ∙2= 16 (см)

III. Закрепление

Учитель проводит закрепление материала по вопросам:

- Что такое периметр фигуры и как его найти?

- В каких единицах измерять периметр?

- В каких единицах измеряется площадь?

- Как можно сравнить площади фигур?

IV. Домашнее задание

Дома каждый из вас должен придумать задачу на нахождение периметра и площади фигур.

3) Контрольный эксперимент

Цель: проверить сформированность умений по данной теме; выяснить устранены ли пробелы в знаниях детей. В ходе проведения контрольного эксперимента учащимися была предложена самостоятельная работа, состоящая из двух знаний.

1. Перевод единиц измерения длины в квадратные единицы измерения

2. С помощью единицы измерения находить периметр и площадь фигуры.

Учащиеся практически не допускали ошибок. Это говорит о том, что постановка проблемных заданий, упражнения развивающего характера и практическая деятельность учащихся значительно увеличивает качество знаний, помогает детям более осознанно подходить к изучаемому вопросу.

Итак, после всех проделанных работ можно прийти к выводу, что поставленная нами цель, можно сказать, полностью осуществилась. То есть, учащиеся различают и понимают такие понятия, как величина и ее численное значение; у учеников формировались навыки перехода от единиц измерения длины на квадратные единицы измерения фигур. А также научились находить периметр и площадь фигур.

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В начальных классах рассматриваются такие величины: длина, площадь, масса, емкость, время и др. Учащиеся должны получить конкретные представления об этих величинах, ознакомиться с единицами их измерения, овладеть умениями измерять величины, научиться выражать результаты измерения в различных единицах, выполнять арифметические действия над величинами.

Каждая изучаемая величина — это некоторое обобщенное свойство реальных объектов окружающего мира. Упражнения в измерениях развивают пространственные представления, вооружают учащихся важными практическими навыками, которые широко применяются в жизни. Следовательно, изучение величин — это одно из средств связи обучения с жизнью.

**БИБЛИОГРАФИЯ**

1. Аргинская И.И. Математика. 1 класс. Пособие для учителя к стабильному учебнику. – М., 1996.
2. Аргинская И.И. Математика. 3 класс. - М, 1997.
3. Аргинская И.И. Математика. Методич. пособие к уч. 1-го кл. нач. шк. М., 2000.
4. Бантова М.А., Бельтюкова Г.В. Методика преподавания математики в начальных классах. – М.: Просвещение, 1984. – 335 с.
5. Волкова С.И. Карточки с математическими заданиями 4 кл. - М.: Просвещение, 1993.
6. Гейдман Б.П., Иванина Т.В., Мишарина И.Э. Математика 3 класс. – М., 2000.
7. Грин Р., Лаксон Д. Введение в мир числа. – М., 1984.
8. Жиколкина Т.К. Математика. Книга для учителя. 2 кл. – М.: «Дрофа», 2000.
9. Зайцев В.В. Математика для младших школьников. Методическое пособие для учителей и родителей. – М.: Владос, 1999
10. Журнал «Начальная школа». М.-1993, № 10
11. Истомина Н.Б. Методика обучения математике в начальных классах. учеб. пособие. – М., 1999.
12. Лавриненко Т.А. Как научить детей решать задачи. – Саратов: Лицей, 2000.
13. Леонтьев А.И. К вопросу о развитии арифметического мышления ребенка.– М., 2000. - 109 с.
14. Моро М.И. Математика: учебник для 1 класса. М., 2001.
15. Моро М.И. Математика: учебник для 2 класса. М., 2001.
16. Моро М.И. Математика: учебник для 3 класса. М., 2001.
17. Моро М.И. Математика: учебник для 4 класса. М., 2001.
18. Моро М.И. карточки с математическими заданями для 1 класса. – М., 1994.
19. Моршнева Л.Г., Альхова З.И. Дидактический материал по математике. – Саратов: «Лицей», 1999 г.
20. Нешков Н.И., Чесноков А.С. Дидактический материал по математике для 4-го кл. – М.: Просвещение, 1985
21. Разванова Х.Я. Книга для внеклассного чтения по математике. - Уфа: Китап, 1998. – 176 с: ил.
22. Средства обучения математике в начальных классах / сост. М.И. Моро, А.М. Пышкало. – М.: Просвещение, 1991.
23. Стойлова Л.Т. Математика: учебник для студентов высших учебных заведений. - М.: Издательский центр «Академия», 2002. – 424 с.
24. Уткина Н.Г. Материалы к урокам математики в 1-3 кл. – М.: Просвещение, 1984.
25. Эрдниев П.М., Эрдниев Б.П. Теория и методика обучения математике в начальной школе. – М.: «Педагогика», 1988. – 208 с.