МОСКОВСКИЙ ГОРОДСКОЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

КАФЕДРА

алгебры, геометрии и методики их преподавания

**ДИПЛОМНАЯ РАБОТА**

**По теме: “Особенности методики обучения решению текстовых задач**

**с помощью составления уравнений в 5-6 классах”**

Студентки

5 курса в /о

Рыжовой Светланы Александровны

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук,

профессор Митькин Дмитрий Алексеевич

Москва, 2009

**Оглавление**

Введение

Глава I. Психолого-педагогические особенности при обучении решению задач

§ 1. Задача и её функции

§ 2. Задачи в истории математического образования в России

§ 3. Сведения из истории развития методов обучения решению текстовых задач

§ 4. Психологические особенности детей в период 10-12 лет

§ 5. Педагогические основы в обучении решению задач

Глава II. Методика обучения решению текстовых задач

§ 1. Понятие текстовая задача

§ 2.Сущность и структура решения текстовой задачи

§ 3. Классификация текстовых задач

§ 4. Обучение учащихся решению текстовых задач методом составления уравнений

§ 5. Этапы решения текстовых задач с помощью уравнений

Глава III. Практическая реализация этапов решения текстовых задач с помощью уравнений

§ 1. Решение задач с помощью составления уравнений в теме “Уравнение”

§2. Решение задач с помощью составления уравнений в теме “Прямая и обратная пропорциональные зависимости”

Заключение

Библиография

**Введение**

Важнейшим видом учебной деятельности, в процессе которой усваивается система математических знаний, умений и навыков, является решение задач. Именно задачи являются тем средством, которое в значительной степени направляет и стимулирует учебно-познавательную активность учащихся.

В обучении математике задачи выступают как цель и средство обучения. Этим определяется их место в процессе обучения математике. Задачи служат также основным дидактическим целям, формируют систему знаний, творческое мышление учащихся, способствуют развитию интеллекта и выполняют познавательную роль в обучении.

Педагогами и методистами признано, что решение задач является важнейшим средством формирования у школьников системы основных математических знаний, умений и навыков, ведущей формой деятельности учащихся в процессе изучения математики, одним из основных средств их математического развития.

Разработкой методики обучения решению текстовых задач занимались такие учёные, как Ю.М.Колягин, Д.Пойа, А.А.Столяр и другие.

В последние годы самые сильные отрицательные эмоции у учащихся на уроках математики вызывает задание решить задачу. Примерно половина из них на контрольной работе или экзамене даже не приступает к решению текстовых задач.

Почему так происходит? Зачем надо обучать детей решению текстовых задач и КАК это делать? Эти и другие подобные вопросы все чаще возникают в современной школе. Именно поэтому эта проблема показалась одной из актуальных на сегодняшний день.

Не прекращаются поиски эффективной методики обучения решению текстовых задач в общеобразовательной школе. Решение задач в математическом образовании занимает огромное место.

Решение задач с помощью уравнений ставит перед учащимися много различных проблем, в том числе проблему по отысканию той величины, которую надо обозначить переменной «х».

На первых этапах обучения у них нет опыта, нет никаких ориентиров, что приводит к тупику в решении и потере времени.

**Цель данной дипломной работы:** рассмотреть методику работы над задачами, которые решаются методом составления уравнений, и разработать рекомендации по обучению учащихся отыскивать пути решения задач с помощью составления уравнений.

**Задачи дипломной работы:**

1. изучить методическую литературу с целью определения общих этапов решения задачи с помощью составления уравнения;
2. разработать практические материалы, реализующие этапы решения задачи;
3. проверить доступность для учащихся методических материалов.

В работе будут выделены основные трудности, которые возникают при решении задач. Трудности выявляются из опыта педагогов, изложенного в литературе, из наблюдений за самостоятельным процессом решения учащимися задач, из анализа работ учащихся.

Первая глава дипломной работы посвящена психологическим особенностям учащихся в возрасте 10 – 12 лет, дидактическим принципам обучения.

Во второй главе рассказывается о сущности задач, их функциях и излагаются этапы обучения решения задач с помощью составления уравнений.

В третьей главе показана работа с текстовыми задачами в темах: «Уравнения» и «Пропорции».

Апробация проводилась в школе №703 в 5 и 6 классах по темам: “Уравнения” и “Прямая и обратная пропорциональные зависимости” соответственно.

**Глава I. Психолого-педагогические особенности**

**при обучении решению задач**

обучение задача уравнение

**§1. Задача и ее функции**

Обучение решению задач учащимися рассматривается как один из основных методов обучения математике.

Процесс решения задач, как сложный аналитико-синтетический процесс, тесно связан с формированием таких приемов мышления, как анализ, синтез, обобщение, абстрагирование и т.д. Решение текстовых задач, как и решение вообще математических задач. Воспитывает волю, приучает к систематическому умственному труду, к самоконтролю, развивает сообразительность. В процессе решения текстовых задач у учащихся формируются умения и навыки моделирования реальных объектов и явлений.

Решение задач формирует у учащихся такие общеучебные умения, как умение планировать свою деятельность, внимательно воспринимать учебную информацию, мотивировать каждый шаг деятельности, рационально оформлять результаты своих действий, осуществлять самоконтроль и пр. Отсюда вытекают цели обучения решению задач.

В методике обучения решению задач выделяют четыре их основных функции – обучающая, воспитывающая, развивающая и контролирующая.

Обучающая функция задач направлена на формирование у учащихся системы математических знаний, умений и навыков в процессе их усвоения.

Воспитывающая функция задач направлена на воспитание у учащихся интереса к предмету, навыков учебного труда.

Развивающая функция задач направлена на развитие мышления учащихся. На формирование у них приемов умственной деятельности.

Контролирующая функция задач направлена на определение уровня усвоения учащимися учебного материала, способности их к самостоятельному изучению школьного курса математики, уровня развития и сформированности познавательных интересов школьников.

Функции задач в обучении взаимосвязаны, однако в каждом конкретном случае выделяется и реализуется ведущая функция задачи в соответствии с целевой установкой ее применения.

Умение решать задачи не находится в прямой зависимости от числа решенных задач, поэтому в психолого-дидактических и методических исследованиях отдается предпочтение приемам формирования общих подходов к задаче как объекту ее изучения, ее анализу.

**§2. Задачи в истории математического образования в России**

С древнейших времен люди сталкивались с необходимостью решения различных практических задач. Приходилось отыскивать способы их решения. Т.о., текстовые задачи изначально были «движущей силой» развития математики.

Математические знания были связаны с практическими нуждами людей: летоисчислением, вычислением поголовья и стоимости скота, определением прибыли от урожая и т.д. Древнейшая русская математическая рукопись, сохранившаяся до наших дней, датируется 1136 годом. Автором этой рукописи был новгородский дьякон и «чистолюбец» Кирик. Записки содержат задачи на суммирование прогрессий, связанные с приплодом коров и овец, исчисление количества месяцев, недель и дней, прошедших со дня отворения мира, вычисление размеров Солнца и Луны по астрономическим данным. Измерение земель, военное дело, развивающиеся торговые отношения – все требует прикладных математических знаний.

В XVI – XVII веках в России начинает появляться и распространяться рукописная математическая литература. В основном она предназначалась для купцов, ремесленников, землемеров и носила сугубо практический характер. Материалы в этих математических трудах распределялись по статьям, содержащим указания, как надо поступать при решении тех или иных задач. Правила пояснялись различными примерами и задачами.

Рукописи XVI – XVII веков послужили основой для создания учебной литературы XVIII века. Многие задачи перешли в учебники по арифметике и алгебре в XVIII век из старых рукописей, некоторые задачи сохранились до наших дней.

Проводимые Петром I реформы государственной, общественной и культурной жизни страны затронули и образование. Для вновь созданных учебных заведений нужны были учебники. В 1703 году был создан учебник математики, автором которого был замечательный педагог-математик Леонтий Филиппович Магницкий, а назывался он «Арифметика, сиречь наука числительная…», прослужившая в качестве школьного учебника почти до середины XVIII века. Задачи, так или иначе, сопровождают человека на протяжении всей его жизни. Целый пласт фольклорного наследия русского народа – это загадки. Но что такое загадка? Это задача в стихах, решение которой требует внимания, сообразительности, логики, а иногда и чисто математических знаний.

Текстовые задачи постоянно привлекают внимание математиков, педагогов и психологов. Теорией задачи в России занимались такие исследователи как В.И. Крупич,

Л.М. Фридман и др. В настоящее время задаче уделяется большое внимание как основному средству обучения, как средству контроля знаний, умений и навыков учащихся, как средству гуманизации и гуманитаризации образования.

**§3. Сведения из истории развития методов обучения текстовым задачам**

Первоначально обучение математике велось через обучение решению практических задач. Ученики, подражая учителю, решали задачи на определенное «правило». При этом учащиеся не могли сознательно усваивать тот или иной способ действия. По мнению старинных авторов, «понимать-то едва ли нужно было…» «Это ничего, что ты ничего не понимаешь, ты и впереди также многого не будешь понимать», - утешал, бывало, наставник своего питомца и вместо понимания рекомендовал не заноситься, а выучить наизусть все, что задают, и потом стараться применить это к делу.

Иначе и быть не могло, т.к. первые российские учебники во многом подражали европейским, в которых обучение слабо опиралось на понимание.

Аналогично обучали решению задач по одному из первых и самому известному в России учебнику «Арифметика» Л.Ф. Магницкого (1703 год). Следы обучения по правилам находили и в «Арифметике» А.П. Киселева. Но у него правила давались как обобщение подробно разобранных и обоснованных способов решения.

К середине XX века сложилась развитая типология задач, включавшая задачи на части, на нахождение двух чисел по их сумме и разности, по их отношению и сумме (разности), на дроби, на проценты, на совместную работу и пр.

Методика обучения решению задач была разработана достаточно хорошо, но возникали проблемы с ее реализацией на практике. Критики традиционной методики обучения решению задач в то время отличали, что учителя, стремясь ускорить процесс обучения, попросту натаскивали учащихся на решения типовых задач, как бы следуя своим давним предшественникам. Они учили школьников выделять задачи данного типа из массы других и разучивали способы их решения.

Методика и школьная практика нуждались в совершенствовании. Это и предполагалось осуществить в ходе реформы школьного математического образования конца 60-х годов. Тогда считалось, что ранее введение уравнений позволит по-новому организовать обучение решению задач, что учащимся будут раскрыты преимущества алгебраического способа решения задачи перед арифметическим, и в дальнейшем предполагалось предоставить право выбора способа решения задач самими учащимися. Это написано в объяснительной записке к программе по математике для 4 – 5 классов на 1971/72 уч. год. На практике новые идеи не реализовывались потому, что способ решения задачи выбирали не сами учащиеся, а авторы единственного тогда учебника. Традиционных арифметических способов решения задач больше не изучали. В самом начале 4 (теперь 5) класса учащихся ориентировали на решение задач с помощью уравнений.

Такое отношение к арифметическим способам решения задач отражало мнение многих методистов и авторов учебников того времени.

Однако роль алгебраического способа решения задач в учебном процессе была явно преувеличена, потому что из школьной практики были удалены арифметические способы их решения.

Но практика показывает, что раннее введение этого способа решения задач без достаточной подготовки мышления учащихся не дает большого эффекта. Ведь исторически люди пришли к применению уравнений, обобщая решения задач, в которых приходилось иметь дело с неизвестным числом, называемых словами «куча» и т.п.

Ребенок должен пройти тот же путь – сначала рассуждать о «частях», опираясь на воображаемые действия с конкретными предметами или величинами, и лишь потом подойти к применению уравнения. Ведь у учащихся 5 – 6 классов особенности мышления тяготеют к оперированию наглядными образами, а не абстрактными моделями.

На данном этапе обучения арифметические способы решения задач имеют преимущество перед алгебраическими уже потому, что результат каждого отдельного шага в решении по действиям имеют совершенно наглядное и конкретное истолкование, которое не выходит за рамки опята учащихся.

Не случайно школьники быстрее и лучше усваивают различные приемы рассуждений, которые опираются на воображаемые действия с известными величинами.

Что же мы имеем теперь? Указанные выше недостатки до конца не предопределены. Разница только в том, что типовых задач стало меньше, а опыт мыслительной деятельности школьников – беднее. А дети, как и раньше, все равно выделяют для себя типы задач, чтобы решить их «по образцу».

**§4. Психологические особенности детей в период 10 – 12 лет**

Важнейшей является задача развития мышления учащихся. В процессе обучения ребенок оперирует как с самими предметами, так и опосредованно, с символами предметов и отношений между ними. Операции с этими элементами производятся мысленно, и они обратимы, т.е. действие операций может быть сведено на нет применением некоторых обратных операций. В сознании развиваются системы символов, посредством которых ребенок воспринимает мир. Для того, чтобы ребенок усвоил некоторые понятия, их следует перевести именно на язык этих внутренних структур. Мышление позволяет учащимся выявлять в сознаваемых объектах не только отдельные их свойства и стороны, что возможно установить с помощью чувств, но и отношения и закономерности связей между этими свойствами и сторонами. Тем самым с помощью мышления он познает общие свойства и отношения, выделяет среди них существенные, главные, определяющие характер объектов. Это позволяет ученика предвидеть результаты наблюдаемых событий, явлений и своих собственных действий, проверяемых в дальнейшем путем эксперимента или наблюдения. Возрастает исследовательская активность, ее широта и разносторонность, происходит развитие умения ставить вопросы как средства самостоятельного мышления. Вся эта огромная работа выполняется с помощью мыслительных операций: сравнения, анализа и синтеза, абстракции, обобщения и конкретизации.

Математическое мышление – это предельно абстрактное, теоретическое мышление, объекты которого лишены всякой вещественности и могут интерпретироваться самым произвольным образом, лишь бы при этом сохранялись заданные между ними отношения. Необходимо уделять внимание восприятию временных и пространственных отношений, указанных в задаче. Учащиеся могут самостоятельно оперировать понятиями: скорость, время, расстояние и т.п. Все это будет успешно реализовываться, если у ученика сформировано произвольное внимание, т.е. внимание, направленное учеником в соответствии с целями и задачами. Это внимание является контролем за совершаемыми действиями.

Первоначально у ребенка образная память, но затем ее значение (образной памяти) уменьшается. Тем не менее, результат запоминания обычно выше при опоре на наглядный материал.

В процессе обучения развивается абстрактно-теоретическое, наглядно-действенное и наглядно-образное виды мышления, при этом они развиваются в тесном взаимодействии друг с другом. Учитывая их взаимодействие, уже давно одним из основных принципов обучения считается принцип наглядности, в соответствии с которым обучение строится на конкретных образах, непосредственно воспринимаемых учащимися. Отвечая на вопрос о психологической функции наглядного материала, включенного в процесс обучения, А.Н. Леонтьев указывает, что она состоит в том, что «он (наглядный материал) служит как бы внешней опорой внутренних действий, совершаемых ребенком под руководством учителя в процессе овладения знаниями».

Общий вывод, к которому приходит А.Н. Леонтьев в исследовании проблемы наглядности в обучении, состоит в том, что место и роль наглядного материала в процессе обучения определяются отношением деятельности учащихся с наглядным материалом к той деятельности, которая составляет суть процесса обучения.

Это означает, что целесообразность использования тех или иных средств наглядности зависит от того, способствует ли деятельность, непосредственной целью которой является освоение этой наглядности, другой деятельности (основной) по овладению учащимися знаниями, ради усвоения которых и используются эти средства наглядности. Если эти две деятельности не связаны между собой, то наглядный материал бесполезен, а иногда даже может играть роль отвлекающего фактора.

Рассмотрим пример, иллюстрирующий зависимость внимания от использования наглядного материала.

«Скорость велосипедиста на 4 км/ч больше, чем скорость всадника. Через 2 ч расстояние между ними стало равным 54 км. Найти скорости велосипедиста и всадника, если первоначальное расстояние между ними равно 220 км».

В качестве наглядного материала может выступать изображение велосипедиста и всадника.

Какова же при этом будет деятельность учеников? Очевидно, что они будут просто рассматривать изображенные фигуры. Но эта деятельность совершенно не связана с той, которая достигает цели обучения: в данном случае выделение общего способа решения задач «движение навстречу друг другу». Поэтому такой наглядный материал не только не помогает осуществлению цели обучения, а мешает этому. В этом случае лучше использовать схему:

Исследуя проблему наглядности, В.В. Давыдов приходит к следующему весьма важному выводу: «… тем, где содержанием обучения выступают внешние свойства вещей, принцип наглядности себя оправдывает. Но там, где содержанием обучения становятся связи и отношения предметов, - там наглядность далеко не достаточна. Здесь … вступает в силу принцип моделирования.». А так как в курсе математики основным содержанием как раз являются разного рода отношения, то, следовательно, основным для этого курса является не принцип наглядности, а принцип моделирования. В чем он состоит? Принцип моделирования не противопоставляется принципу наглядности – он лишь является его высшей ступенью, его развитием и обобщением. При обучении учащиеся должны опираться на наглядность и на чувственные образы. Необходимо давать учащимся схемы, графики для упрочнения этих образов, их изучения.

Но также при решении задач нужно уметь оперировать абстрактными понятиями и рассуждениями, т.е. должно развиваться теоретическое мышление.

Этот возрастной период – период взросления. Развиваются вычислительные и интеллектуально-познавательные способности. Увеличивается стремление к самостоятельной деятельности. Образы, объекты носят более осмысленный характер. Вырабатывается воля достижения цели в обучении. Деятельность становится осмысленной. Поэтому, чтобы у учащихся было стремление к учению, нужно идти чуть впереди их развития, но при этом опираться на принцип доступности, т.е. идти в пределах зоны ближайшего развития. Обучение (тем более решению задач, т.к. у каждого учащегося возникают свои трудности) должно быть личностно-ориентированным (учитывать психику и особенности учащегося).

А чтобы обучение учащихся было успешнее, необходимо учитывать психологические особенности их познавательных процессов.

**Мышление**

При возникновении некоторых задач ребенок пытается решить их, реально примеряясь и пробуя, но он же не может решать задачи, как говорится, в уме. Он представляет себе реальную ситуацию и как бы действует в ней в своем воображении. Такое мышление, в котором решение задачи происходит в результате внутренних действий с образами, называется наглядно-образным. Конечно, они могут мыслить логически, но следует помнить, что этот возраст склонен к обучению, опирающемуся на наглядность. Затем у ребенка все большее значение начинает приобретать теоретическое мышление, способность устанавливать максимальное количество смысловых связей в окружающем мире. В возрасте 11 – 12 лет у подростка вырабатывается формальное мышление. Он уже может рассуждать, опираясь на логику.

Произвольность познавательных процессов у учащихся 5-х классов возникает лишь на пике волевого усилия, когда ребенок специально организует себя под напором обстоятельств или по собственному побуждению.

В процессе взросления меняется возможность управления вниманием, памятью. Учащийся в состоянии управлять ими по своей воли.

**Внимание**

Познавательная активность ребенка, направленная на обследование окружающего мира. Организует его внимание на исследуемых объектах довольно долго, пока не иссякнет интерес. Детям трудно сосредоточиться на однообразной и малопривлекательной для них деятельности или на деятельности интересной, но требующей умственного напряжения. Чтобы удерживать свое внимание на интеллектуальных задачах, дети должны приложить усилия.

Подросток может управлять своим вниманием, концентрировать его в значимой для себя деятельности. А на уроке внимание подростка нуждается в поддержке со стороны учителя.

**Память**

Ребенок может сознательно пользоваться приемами запоминания. Он повторяет то, что надо запомнить, старается смыслить, осознать запоминаемое в заданной последовательности. Однако непроизвольное запоминание остается более продуктивным. В процессе учебной деятельности запоминание должно быть произвольным. Это становится возможным, если ребенок понимает то, что он должен запомнить. В процессе обучения ребенок приходит к пониманию необходимости заставит работать на себя свою память. В подростковый период учащийся способен управлять своим произвольным вниманием. Память перестраивается, переходя от доминирования механического запоминания к смысловому. При этом перестраивается сама смысловая память – она приобретает логический характер, обязательно включается мышление. Становится более доступным запоминание абстрактного материала.

Важным стимулом к учению является притязания на признание среди сверстников. Знания приобретают для учащихся особую значимость.

**§5. Педагогические основы в обучении решения задач**

В обучении математике роль задач определяется, с одной стороны, тем, что конечные цели этого обучения сводятся к овладению учащихся методами решения определенной системы математических задач. С другой стороны, она определяется и тем, что полноценное достижение целей обучения возможно лишь с помощью решения учащимися системы учебных и математических задач. Таким образом, решение задач в обучении математике выступает и как цель, и как средство обучения. Важнейшей функцией решения задач является функция формирования и развития у учащихся общих умений решений любых математических (в том числе и прикладных) задач. Общее умение по решению задач следует отличать от частных умений решения задач определенного вида. В основе частных умений лежит изучаемые учащимися частные методы (алгоритмы и эвристические схемы) решения задач данного вида. Считается, что общие умения могут возникнуть лишь благодаря решению большого числа задач. «Если хотите научиться решать задачи, то решайте их!» – советует Д. Пойа. Следуя этому совету, учителя предлагают учащимся огромное количество задач и затрачивают на их решение не менее половины всего учебного времени. А результаты этой работы более чем скромные: большинство учащихся, встретившись с задачей незнакомого или малознакомого вида, не знают, как к ней подступиться, с чего начать решение, и при этом обычно произносят: «А мы такие не решали».

Общие знания о задачах и механизмах их решения нужны для того, чтобы решение задач приносило наибольший познавательный эффект, чтобы процесс их решения превратился в подлинный метод обучения учащихся определенным знаниям и навыкам.

Каковы же знания, которые должны быть усвоены учащимися о задачах и их решении?

Это общие представления о задачах и процессах их возникновения из реальных и абстрактных проблемных ситуаций; о составных частях и структуре задач; об основных видах задач в зависимости от характера объекта и требований задачи; общие представления о сущности процесса решения задач и конкретизация их в отношении каждого вида задач; о структуре и этапах процесса решения задач.

Главное – сформировать такой общий подход к решению задач, когда задача рассматривается как объект для анализа, для исследования, а ее решение – как конструирование и изобретение способа решения. Это осуществляется в процессе обучения математике с помощью основополагающих принципов дидактики. Действительно, в обучении реализуются следующие принципы:

1. Принцип научности отражает взаимосвязь с современным научным знанием. Этот принцип воплощается в отборе изучаемого материала, в порядке и последовательности введения научных понятий в учебный процесс.

Принцип научности нацеливает учителя на вовлечение школьников в проведение анализа результатов собственных наблюдений, в самостоятельное их (результатов) исследование.

1. Принцип систематичности и последовательности придает системный характер учебной деятельности, теоретическим знаниям, практическим умениям учащегося. Этот принцип предполагает усвоение знаний в определенном порядке, системе. Требование систематичности и последовательности в обучении нацелено на сохранение преемственности содержательной и процессуальной сторон обучения, при которых каждый урок –это логическое продолжение предыдущего как по содержанию изучаемого учебного материала, так и по характеру, способам выполняемой учениками учебно-познавательной деятельности.

При решении задачи с помощью уравнения может усложняться характер взаимосвязи между элементами условия задачи, уравнения по мере того, как изучается новый материал и ученик приобретает новые знания, умения.

1. Принцип связи обучения с практикой предусматривает, чтобы процесс обучения стимулировал учеников использовать полученные знания в решении практических задач, анализировать и преобразовывать окружающую действительность. Для этого используется анализ примеров и ситуаций из реальной жизни, соотнесение с жизненными ситуациями условия задачи, анализ условия задачи.
2. Принцип доступности требует учета особенностей развития учащихся, анализа материала с точки зрения их реальных возможностей и такой организации обучения, чтобы они не испытывали интеллектуальных, моральных, физических перегрузок.

Доступность должна заключаться в обучении учащихся новому материалу, опираясь на их знания, опыт, особенности мышления. Например, при решении задач с помощью составления уравнений учащиеся должны уметь решать прежде всего сами уравнения.

1. Принцип наглядности означает, что эффективность обучения зависит от целесообразного привлечения органов чувств к восприятию и переработке учебного материала. В процессе обучения используются наглядные средства: модели, рисунки, схемы и т.п. Виды, наглядности, которые могут быть использованы при решении задач, это:
* экспериментальная наглядность (опыты, эксперименты);
* символическая и графическая наглядность (графики, схемы и т.п.);
* внутренняя наглядность (образы, создаваемые речью учителя).

Однако использование наглядности должно быть в той мере, в какой она способствует формированию знаний и умений, развитию мышления. Так, при решении задачи, ученик должен переходить от образного представления процессов, описываемых в ней, к их записи с помощью схем, графиков и оперировать уже со знаками и символами.

**Глава 2. Методика обучения решению текстовых задач**

**§1. Понятие «текстовая задача»**

Что такое задача?

Решению текстовых задач уделяется огромное внимание. Связано это с тем, что такие задачи часто являются не только средством формирования многих математических понятий, но и главное – средством формирования умений строить математические модели реальных явлений, а также средством развития мышления детей.

Существуют различные методические подходы к обучению детей решению текстовых задач. Но какую бы методику обучения не выбрал учитель, ему надо знать, как построены такие задачи, и уметь их решать, прежде всего, арифметическими способами.

Решение задач – это работа несколько необычная, а именно умственная работа. А чтобы научиться какой-либо работе, нужно предварительно хорошо изучить тот материал, над которым придется работать, те инструменты, с помощью которых выполняется эта работа.

Значит, для того, чтобы научиться решать задачи, надо разобраться в том, что собой они представляют, как они устроены, из каких основных частей они состоят, каковы инструменты, с помощью которых производится решение задач.

Итак, что же такое задача? Любая текстовая задача представляет собой описание какого-либо явления (ситуации, процесса). С этой точки зрения текстовая задача есть словесная модель явления (ситуации, процесса). И, как во всякой модели, в текстовой задаче описывается не все явление в целом, а лишь некоторые его стороны, главным образом, его количественные характеристики.

Направление анализа задачи

Рассмотрим, например, такую задачу: «Автомобиль выехал из пункта А со скоростью 60 км/ч. Через 2 ч вслед за ним выехал второй автомобиль со скоростью 90 км/ч. На каком расстоянии от А второй автомобиль догонит первый?» В задаче описывается движение двух автомобилей. Как известно, любое движение характеризуется двумя величинами: пройденным расстоянием, скоростью и временем движения. В данной задаче известны скорости первого и второго автомобилей (60 км/ч и 90 км/ч), известно, что они прошли одно и то же расстояние от пункта А до места встречи, количественную характеристику которого и надо найти. Кроме того, известно, что первый автомобиль был в пути на 2 ч больше, чем второй. Обобщая, можно сказать, что текстовая задача есть описание на естественном языке некоторого явления (ситуации, процесса) с требованием дать количественную характеристику какого-либо явления, установить наличие или отсутствие некоторого отношения между компонентами или определить вид этого отношения.

Чтобы выявить, как построена текстовая задача, рассмотрим следующий пример: «Свитер, шапку и шарф связали из 1 кг 200 г шерсти. На шарф потребовалось на 100 г шерсти больше, чем на шапку, и на 400 г меньше, чем на свитер. Сколько шерсти израсходовали на каждую вещь?»

В задаче речь идет о свитере, шапке и шарфе. Это объекты задачи. Относительно этих объектов имеются определенные утверждения и требования.

Утверждения:

1. Свитер, шапка и шарф связаны из 1200 г шерсти.
2. На шарф израсходовали на 100 г больше, чем на шапку.
3. На шапку израсходовали на 400 г меньше, чем на свитер.

Требования:

1. Сколько шерсти израсходовали на свитер?
2. Сколько шерсти израсходовали на шапку?
3. Сколько шерсти израсходовали на шарф?

Утверждения задачи называют условиями. В задаче обычно не одно условие, а несколько элементарных условий. Они представляют собой количественные или качественные характеристики объектов задачи и отношений между ними. Требований в задаче может быть несколько. Они могут быть сформулированы как в вопросительной, так и утвердительной форме. Условия и требования взаимосвязаны.

По отношению между условиями и требованиями различают:

а) определенные задачи – в них заданных условий столько, сколько необходимо и достаточно для выполнения требований;

б) недоопределенные задачи – в них условий недостаточно для получения ответа;

в) переопределенные задачи – в них имеются лишние условия.

Недоопределенные задачи считают задачи с недостающими данными, а переопределенные – задачами с избыточными данными.

Например, задача «Возле дома росло 5 яблонь, 2 вишни и 3 березы. Сколько фруктовых деревьев росло возле дома?» является переопределенной, так как содержит лишнее условие. Задача «Из зала вынесли 12 стульев, а потом еще 5. Сколько стульев осталось в зале?» является недоопределенной – в ней недостаточно условий, чтобы ответить на поставленный вопрос. Чтобы понять, какова структура задачи, надо выявить ее условия и требования, отбросив все лишнее, второстепенное, не влияющее на ее структуру. Иными словами, надо построить высказывательную модель задачи. Систему взаимосвязанных условий и требований называют высказывательной моделью задачи.

Чтобы получить эту модель, надо текст задачи развернуть (сделать это можно письменно или устно), так как текст задачи, как правило, дается в сокращенном, свернутом виде. Для этого можно перефразировать задачу, построить ее графическую модель, ввести какие-либо обозначения и т.д. Анализ задачи и вычисление ее условий и требований можно производить с разной глубиной. Глубина анализа зависит от того, знакомы ли мы с видом задач, к которому принадлежит заданная, и знакомы ли с общим способом решения этих задач. Если да, то нам достаточен простейший анализ, сводящийся к установлению вида данной задачи; если нет, то для нахождения решения задачи нужен более глубокий анализ.

Рассмотрим пример.

Катер прошел 20 км по течению реки и 20 км против течения реки. Затратит ли он на весь путь больше времени, чем ему требуется на прохождение 40 км в стоячей воде, меньше или столько же?

Первичный анализ этой задачи позволяет вычленить такие условия:

1. катер прошел 20 км по течению реки;
2. катер прошел 20 км против течения реки;
3. катер прошел 40 км в стоячей воде.

Но, сопоставив эти условия с требованием задачи: узнать больше, меньше или столько же времени затратил катер на первый и второй пути вместе по сравнению с третьим, мы обнаруживаем недостаточность произведенного анализа. Эта недостаточность проявляется хотя бы в том, что в условиях ничего не говорится о времени, а требование задачи сводится к сравнению промежутков времени. Поэтому нужно продолжить анализ. Для этого вдумаемся в требование задачи. Надо сравнить время движения катера по реке с движением катера в стоячей воде. От чего зависит это время? Очевидно, от собственной скорости катера, от скорости течения реки и, конечно, пройденных расстояний. Но если пройденные расстояния в формулировке задачи даны, то о скорости катера и реки даже не упоминается. Как же быть? В таких случаях эти величины, без которых решение задачи невозможно, принимаются за неопределенные параметры. Положим, например, что собственная скорость катера равна V км/ч. Теперь мы можем вычленить такие условия:

1. собственная скорость катера V км/ч;
2. скорость течения реки а км/ч;
3. катер проплыл 20 км по течению реки;
4. катер проплыл 20 км против течения реки;
5. на весь путь туда и обратно по реке катер затратил ч;
6. в стоячей воде катер проплыл 40 км;
7. на этот путь катер затратил ч.

Требование задачи: сравнить t и t и установить, равны ли они или нет, а если нет, то что больше.

Схематическая запись решения.

Результаты предварительного анализа задач надо как-то зафиксировать, записать. Та словесная, описательная форма записи, которую мы использовали выше, конечно, малоудобна. Надо найти более удобную, более компактную и в то же время достаточно наглядную форму записи результатов анализа задач. Такой формой является схематическая запись задачи. Заметим, что не для всякой задачи надо делать схематическую запись. Для задач, которые записаны на символическом языке (с помощью общепринятых обозначений и символов), схематическая запись не нужна. Первой отличительной особенностью схематической записи задач является широкое использование в ней разного рода обозначений, символов, букв, рисунков, чертежей и т.д.

Второй особенностью является то, что в ней четко выделены все условия и требования задачи, а в записи каждого условия указаны объекты и их характеристики, наконец, в схематической записи фиксируется лишь только то, что необходимо для решения задачи; все другие подробности, имеющиеся в задаче, при схематической записи отбрасываются.

На практике используется много разных видов схематической записи задач. Покажем на примерах.

С одного участка собрали 1440 ц пшеницы, а с другого, площадь которого на 12 га меньше, - 1080 ц. Найти площадь первого участка, если известно, что на первом участке собирали пшеницы с каждого гектара на 2 ц больше, чем на втором.

Анализ задачи показывает, что в ней рассматривается сбор урожая пшеницы с двух участков, при этом этот сбор характеризуется тремя величинами: массой собранной пшеницы, площадью участка и урожаем с одного гектара. Исходя из этого, составим таблицу для схематической записи условий и требований задачи. Неизвестные величины, встречающиеся в задаче, запишем в таблице буквами, притом искомое обозначим буквой х:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Участки | Масса собранной пшеницы, ц | Урожай с 1 га, ц | Площадь участка, га |
| Первый | 1440 | а + 2 | х |
| Второй | 1080 | а | х - 12 |

В этой схематической записи выделены все условия, их объекты и характеристики. Указано и требование задачи: найти площадь первого участка. В то же время эта запись очень компактная, наглядная и полностью заменяет саму формулировку задачи.

Довольно часто удобно составлять схематическую запись не для всей задачи, а лишь для какой-либо ее части, чтобы более наглядно представлять описываемую в задаче ситуацию, а также чтобы в решении оперировать теми обозначениями, которые вводятся в этой частичной схематической записи. в этих случаях используются разного рода графические схемы.

Приведем пример.

От станции А по направлению к станции В отошел пассажирский поезд. Через 2 ч 30 мин от станции В по направлению к станции А отошел поезд «Стрела». Поезда встретились на станции С. После встречи пассажирский поезд шел 4 ч 30 мин, а поезд «Стрела» 3 ч 40 мин. Сколько времени потребовалось каждому из этих поездов на весь путь между станциями А и В?

Предполагается, что скорость поездов постоянна на всем пути.

Изобразим схему движения поездов.

 А В

 «Стрела»

Приведенная схема сама по себе не может полностью заменить задачу. Она лишь создает возможность опираться на нее, как на наглядный образ, при решении.

**§2. Сущность и структура решения текстовых задач**

Что значит решить задачу?

В предыдущей главе мы познакомились с составными частями задачи, с тем, как следует производить анализ задач. Теперь разберемся с тем, что составляет сущность решения задачи, какова структура процесса решения, в чем особенности отдельных этапов этого процесса.

Что значит решить математическую задачу?

Термином «решение задачи» обозначают понятия:

1. решением задачи называют результат, т.е. ответ на требование задачи;
2. решением задачи называют процесс нахождения этого результата, причем этот процесс рассматривают двояко: и как метод нахождения результат и как последовательность тех действий, которые выполняет решающий, применяя тот или иной метод (т.е. в данном случае под решением задачи понимается вид деятельности человека, решающего задачу).

Решить математическую задачу - это значит найти такую последовательность общих положений математики (определений, аксиом, теорем, правил, законов, формул), применяя которые к условиям задачи или к их следствиям (промежуточным результатам решения), получаем то, что требуется, - ее ответ.

Структура процесса решения задачи.

Если под процессом решения задач понимать процесс, начинающийся с момента получения задачи до момента полного завершения ее решения, то, очевидно, что этот процесс состоит не только из изложения уже найденного решения, а из ряда этапов, одним их которых и является изложение решения. Из каких же этапов состоит процесс решения задачи? Очевидно, получив задачу, первое, что нужно сделать, - это разобраться в том, что это за задача, каковы ее условия, в чем состоят ее требования, т.е. провести первичный анализ задачи. Этот анализ и составляет первый этап процесса решения задачи.

В ряде случаев этот анализ надо как-то оформить, записать. Для этого используются разного рода схематические записи задач, построение которых составляет второй этап процесса решения.

Анализ задачи и построение ее схематической записи необходимы главным образом для того, чтобы найти способ решения данной задачи. Поиск решения составляет третий этап процесса решения.

Когда способ решения задачи найден, его нужно осуществить, - это будет уже четвертый этап процесса решения – этап осуществления (изложения) решения.

После того, как решение осуществлено и изложено (письменно или устно), необходимо убедиться, что это решение правильное, что оно удовлетворяет всем требованиям задачи. Для этого производят проверку решения, что составляет пятый этап процесса решения.

При решении многих задач, кроме проверки, необходимо еще произвести исследование задачи, а именно установить, при каких условиях задача имеет и при том сколько различных решений в каждом отдельном случае; при каких условиях задача вообще не имеет решения.

Убедившись в правильности решения и, если нужно, произведя исследование задачи, необходимо четко сформулировать ответ задачи, - это будет седьмой этап процесса решения.

Наконец, в учебных и познавательных целях полезно также провести анализ выполненного решения, в частичности установить, нет ли другого, более рационального способа решения, нельзя ли задачу обобщить, какие выводы можно сделать из этого решения и т.т. Все это составляет последний, конечно, не обязательный, восьмой этап решения.

Итак, весь процесс решения задачи можно разделить на восемь этапов:

1-й этап – анализ задачи;

2-й этап – схематическая запись задачи;

3-й этап – поиск способа решения задачи;

4-й этап – осуществление решения задачи;

5-й этап – проверка решения задачи;

6-й этап – исследование задачи;

7-й этап – формулирование ответа задачи;

8-й этап – анализ решения задачи.

Приведенная схема дает лишь общее представление о процессе решения задач как о сложном и многоплановом процессе. Приведем пример решения задачи, показав конкретно этот процесс.

Лодка прошла по течению реки расстояние между двумя пристанями за 6 ч, а обратный путь она совершила за 8 ч. За сколько времени пройдет расстояние между пристанями плот, пущенный по течению реки?

1. Анализ задачи.

В задаче речь идет о двух объектах: лодка и плот. Лодка имеет какую-то собственную скорость, а река, по которой плывет и лодка, и лот, имеет определенную скорость течения. Именно поэтому лодка совершает путь между пристанями по течению реки за меньшее время (6 ч), чем против течения (8 ч). Но эти скорости (собственная скорость лодки и скорость течения реки) в задаче не даны (они неизвестны), так же как неизвестно расстояние между пристанями. Однако требуется найти не эти неизвестные скорости и расстояния, а время, за которое плот проплывет неизвестное расстояние между пристанями.

1. Схематическая запись задачи.

****

1. Поиск способа решения задачи.

Нужно найти время, за которое плот проплывает расстояние между пристанями А и В. Для того чтобы найти это время, надо знать расстояние АВ и скорость течения реки. Оба они неизвестны, поэтому обозначим расстояние АВ буквой s (км), а скорость течения реки примем равной а км/ч. Чтобы связать эти неизвестные с данными задачи (время движения лодки по и против течения реки), нужно еще знать собственную скорость лодки. Она тоже неизвестна, положим, что она равна V км/ч. Отсюда естественно возникает план решения, заключающийся в том, чтобы составить систему уравнений относительно введенных неизвестных.

1. Осуществление решения задачи.

Итак, пусть расстояние АВ равно s км, скорость течения реки а км/ч, собственная скорость лодки V км/ч, а искомое время движения плота на пути в s км равно х ч. Тогда скорость лодки по течению реки равна (V + a) км/ч. За 6 ч лодка, идя с этой скоростью, прошла путь АВ в s км. Следовательно,

6 (V + a) = s

Против течения эта лодка идет со скоростью (V - a) км/ч и путь АВ в s км она пройдет за 8 ч, поэтому

8 (V - a) =s

Наконец, плот, плывя со скоростью а км/ч, покрыл расстояние s км за х ч, следовательно,

ах = s

Уравнения (1), (2), (3) образуют систему уравнений относительно неизвестных s, а, V и х. Так как требуется найти лишь х, то остальные неизвестные постараемся исключить.

Для этого из уравнений (1) и (2) найдем:

V + а = , V – a = .

Вычитая из первого уравнения второе, получим:

2а =  - , отсюда а = .

Поставим найденное выражение для а в уравнение (3):

 · х = s.

Так как, очевидно, s не равно 0, то можно обе части полученного уравнения разделить на s. Тогда найдем: х = 48.

1. Проверка решения.

Итак, мы нашли, что плот проплывет расстояние между пристанями за 48 ч. Следовательно, его скорость, равная скорости течения реки, равна  км/ч. Скорость же лодки по течению равна  км/ч, а против течения  км/ч. Для того, чтобы убедиться в правильности решения, достаточно проверить, будут ли равны собственные скорости лодки, найденные двумя способами:

1. от скорости лодки по течению отнять скорость течения реки,

т.е.  - ;

1. к скорости лодки против течения реки прибавить скорость течения реки,

т.е.  + .

Произведя вычисления, получаем верное равенство:

 = .

Значит, задача решена правильно.

1. Исследование задачи.

В данном случае этот этап решения не нужен.

1. Ответ:

плот проплывет расстояние между пристанями за 48 ч.

1. Анализ решения.

Мы свели решение этой задачи к решению системы трех уравнений с четырьмя неизвестными. Однако найти-то надо было нам лишь одно из этих неизвестных. Поэтому, естественно, возникает мысль, что проведенное решение не самое удачное, хотя и достаточно простое. Можно предложить другое решение.

Зная, что лодка проплыла расстояние АВ по течению реки за 6 ч, а против – за 8 ч, найдем, что в 1 ч лодка, идя по течению, проходит  часть этого расстояния, а против течения . Тогда разность между ними ( -  = ) есть удвоенная часть расстояния АВ, проплываемая плотом за 1 ч. Значит. Плот за 1 ч проплывет  часть расстояния АВ, следовательно, все расстояние АВ он проплывет за 48 ч.

При таком решении не понадобилось составлять систему уравнений. Однако, несомненно, это решение сложнее приведенного выше, хотя бы потому, что не всякий догадается найти разность скоростей лодки по течению и против течения реки. Часто эту разность принимают не за удвоенную часть расстояния АВ, проплываемую плотом за 1 ч, а за скорость плота.

Таким образом, структура процесса решения задачи зависит в первую очередь от характера задачи и, конечно, от того, какими знаниями и умениями обладает решающий задачу.

Приведенная выше схема решения задач является лишь примерной. При фактическом решении указанные там этапы обычно не отделены друг от друга, а переплетаются между собой. Так, в процессе анализа задачи обычно производится и поиск решения. При этом полный пан решения устанавливается не до осуществления решения, а в процессе. Тогда поиск решения ограничивается лишь нахождением идеи решения. Порядок этапов также иногда может меняться.

Из указанных восьми этапов пять являются обязательными, и они имеются (в том или ином виде) в процессе решения любой задачи. Это этапы анализа задачи, поиска способа ее решения, осуществления решения, проверки решения и формулирования ответа. Остальные три этапа (схематическая запись задачи, исследование задачи и заключительный анализ решения) являются не обязательными и в процессе решения многих задач не имеются.

**§3. Классификация текстовых задач**

Говоря о классификации задач, необходимо определить, из каких же компонентов состоит задача и на какие этапы можно разделить процесс решения задачи.

Процесс решения задачи в методике преподавания математики принято делить на 4 основных типа:

1. Осмысление условия задачи.

На этом этапе учащиеся должны осознавать условие и требование задачи, разработать отдельные элементы условия, произвести поиск необходимой информации в своей памяти, соотнести с этой информацией условие и заключение задачи и т.д.

****

**Процесс решения задачи**

1. Составление плана решения.

На этом этапе учащийся должен провести целенаправленные пробы различных сочетаний из данных и искомых, подвести задачу под известный тип, выбрать приемлемые методы, наметить план решения и т.д.

1. Осуществление плана решения.

Учащиеся практически реализуют план решения, с одновременной его корректировкой через соотношение с условием и выбранным базисом, выбирают способ оформления решения, оформляют решение и т.д.

1. Изучение найденного решения.

На этом этапе фиксируется конечный результат решения задачи, проводится его анализ, исследуются особые и частные случаи и т.д.

В педагогической литературе существуют различные подходы к классификации задач (по Ю.М. Колягину, Г.В. Дорофееву и др.). Рассмотрим некоторые их них.

1. По количеству неизвестных компонентов в структуре задачи Ю.М. Колягин выделяет следующие задачи:
2. Обучающие задачи (их структура содержит один неизвестный компонент).

Эти задачи он в свою очередь подразделяет на:

* задачи с неизвестными начальными состояниями (например: известны корни приведенного квадратного уравнения, найти само уравнение).
* задачи с неизвестной теоретической базой (например: найти ошибку в решении).
* задачи с неизвестным алгоритмом решения (например: в записи 1\*2\*3\*4\*5 заменить звездочки значками действий и расставить скобки так, чтобы получалось выражение, значение которого равно 10).
* задачи с неизвестным конечным состоянием (например: найти значение какого-либо выражения).
1. Задачи поискового характера (т.е. те задачи, в структуре которых неизвестны два компонента).
2. Проблемные задачи (задачи с тремя неизвестными компонентами).

По отношению к теории выделяют стандартные и нестандартные задачи.

Примеры стандартных задач:

1. Первый мотоциклист за 1,3 часа проехал на 36,6 км больше, чем второй за 1,1 часа. Найдите скорость каждого, если скорость второго мотоциклиста на 26 км/ч меньше скорости первого.
2. Для детей 11 лет наиболее полноценным является питание, если пища содержит 11% животных белков, 6% растительных белков, 16% животного жира, 2% растительного жира и 65% углеводов. По этим данным построить круговую диаграмму.

Примеры нестандартных задач:

1. У Змея Горыныча 1983 головы. Иванушка может отрубить ему одним ударом меча 33, 21, 17 или 1 голову. При этом у Змея Горыныча вырастают соответственно 85, 0, 14, 578 голов (если отрублены все головы, но новые не вырастают). Сможет ли Иванушка победить Змея?
2. Три товарища – Иван, Дмитрий, Степан преподают различные предметы (химию, биологию, физику) в школах Москвы, Санкт-Петербурга и Киева. Известно, что Иван преподает не в Москве, а Дмитрий не в Санкт-Петербурге. Москвич преподает не физику, а тот, кто работает в Санкт-Петербурге, преподает химию, Дмитрий преподает не биологию. Какой предмет и в каком городе преподает каждый из товарищей?

Соотнесение задач с каждым компонентом учебно-познавательной деятельности приводит к такой классификации: задачи, стимулирующие учебно-познавательную деятельность школьников; организующие и осуществляющие учебно-познавательную деятельность; задачи, в процессе выполнения которых осуществляется контроль и самоконтроль эффективности учебно-познавательной деятельности.

По своему математическому содержанию, соответствующему специфике той или иной математической дисциплины, задачи подразделяются на арифметические, алгебраические, аналитические, геометрические.

По содержанию задачи классифицируют на: «задачи на движение», «задачи на части», «задачи на проценты» и т.д. внутри каждого типа в зависимости от логической структуры задачи разделяют виды задач. Так, например, различают вид задач на встречное движение в одну сторону и движение в противоположные стороны, различают задачи на нахождение части числа и нахождение числа по заданной его части, нахождение соотношения чисел, различают задачи на нахождение нескольких процентов числа, нахождение числа по его проценту, нахождение процентного отношения или выражение частного в процентах.

(Методика работы над задачами подобной классификации будет рассмотрена ниже).

По характеру требований выделяют следующие группы задач:

1. задачи на вычисление;
2. задачи на построение;
3. задачи на доказательство;
4. задачи текстовые;
5. задачи комбинаторного характера.

Пример задачи на вычисление:

Среди людей 3% левшей и 7% людей, не подверженных морской болезни. В школе учится 1200 учащихся. Сколько среди них может быть левшей и не подверженных морской болезни?

Пример задачи на построение:

Построить равнобедренный треугольник по боковой стороне и углу при основании.

Пример задачи на доказательство:

Докажите, что в любом треугольнике сумма трех высот меньше периметра треугольника.

Пример задачи текстовой:

За 9 часов по течению реки теплоход проходит тот же путь, что за 11 часов против течения. Найдите собственную скорость теплохода, если скорость течения реки 2 км/ч.

Пример задачи комбинированного характера:

Постройте треугольник по двум сторонам и углу между ними и вычислите его площадь.

Г.В. Дорофеев делит задачи на два типа:

1. задачи, в которых речь идет о некоторой реальной, а более точно, о реализованной жизненной ситуации;
2. задачи потенциального характера, в которых жизненную ситуацию требуется сконструировать, смоделировать, выяснить условия, при которых она реализована.

Приведенные классификации позволяют учителю представить себе проблемы, связанные с методикой обучения учащихся решению задач.

Центральное место в формировании у учащихся 1 – 6 классов умение решать текстовые задачи должно занимать обучение общим приемам работы над такими задачами, причем оно должно строиться с учетом перехода от арифметического способа решения к алгебраическому.

**§4. Обучение учащихся решению текстовых задач**

**методом составления уравнений**

Пропедевтика обучения решению текстовых задач алгебраическим методом.

Решение текстовых задач способствует развитию мышления учащихся, более глубокому усвоению идеи функциональной зависимости, повышает вычислительную культуру. В процессе решения текстовых задач у учащихся формируются умения и навыки моделирования реальных объектов и явлений.

В курсе математики 5 – 9 классов рассматриваются два основных способа решения текстовых задач: арифметический и алгебраический. Арифметический способ состоит в нахождении значений неизвестной величины посредством составления числового выражения (числовой формулы) и подсчета результата. Алгебраический способ основан на использовании уравнений, составляемых при решении задач.

Остановимся на некоторых основных вопросах пропедевтической работы по составлению уравнений при решении текстовых задач.

Такая работа в основном осуществляется в 5 – 6 классах, хотя простейшие задачи уже решались этим методом в 1 – 4 классах.

Здесь можно выделить два основных этапа. На первом задача учителя состоит в том, чтобы систематически и целенаправленно формировать у учащихся некоторые важные общеучебные и математические навыки. На втором этапе основное внимание должно быть уделено выявлению зависимостей между величинами, входящими в текст задачи, и обучению переводу этих зависимостей на математический язык. Остановимся на каждом этапе подробнее.

**Первый этап пропедевтики.**

К наиболее важным умениям, которые необходимо сформировать у учащихся на этом этапе изучения текстовых задач, относятся следующие:

* умение внимательно читать текст задачи,
* умение проводить первичный анализ текста задачи – выделять условие и вопрос задачи,
* умение оформлять краткую запись текста задачи,
* умение выполнять чертежи (рисунки) по тексту задачи.

В методике обучения математике разработаны соответствующие приемы работы учителя по формированию выделенных умений (З.П. Матушкина).

Приемы, формирующие умение читать текст задачи:

* показ образцов правильного чтения задачи;
* проведение специальной работы над текстом задачи по усвоению ее содержания. Здесь имеется ввиду различные формы предъявления задачи: текстом, краткой записью текста, рисунком. Сюда включаются также приемы работы над условием содержания задачи: изменение числовых данных задачи; изменение сюжета задачи; изменение сюжета и числовых данных задачи.

Приемы, формирующие умения выделять условие и вопрос задачи:

* выявление роли вопроса в нахождении способа решения задачи; обращение внимания на точность, ясность формулировки вопроса задачи; переформулировка вопроса задачи.

Этот прием направлен на воспитание у учащихся потребности выделять условие и вопрос задачи;

* формулирование одного или нескольких вопросов к условию задачи;
* нахождение необходимых данных для ответа на вопрос задачи;
* составление задачи по вопросу; формулирование одной или нескольких задач по данному вопросу.

Приемы обучения оформлению краткой записи текста задачи:

* оформление краткой записи в виде таблицы, схемы;
* оформление краткой записи в строку (столбец);
* чтение краткой записи задачи;
* составление задачи по ее краткой записи.

Приему обучения выполнению чертежей (рисунков) по тексту задачи.

Основные из них следующие:

* предъявление заданий, требующих только выполнение соответствующего рисунка;
* чтение рисунка, выполненного по тексту задачи;
* составление задачи по рисунку или чертежу.

Сделаем некоторые пояснения к приему оформления чертежей по тексту задачи. Выполненный чертеж (рисунок) по тексту задачи позволяет фиксировать ход рассуждений при ее решении, что способствует формированию общих подходов к решению задач. Поэтому к выполнению чертежей предъявляются требования: они должны быть наглядными, четкими, соответствовать тексту задачи; на них должны быть отражены по возможности все данные, входящие в условие задачи; выделенные на них данные и искомые должны соответствовать условию и общепринятым обозначения.

Формирование умения выполнять чертеж задачи будет успешным, если учащиеся будут уметь читать соответствующий чертеж. В связи с этим важным моментом является составление текста задачи по чертежу, рисунку. В результате выполнения таких упражнений формируются навыки перевода графических данных на словесный текст.

**Второй этап пропедевтики**

Важным моментом здесь является обучение пониманию учащимися способов словесного выражения изменению величин и фиксация их в виде математических выражений или уравнений.

Достигается это с помощью соответствующих упражнений. Например, при изучении действий умножения натуральных чисел в 5 классе учащиеся рассматривают одно из применений умножения – увеличение числа в несколько раз. Здесь для достижения указанной цели возможны следующие упражнения:

1. Отец старше сына в 4 раза. Сколько лет отцу, если сыну m лет? (4m)
2. На первых двух полках стоит по n книг на каждой, а на третьей – m книг. Сколько книг на трех полках? (2n+m)
3. Сравните a и c, если а = 5с (а больше с в 5 раз или с меньше а в 5 раз).
4. Составьте равенство, исходя из условия: х больше у в n раз (х = nу).
5. Составьте задачу по уравнению 2х = 28 (Например: «В корзине было несколько грибов. После того, как в нее добавили столько же, в ней стало 28 грибов. Сколько грибов было в корзине?»)

Аналогичные упражнения могут быть предложены учащимся также при изучении других арифметических действий.

Сложность подобных упражнений должна быть посильной для учащихся, а число их – достаточным для формирования соответствующих умений и навыков.

В методике обучения решению задач предлагаются также другие системы упражнений для достижения поставленной цели. Например, рассматриваются конкретные текстовые задачи и после прочтения их текстов учащимся предлагается ответить на ряд вопросов. Раскроем содержание этого приема на нескольких задачах.

Задача 1. Теплоход за час проходит расстояние в 5 раз больше, чем катер. Сколько километров в час проходит каждый из них, если сумма их скоростей равна 90 км/ч?

Задания. 1) Назовите величины, которые связаны зависимостями:

а) одна больше другой в 5 раз;

б) одна меньше другой в 5 раз.

2) Если катер проходит х км/ч, то как можно истолковать выражения: 5х, 5х+х? Значение какой из представленных величин известно по условию задачи?

Задача 2. Волейбольная команда школьников выиграла на … состязаний…, чем проиграла. Число проигранных состязаний в … числа состязаний, проведенных вничью. Сколько проведено состязаний, если ничьих было на …, чем проигрышей?

Задание. Используя справочный материал, заполните пропуски в тексте задачи. Справочный материал: команда школьников выиграла 16 состязаний, проиграла 6 и свела

вничью 2.

Задача 3. На школьной математической олимпиаде было предложено 8 задач. За каждую решенную задачу засчитывалось 5 очков, а за каждую нерешенную задачу списывалось 3 очка. Сколько задач правильно решил ученик, если он получил 24 очка?

Задание. Установите, к решению каких из приведенных ниже уравнений сводится решение предложенной задачи:

а) 5х-3(8-х)=24; г) 5х-3(8+х)=24;

б) 5х=24; д) 5х+3(8-х)=24.

в) 5(8-х)-3х=24;

Задача 4. С противоположных концов катка длиной 180 м бегут навстречу друг другу два мальчика. Через сколько секунд они встретятся, если начнут бег одновременно и если один пробежит 9 м/с, а другой 6 м/с?

Задание. Дополните приведенные ниже выражения до уравнения, к которому сводится решение задачи:

а) 9х+…=180;

б) 180…=6х;

в) …9х=….

Заметим, что задания к задачам не требуют решения исходных задач. Причем четко выделяются две группы заданий: первая группа (задачи 1 и 2) направлена на формирование умения видеть всевозможные зависимости между величинами, входящими в задачу; вторая группа (задачи 3 и 4) формируют умение видеть в математическом выражении или формуле определенное содержание, т.е. математическую модель.

Изложенная система пропедевтической работы учителя по обучению решению текстовых задач показывают, что эти задачи выступают не только как цель и средство, но и как предмет изучения. Это соответствует той важной роли, которая отводится им в курсе математики.

В 5 – 6 классах учащиеся решают также текстовые задачи на все действия с натуральными и дробными числами, на зависимость между компонентами и результатами действий. Эти задачи и методы их решения имеют важное методическое значение. Прочное усвоение методов решения «чисто арифметических» задач позволяет подготовить учащихся к осознанному решению задач методом составления уравнений. Тем самым, этот вид задач можно рассмотреть в связи с прикладной направленностью курса школьной математики (пропедевтика представления о математическом моделировании).

**§5. Этапы решения задач с помощью уравнений**

Деятельность по решению задачи включает следующие этапы независимо от выбранного метода решения:

1. анализ содержания задачи;
2. поиск пути решения задачи и составление плана её решения;
3. осуществление плана решения задачи;
4. проверка решения задачи.

Поясним это на конкретных примерах, выделяя отдельно каждый из названных этапов.

**Пример.** Расстояние от пункта А до пункта В равно 116 км. Из А в В одновременно отправляются велосипедист и мотоциклист. Скорость велосипедиста 12 км/ч, скорость мотоциклиста – 32 км/ч. Через сколько часов велосипедисту останется проехать в четыре раза больший путь, чем мотоциклисту?

**Решение.**

1. Анализ задачи.

В задаче идет речь о велосипедисте и мотоциклисте, которые отправляются одновременно в одном направлении из пункта А в В. Известно, что расстояние от А до В равно 116 км, скорость велосипедиста – 12 км/ч, скорость мотоциклиста – 32 км/ч. Требуется узнать, через сколько часов велосипедисту останется проехать в четыре раза больший путь, чем мотоциклисту.

Краткая запись задачи (в виде схематического чертежа) показана на рисунке 1а.

****

1. Поиск пути решения задачи и составление плана ее решения.

Обозначим искомое число часов через х. Зная скорость мотоциклиста, можем узнать, какое расстояние он проедет за х ч, а затем, зная расстояние между пунктами А и В, найдем, какое расстояние останется проехать мотоциклисту до пункта В.

Зная скорость велосипедиста, можем узнать, какое расстояние он проедет за х ч, а затем найдем, какое расстояние ему останется проехать до пункта В.

По условию велосипедисту останется проделать путь, в четыре раза больший, чем мотоциклисту. Следовательно, мы можем составить уравнение, приравняв между собой путь, в четыре раза больший пути, который осталось проехать мотоциклисту.

Решив этот уравнение, найдем, через сколько часов велосипедисту останется проделать путь, в четыре раза больший, чем мотоциклисту.

1. Осуществление плана решения задачи.

Пусть через х ч велосипедисту останется проделать в четыре раза больший путь, чем мотоциклисту. За это время мотоциклист проедет 32х км, значит, ему останется проехать до пункта В (116 – 32х) км. Велосипедист за х ч проедет 12х км, значит, ему останется проехать до пункта В (116 – 12х) км (рис. б). По условию это расстояние в четыре раза больше, чем расстояние, которое останется проехать мотоциклисту. Следовательно, получаем уравнение

(116 – 32х) · 4 = 116 – 12х.

После несложных преобразований будем иметь:

464 – 128х = 116 – 12х 116х = 348 х = 3.

Итак, искомое решение равно 3 ч.

1. Проверка решения задачи.

Через 3 ч мотоциклист проедет 32 · 3 = 96 (км), останется 116 – 96 = 20 (км). Через 3 ч велосипедист проедет 12 · 3 = 36 (км), останется до конца 116 – 36 = 80 (км). Найдем, во сколько раз велосипедисту останется сделать больший путь, чем мотоциклисту: 80 : 20 = 4 (раза). Расхождения с условием задачи нет. Задача решена правильно.

Ответ: через 3 ч велосипедисту останется сделать в четыре раза больший путь, чем мотоциклисту.

Выделенные этапы представляют норму деятельности человека по решению задач. В реальном процессе решения задачи этапы не имеют четких границ, и человек, решающий задачу, не всегда выделяет их в явном виде, переходя от одного к другому незаметно для себя. Вместе с тем решение каждой отдельно взятой задачи обязательно должно содержать все указанные этапы, осмысленное прохождение которых (вместе со знанием приемов их выполнения) делает процесс решения любой задачи осознанным и целенаправленным, а значит, более успешным. Игнорирование одних этапов (например, поиска пути решения) может привести к решению методом «проб и ошибок», игнорирование других (например, проверки решения задачи) – к получение неверного ответа и т.д.

Выделенные этапы процесса решения задачи служит той ориентировочной основой, опираясь на которую учитель управляет действиями учащихся по формированию способов решения задач. Каждый этап имеет свои признаки (ориентиры), руководствуясь которыми учитель формирует у учащихся компоненты общего умения решать задачи.

Рассмотрим более подробно каждый этап решения задачи.

На первом этапе (анализ текста задачи) учитель должен добиться того, чтобы учащиеся «приняли» задачу, т.е. поняли ее смысл, сделав целью своей деятельности. В этом случае задача становится объектом мышления.

Поэтому усвоение текста задачи учащимися будет первой важной целью учителя. Исходным здесь является выделение в задаче условия, т.е. данных и отношений между ними, и требования задачи, т.е. искомого (искомых) и отношений между ними. Дальнейшее соотнесение условия и требования позволяет выявить в задаче основное отношение, направляющее процесс поиска ее решения. Как правило, это отношение имеет вид функциональной зависимости. Важное значение имеют краткая запись текста задачи, составление схем, рисунков.

Схемы и рисунки выступают в роли наглядного представления содержания задачи и зависимостей величин, входящих в нее. Еще большее значение приобретает схема в роли модели, выявляющей скрытые зависимости между величинами. Поэтому составлению кратких записей и схем по тексту задачи необходимо специально обучать.

Сопоставление условия и требования задачи позволяет выяснить, достаточно ли данных для ответа на вопрос задачи, нет ли среди них противоречивых или лишних данных.

На первом этапе решения необходимо также актуализировать «базис» решения задачи, т.е. теоретическую и практическую основу, необходимую для обоснования решения. Здесь выясняется также, не принадлежит ли задача к известному типу задач.

Итак,основные назначения этапа – осмыслить ситуацию, отраженную в задаче; выделить условия и требования, назвать данные и искомые, выделить величины и зависимости между ними (явные и неявные). На этом этапе решения задачи можно использовать такие приемы:

а) представление той жизненной ситуации, которая описана в задаче;

б) постановка специальных вопросов и поиск ответов на них;

в) «переформулировка» задачи;

г) моделирование ситуации, описанной в задаче, с помощью реальных предметов, предметных или графических моделей и др.

Первый прием – представление той жизненной ситуации, которая описана в задаче, - выполняется фактически при чтении или слушании задачи. Вместе с тем мысленное воспроизведение всех объектов задачи и связей между ними может проводиться и позже. Цель такого воспроизведения – выявление основных количественных и качественных характеристик ситуации, представленной в задаче.

Второй прием – постановка специальных вопросов и поиск ответов на них – включает следующий «стандартный» набор вопросов, ответы на которые позволяют детально разобраться в содержании задачи:

1. О чем говорится в задаче?
2. Что известно в задаче?
3. Что требуется найти в задаче?
4. Что в задаче неизвестно? и др.

Третий прием – переформулировка текста задачи – состоит в замене данного в задаче описания некоторой ситуации другим описанием, сохраняющим все отношения, связи, качественные характеристики, но более явно их выражающим. Вся лишняя, несущественная информация при этом отбрасывается, текст задачи преобразуется в форму, облегчающую поиск пути решения. В ходе переформулировки выделяются основные ситуации, о которых идет речь в задаче, при необходимости строится вспомогательная модель задачи: краткая запись условия, таблица, рисунок, чертеж, диаграмма и т.п.

Моделирование ситуации, описанной в задаче, с помощью реальных предметов, предметных моделей или графических моделей является еще одним, четвертым, приемом анализа задачи.

Рассмотрим приемы вспомогательных моделей, которые могут быть представлены в виде схематического чертежа, чертежа, таблицы и краткой записи.

**Пример**. В первом бидоне краски в 2 раза больше, чем во втором. Если из первого бидона взять 2 л краски, а во второй добавить 5 л краски, то в обоих бидонах станет поровну. Сколько краски было в каждом бидоне первоначально?

Вспомогательная модель задачи (в виде схематического чертежа) показана на рисунке.

****

**Пример.** Одна машинистка тратит на печатание 12 страниц текста столько же времени, сколько вторая машинистка на печатание 16 страниц. Сколько времени первая машинистка тратит на печатание одной страницы, если вторая печатает одну страницу за 12 мин?

Вспомогательная модель задачи (в виде чертежа) показана на рисунке.

****

**Пример.** В первую неделю типография получила с фабрики шесть рулонов бумаги одного сорта и заплатила за них 204 р. Сколько рублей должна заплатить типография за месяц, если она получила 10 таких же рулонов бумаги того же сорта?

Вспомогательная модель задачи (в виде таблицы) показана на рисунке.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Число рулонов (шт.) | Стоимость (р.) | Цена (р.) |
| 6 | 204 | Одинаковая |
| 10 | ? |

На втором этапе процесса решения задачи важным моментом является выяснение стратегии решения задачи:

1. устанавливается, будет ли неизвестным, относительно которого составляется уравнение, искомая величина или же промежуточная величина. Если принято решение найти сначала промежуточную величину, то искомая величина выражается через нее;
2. по какому компоненту составлено уравнение или оно будет составлено с использованием всех его компонентов (другими словами, для каких величин соответствующие выражения будут приравниваться).

Далее осуществляется поиск способа решения задачи на основе построения модели поиска. Аналитико-синтетический поиск решения заканчивается получением уравнения. Соответствующий план решения обсуждается с учащимися, при этом используется табличная запись поиска решения задачи. В случае необходимости план как способ решения задачи оформляется письменно. В этом он выполняет роль ориентировочной основы деятельности учащегося.

Итак, назначение этапа – завершить установление связей между данными и искомыми величинами и указать последовательность использования этих связей.

Проведя анализ задачи, не всегда просто найти путь ее решения. Поиск пути решения задачи является довольно трудным процессом, для которого нет точного предписания. Укажем некоторые приемы, помогающие осуществить этот этап.

Одним их приемов поиска пути решения задачи является анализ задачи по тексту или по ее вспомогательной модели. Поиск пути решения задачи можно осуществлять от вопроса задачи к данным (аналитический путь) или от данных к вопросу (синтетический путь).

В первом случае (аналитический путь) на основе анализа задачи необходимо уточнить, что требуется найти в задаче и определить, что достаточно знать для ответа на этот вопрос. Для этого следует выяснить, какие из нужных данных есть в условии задачи. Если они (или одно из них) отсутствуют, надо определить, что нужно знать, чтобы найти недостающие данные (или одно недостающее данное), и т.д., пока для определения очередного неизвестного оба данных будут известны.

Поиск пути решения заканчивается составлением плана решения задачи. Под планом решения будем понимать объяснение того, что узнаем, выполнив то или иное действие, и указание по порядку выполнения арифметических действий. Приведем пример поиска решения задачи аналитическим путем.

**Пример.** В трех школах 1072 ученика, во второй на 16 учеников больше, чем в третьей, и на 14 учеников меньше, чем в первой. Сколько учеников в каждой школе?

Краткая запись задачи показана на рисунке.

****

Поиск пути решения. Чтобы определить число учащихся в каждой школе, надо сначала узнать число учащихся в одной из школ и разность между этим числом учащихся других школ.

В условии дана разность числа учащихся второй и третьей школ и разность числа учащихся первой и второй школ. Поэтому в первую очередь удобнее определять число учащихся второй школы; для этого приравниваем число учащихся первой и третьей школ к числу учащихся второй школы. Чтобы узнать, сколько было бы учащихся в трех школах, если бы в каждой школе было столько, сколько во второй, надо знать настоящее число учащихся трех школ (дано в условии) и на сколько учеников оно увеличится или уменьшится при предполагаемом изменении числа учащихся первой и третьей школ. Последнее число определим, зная, что число учащихся первой школы надо уменьшить на 14 учеников (чтобы уравнять со второй школой), а число учащихся третьей школы увеличить на 16.

План решения.

1. На сколько учеников увеличилось бы общее число трех школ, если бы в каждой школе число учеников было бы таким же, как во второй?
2. Сколько учеников было бы в трех школах, если бы число учеников в каждой школе было бы таким же, как во второй школе?
3. Сколько учеников во второй школе?
4. Сколько учеников в первой школе?
5. Сколько учеников в третьей школе?

Во втором случае (синтетический путь) решающий выделяет в тексте задачи два каких-либо данных и на основе связи между ними, установленной при анализе, определяет, какое неизвестное может быть найдено по этим данным и с помощью какого действия. Затем, считая полученное число данным, решающий опять выделяет два взаимосвязанных данных и определяет, какое неизвестное может быть найдено по ним и с помощью какого действия, и т.д., пока выполнение очередного действия не приведет к определению искомого.

**Пример.** У трех братьев была некоторая сумма денег: у первого и второго вместе 600 р., у второго и третьего вместе 500 р., у третьего и первого 700 р. Сколько денег было у каждого брата в отдельности?

Решение. Краткая запись задачи показана на рисунке.

I и II - 600 р.

II и III - 500 р.

I и III - 700 р.

Сколько денег было у каждого брата в отдельности?

Поиск пути решения. Зная, что у первого и второго братьев вместе 600 р., а у второго и третьего вместе 500 р., можем найти, на сколько денег у первого брата больше, чем у третьего.

По сумме и разности денег первого и третьего узнаем, чему равно удвоенное количество денег третьего брата, а затем, сколько денег имеет каждый из них. После этого можно найти, сколько денег у второго.

План решения.

1. На сколько рублей у первого брата больше, чем у третьего?
2. Чему равно удвоенное количество денег третьего брата?
3. Сколько денег имел третий брат?
4. Сколько денег имел первый брат?
5. Сколько денег имел второй брат?

При решении задач анализ и синтез в рассуждениях, как правило, переплетаются. Осуществляя поиск пути решения задачи синтетически, анализ часто производят «про себя». В то же время, каким бы приемом мы не вели поиск пути решения составной задачи, ее предварительный анализ (хотя бы подсознательный) неизбежен.

Еще одним из приемов поиска пути решения задачи является разбиение задачи на смысловые части. Сущность этой работы заключается в том, чтобы научиться различать в данной задаче отдельные, менее сложные задачи, последовательное решение которых позволяет получить ответ на требование данной.

На третьем этапе процесса решения задачи осуществляется найденный план решения, выполняется проверка решения и записывается полученный ответ.

Назначение этапа – найти ответ на требование задачи. Немаловажную роль при решении задач играет запись найденного решения. Прежде всего остановимся на используемых сокращениях при записи действий с именованными числами. При записи именованных чисел, выраженных в метрических мерах, используются наименования, принятые в международной системе единиц СИ, например, «м» – метр, «км/ч» – километров в час. Названия таких мер, как квадратный метр, кубический метр, употребляемых без чисел, выписываются полностью словами, например: «сколько гектаров земли…», а не «сколько га земли…». Принято название метрических мер выписывать полностью и в случае буквенной символики, например, «а литров», b метров» и т.д. Однако часто этого не делают, а используют более удобную запись «х км/ч», «у м3» и т.д. Что касается других наименований, то здесь нет общеустановленных условных обозначений. Вместе с тем в последнее время, как правило, вместо «руб.» принято писать «р.», вместо «коп.» – «к.» и др. 

Четвертый этап – изучение (анализ) найденного решения задачи. Здесь анализ имеет своей целью выделение главной идеи решения, существенных его моментов, обобщение решения задач данного типа. Выясняются недостатки решения, выявляются и закрепляются в памяти учащихся приемы, которые были использованы в процессе решения задачи.

В психолого-дидактических исследованиях высказывается мнение, что осуществление этого этапа будет способствовать переносу знаний и служить средством более эффективного обучения решению задач. Раскроем методику обучения решению текстовых задач на конкретном примере.

**Задача.** По плану бригада должны была выполнить заказ за 10 дней. Но фактически она перевыполняла норму на 27 деталей в день и за 7 дней работы не только выполнила предусмотренное планом задание, но и изготовила сверх плана 54 детали. Сколько деталей в день должна была изготовить бригада по плану?

Анализ текста задачи. После прочтения текста задачи анализ может быть проведен посредством рассмотрения следующих вопросов (самими учащимися или с помощью учителя):

За сколько дней бригада должна выполнить заказ по плану?

За сколько дней бригада фактически выполнила заказ?

Почему бригада выполнила заказ раньше намеченного срока?

Сколько деталей изготовила бригада сверх плана?

Какие величины содержатся в задаче?

Как связаны между собой производительность труда, время и объем выполненной работы?

Сколько различных ситуаций можно выделить в задаче?

Какие величины, входящие в условие и вопрос задачи, неизвестны?

Какая величина в задаче является искомой?

Решалась ли раньше задача, похожая на эту?

В итоге первого этапа работы над задачей с учетом основного отношения выполняется запись текста задачи. Табличная форма записи на первых этапах обучения решению текстовых задач наиболее эффективна, потому что умение учащегося оформить соответствующую таблицу говорит о том, принял он задачу или нет.

Для выяснения связи между значениями одной и той же величины перед учащимися ставятся соответствующие вопросы, например: в каком случае производительность труда бригады была выше? На сколько деталей в день бригада перевыполняла норму?

Правильный ответ на первый вопрос позволяет поставить в таблице соответствующий знак неравенства между неизвестными значениями одноименной величины.

Ответ на второй вопрос позволяет записать: «На 27». Полученная запись позволяет учащимся актуализировать часть условия задачи: производительность бригады, предусмотренная планом, на 27 деталей в день меньше фактической. Аналогично поступают при выяснении связи между неизвестными значениями другой величины. В данном случае сравнивается плановый и фактический объем выполненной работы.

Поиск способа решения задачи.

На этом этапе обсуждается стратегия решения задачи. Затем вводится обозначение искомой или другой неизвестной величины в зависимости от выбранной учителем совместно с учащимися стратегии. Далее, пользуясь установленными зависимостями между значениями одноименных величин и основным отношением, реализованным в задаче (т.е. зависимостью между величинами), на основе табличной записи текста задачи выполняется таблица поиска решения задачи:

|  |  |
| --- | --- |
| Величины | Ситуация |
| По плану | Фактически |
| Производительность бригад, дет. в деньВремя работы, дн.Объем выполненной работы, дет. |  х <1010х < |  х+277(х+27)·7 |  На 27На 54 |

Исходя из модели поиска решения, выписывается неравенство

10х<(х+27)·7 на 54, с помощью которого составляется уравнение 10х+54 = (х+27)·7 или уравнение 10х=(х+27)·7-54.

Осуществление плана решения задачи. Отсюда естественно вытекает план решения задачи, который включает в себя поиск решения (способ получения уравнения) и решение полученного уравнения. Заметим, что табличная форма записи деятельности учащихся по составлению уравнения не требует повторного ее описания. Поэтому на третьем этапе процесса решения текстовой задачи остается решить полученное уравнение, выполнить проверку решения и записать ответ.

Имеем уравнение: 10х+54 = (х+27)·7

Решим его:

10х+54 = 7х+189,

3х = 135,

х = 45.

Данное уравнение имеет один корень – число 45.

Однако решение задачи не может заканчиваться решением уравнения: необходимо проверить, удовлетворяет ли полученный корень уравнения условию и требованию задачи. В связи с этим необходимо сделать проверку корня уравнения по смыслу задачи.

По найденному значению х по порядку вычисляются значения входящих в задачу величин. При этом проверяется, удовлетворяют ли эти величины смысловым ограничениям. Если все найденные значения величин им удовлетворяют, то корень уравнения дает решение задачи.

С этой целью воспользуемся моделью поиска решения задачи. По смыслу найденной задачи все входящие в нее величины должны принимать положительные значения. Проверим, выполняется ли это для найденного значения х = 45:

х = 45 Положительное число.

х+27 = 45+27 = 72 Положительное число.

(х+27)·7 = 72·7 = 504 Положительное число.

504-450 = 54 Положительное число, являющееся данным.

Следовательно, значение х = 45 удовлетворяет условию задачи, т.е. является ее решением.

Ответ: бригада должна изготовить в день по плану 45 деталей.

Изучение (анализ) найденного решения. Перед учащимися в соответствии с содержанием этого этапа процесса решения задачи ставятся вопросы следующего типа:

Какова главная идея решения данной задачи?

Нельзя ли указать другие способы решения данной задачи?

Почему рассмотренный способ решения является рациональным?

В заключение отметим, что предложенная методика обучения решению текстовых задач на процессы эффективна также и в случае решения задач, приводящих к решению уравнений более сложного вида, чем линейные, например, квадратные. Естественно, что при последовательном формировании умений решать текстовые задачи методика обучения претерпевает определенные изменения: отпадает необходимость применять табличную форму записи текста задачи и поиска ее решения, сократится число выявленных этапов процесса ее решения, сам этот процесс станет более свернутым.

**Глава 3. Практическая реализация этапов решения текстовых задач**

**§1. Решение задач с помощью составления уравнений**

**в теме «Уравнения»**

Регулярное применение алгебраического метода решения текстовых задач начинается с 7 класса. К этому момента часть учащихся уже достигнет на достаточно хорошем уровне умения решать методом составления уравнения несложные текстовые задачи.

В 6 классе в связи с появлением новых видов уравнений и методов их решения текстовые задачи становятся разнообразнее как по содержанию, так и по своей информационной структуре. Эти задачи таковы, что они позволяют действительно показать преимущество алгебраического способа решения по сравнению с арифметическим. В 1 – 6 классах зачастую алгебраическим способом решались такие текстовые задачи, которые поддавались простому, иногда устному выполнению.

К началу систематического использования алгебраического способа у учащихся должны быть сформированы на хорошем уровне следующие умения:

* проводить анализ текста задачи с целью усвоения ситуации, заданной в задаче, выявление ее предметной области и связей между объектами;
* распознавать величины, участвующие в задаче;
* сравнивать значения – величины, входящих в задачи;
* записывать одну задачу через другую;
* выявлять равные величины (на основе этого и составляется уравнение);
* кратко записывать условие задачи.

Полезной окажется работа, в результате которой ученики проследят за тем, как перевод условия задачи с естественного (русского) языка на язык алгебры позволяет составить уравнение.

Рассмотрим следующую задачу: «Сын моложе отца в 7 раз, а через 10 лет отец станет старше сына в 3 раза. Сколько лет сыну в настоящее время?»

Оформим решение в следующем виде:

|  |  |
| --- | --- |
| На русском языке | На языке алгебры |
| В настоящее время возраст сына неизвестенВозраст отца в настоящее времяЧерез 10 лет возраст сына станет равенЧерез 10 лет возраст отца станет равенВозраст отца станет больше возраста сына в 3 раза | х7хх + 107х + 107х + 10 = 3 (х + 10) |

Несмотря на то, что в 5 – 6 классах уже шло формирование у учащихся умение выбирать неизвестное, следует этому вопросу уделить пристальное внимание и в 7 классе, т.к. у многих школьников это умение не сформировалось на нужном уровне. При этом акцент нужно сделать на оптимальный выбор неизвестного. Прежде, почти всегда, за неизвестное принималась одна или несколько величин. Школьникам на конкретных примерах следует показать, что в ряде случаев за неизвестное целесообразно выбирать величину, не относящуюся к искомой.

Главное внимание при обучении учащихся способу решения текстовых задач методом составления уравнений должно быть обращено на сознательную отработку этапности решения. Полная схема включает такие этапы:

1. объяснение к составлению уравнения;
2. составление уравнения;
3. решение уравнения;
4. проверка;
5. запись ответа;
6. анализ решения задачи;

На первом этапе проводится анализ задачи, выделяются объекты и процессы, подлежащие рассмотрению, выделяются величины, характеризующие эти процессы, выбирается неизвестная величина, через которую выражаются остальные.

Далее выявляются основания для составления уравнения и составляется само уравнение. Целью последнего этапа является выявление рациональных путей решения, уяснения и уточнения идеи и метода решения, уяснение общих правил для решения подобных задач.

Подготовительные упражнения

Подготовительные упражнения предназначены для подготовки учащихся к решению задач, с которыми они ранее не встречались. Важное значение для составления уравнений по условию задачи имеют навыки в записи алгебраических выражений, равенств с целью уяснения основных понятий и соотношений: равно, больше на столько-то, больше во столько-то раз, отношение и др..

Для отработки этих понятий и соотношений между ними необходимы систематические упражнения в записи алгебраических выражений.

* Большое значение имеет запись формул, выражающих функциональную зависимость между величинами. Приведем упражнения, которые целесообразно давать систематически, повторяя их время от времени.
1. Скорость движения тела V, время движения t , путь S. Запишите формулы для определения S, V, t.
2. Цена товара k, количество m, стоимость с. Запишите формулы зависимости между c, k и m.
3. Производительность – p деталей в час, время работы – t часов, объем произведенной продукции – n деталей. Запишите формулы для определения p, t, n
* Цель следующих заданий: формирование умений анализировать условие, исследовать корни, соотносить их с условием задачи.

При решении задач с помощью уравнений могут возникнуть затруднения, связанные с выделением из условия задачи величин, связанным какими-либо зависимостями.

Можно предложить учащимся следующие упражнения:

1. Прочитайте задачу и ответьте на вопросы.

Теплоход за час проходит расстояние, в 4 раза меньше, чем катер. Сколько километров в час проходит каждый из них, если сумма их скоростей равна 90 км/ч?

Вопросы:

1. Назовите величины, связанные следующими зависимостями:

а) одна больше другой в 4 раза;

б) одна меньше другой в 4 раза;

1. Если теплоход проходит х км в час, то что могут означать следующие выражения:

4х, 4х + х?

* Цель: развитие воображения учащихся, формирование умений читать схематически записи условий.

Задание: по схематической записи составить задачу.

а)

б)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | V (км/ч) | t (ч) | S (км) |
| I | х | 7 |  |
| II | х + 5 | 6 |  |

* Цель заданий: первичное закрепление знаний об этапах решения задач.

Решить задачу, составив уравнение. На полке стояло несколько книг. Когда с нее сняли 10 книг, то на полке стало 25 книг. Сколько книг было на полке?

1. Анализ задачи.

Переведем задачу на математический язык.

Было несколько книг х

сняли 10 книг 10

стало 25 книг 25

Т.к. неизвестно, сколько книг было на полке, то это и обозначили х.

1. Составим уравнение.

 х – 10 = 25

было сняли стало

1. Решаем уравнение.

х – 10 = 25

Чтобы найти неизвестное уменьшаемое, надо к разности прибавить вычитаемое.

х = 25 + 10

х = 35

1. Ответ: 35 книг было на полке.

Работа с задачей.

Задача: «В двух книгах 70 страниц. В первой книге страниц в 6 раз больше, чем во второй. Сколько страниц в каждой книге?»

1. 1) О чем говорится в задаче? (о двух книгах).

2) В какой книге больше страниц? (в первой книге).

1. В какой книге меньше страниц? (во второй книге).
2. Что известно о количестве страниц в каждой книге? (в первой книге в 6 раз больше)
3. Наименьшее обозначим за «х». Что такое х в задаче? (х – количество страниц во второй книге).
4. Как выразить количество страниц в 1-ой книге? (6х)
5. Сколько всего страниц в двух книгах? (70 страниц).

Схематическая запись.

|  |  |
| --- | --- |
|  | количество страниц |
| I книга | 6х |
| II книга | х |

1. Основание составления уравнения: 70 страниц.
2. Составление уравнения:

х + 6х = 70

1. Решение уравнения:

х + 6х = 70

х (1 + 6) = 70

7х = 70

х = 70 : 7

х = 10

1. 10 страниц во второй книге.
2. В задаче спрашивалось, сколько страниц в каждой книге. Значит, надо найти, сколько страниц в первой книге.

По условию это: 6х. Найдем значение этого выражения.

10 · 6 = 60 (с).

1. Найдены все величины. Можно записать ответ:

Ответ: 10 страниц во второй книге, 60 страниц в первой книге.

**§2. Решение задач с помощью составления уравнений в теме**

**«Прямая и обратная пропорциональные зависимости»**

Рассмотрим этапы изучения этой темы.

Во-первых, надо научить школьников решать пропорции. Основной способ их решения должен опираться на основное свойство пропорций. Когда эта цель будет достигнута, то можно показать использование свойств пропорций для упрощения их решения.

Во-вторых, нужно научить школьников выделять в условиях задач две величины, устанавливать вид зависимости между ними.

В-третьих, нужно научить их по условию задачи составлять пропорцию. При решении первых задач полезно подчеркнуть, что стоимость покупки определяется по формуле:

стоимость = цена · количество

и проследить, как при увеличении (уменьшении) одной величины в несколько раз изменяется вторая величина при неизменной третьей.

Аналогичная работа с задачами проводится по формуле:

путь = скорость · время

1. За несколько одинаковых карандашей заплатили 8 р. Сколько нужно заплатить за такие же карандаши, если их:

а) в 2 раза больше;

б) в 2 раза меньше?

1. Имеются деньги на покупку 30 карандашей.

а) Сколько тетрадей можно купить на те же деньги, если тетрадь дешевле карандаша в 2 раза?

б) Сколько ручек можно купить на те же деньги, если ручка дороже карандаша в 10 раз?

Наблюдения, полученные учащимся при решении задач 1,2, нужно использовать при формировании понятий прямой и обратной пропорциональности.

Две величины называются прямо пропорциональными, если при увеличении (уменьшении) одной из них в несколько раз другая увеличивается (уменьшается) во столько же раз.

Две величины называются обратно пропорциональными, если при увеличении (уменьшении) одной из них в несколько раз другая уменьшается (увеличивается) во столько же раз.

Дальше, опираясь на опыт решения задач 1,2 т определения, учащиеся должны ответить на вопросы заданий 3,4,5. Здесь следует постоянно обращать их внимание на то, какие величины изменяются, а какие нет.

1. Какова зависимость между:
2. ценой одной ручки и стоимостью нескольких ручек при постоянном их количестве?
3. Количеством ручек и их стоимостью при постоянной их цене?
4. количеством ручек и их ценой при постоянной их стоимости?
5. Какова зависимость между:
6. количеством тракторов и площадью, которую они вспашут за 1 день?
7. числом дней работы и площадью, которую он вспашет?
8. количеством тракторов и числом дней, за которые они вспашут поле?
9. Покупают одинаковые альбомы. Какова зависимость между количеством альбомов и стоимостью покупки?

Работу над заданиями 2,3 надо обобщить, заметив, что если три величины связаны равенством а = b · с, то при постоянном произведении множители обратно пропорциональны, а при постоянном множителе другой множитель и произведение прямо пропорциональны. Этот факт нужно рассмотреть применительно к формулам:

стоимость = цена · количество,

путь = скорость · время,

работа = производительность · время.

Перейдем к решению задач с помощью пропорций.

1. Расстояние между двумя городами пассажирский поезд прошел со скоростью

80 км/ч за 3 ч. За сколько часов товарный поезд пройдет то же расстояние со скоростью 60 км/ч?

Скорость (км) Время (ч)

1. 3
2. х

В краткой записи условия задачи стрелки показывают, что скорость уменьшилась, а время увеличилось в одно и то же число раз. Это число находится делением большего числа на меньшее (в направлении стрелок). Чтобы учащиеся лучше освоили прием составления пропорций, надо постоянно задавать вопрос: «Во сколько раз увеличилась (уменьшилась) первая величина?» Тогда число, дающее ответ, будет находиться делением большего значения величины на меньшее (в направлении стрелок). На первых порах это число должно быть целым, позднее – дробным.

1. 5 маляров могли покрасить забор за 8 дней. За сколько дней покрасят тот же забор:

а) 10 маляров; б) 1 маляр?

Чтобы у учащихся не сложилось впечатление, будто зависимость бывает только двух видов – прямой и обратной пропорциональностью, полезно рассмотреть провокационных задачи, в которых зависимость имеет другой характер.

1. За 3 ч поймали 12 карасей. Сколько карасей поймают за 4 ч?
2. Два петуха разбудили 6 человек. Сколько человек разбудят пять петухов?
3. Трое пошли – три гвоздя нашли. Четверо пойдут – много ли найдут?

До сих пор мы рассматривали задачи, в которых отношение двух неизвестных значений одной величины было целым числом. В следующих задачах оно часто выражается дробью. Как и раньше, здесь следует постоянно задавать вопрос: «Во сколько раз увеличилась (уменьшилась) величина?»

1. Из «Арифметики» А.П. Киселева. 8 аршин сукна стоят 30 р. Сколько стоят 15 аршин этого сукна?
2. Со скоростью 80 км/ч товарный поезд прошел 720 км. Какое расстояние пройдет за это же время пассажирский поезд, скорость которого 60 км/ч?
3. За одно и то же время токарь обтачивает 6 деталей, а его ученик – 4 детали.
4. Сколько деталей обточит ученик за то же время, за которое токарь обточит 27 деталей?
5. Сколько времени потратит ученик на задании, которое токарь выполняет за 1ч?

После изучения основных понятий в этих темах («Пропорции», «Прямая и обратная пропорциональности»), учащиеся решают соответствующие задачи.

Подготовительные упражнения

Рассмотрим некоторые подготовительные упражнения, которые можно давать учащимся, чтобы сформировать у них навыки и умения устанавливать зависимости между величинами.

1. Какую часть одно число составляет от другого?

а) 4 от 20; б) 7 от 15; в) 10 от 20; г) 13 от 21

2. Найдите отношения и придумайте отношения, значения которых равны заданным:

а) 25 к 5; б) 0,25 к 0,55; в) 1,37 к 1,3; г) 6 к 27

3. Что показывает отношение:

а) пути, пройденного автомобилем, ко времени его движения;

б) числа деталей ко времени из изготовления;

в) стоимости купленных апельсинов к их массе?

4. Дана пропорция, найти выражение, которое не является пропорцией, выведенной из данной:

1) а : 20 = 4 : 8

1. а : 4 = 20 : 8;
2. 8 : 20 = 4 : а;
3. 20 : а = 4 : 8;
4. 20 : а = 8 : 4.

2) 8 : 21 = b : 30

1. b : 21 = 30 : 8;
2. 8 : b = 21 : 30;
3. 8 : 30 = b : 21;
4. 8 : 21 = 30 : b.
	1. Проверьте, используя основное свойство пропорции, следующие равенства. Какие из них являются пропорцией, а какие нет?

а) 4 : 3 = 36 : 26

б)  = 

в) 2 : 9 = 1 : 39

г)  = 

д) 3 : 7,5 = 2,5 : 6

* 1. Какова зависимость между:
1. временем и скоростью движения при постоянном пути?
2. количеством тракторов и числом дней, за которые они вспашут поле?
	1. Установите зависимость:
3. За х кг апельсинов заплатили p рублей. Как изменится стоимость покупки, если массу апельсинов увеличили в 5 раз; уменьшили в 2 раза?
	1. Расстояние от деревни до города велосипедист проехал за 3 часа.
4. За сколько часов это расстояние пройдет пешеход, скорость которого в 3 раза меньше скорости велосипедиста?
5. За сколько часов это расстояние пройдет мотоциклист, скорость которого в 5 раз больше скорости велосипедиста?

При решении этих задач учащиеся повторят, что такое отношение, как оно составляется, понятие пропорции, ее свойства, установление прямой или обратной пропорциональности между величинами.

Понятно, что если в задаче говорится о двух величинах, то краткая запись будет выглядеть следующим образом:

I вел. – II вел.

Изменение I вел. – II вел.

При этом проверяется зависимость первой величины от второй или наоборот. Если при увеличении / уменьшении первой величины в n раз, во столько же увеличится / уменьшится II величина, то это прямая пропорциональность.

Обозначение вводится с помощью стрелочек, которые «смотрят» в одну сторону.

I вел. – II вел.

I изм. вел. – II изм. вел.

Для обратной пропорциональности при соответствующем определении для нее, стрелочки будут иметь разное направление:

I вел. – II вел.

I изм. вел. – II изм. вел.

Т.к. в пропорции четыре составляющие, то три из них должны быть оговорены в задаче. А четвертую и будем обозначать неизвестной.

Приведем пример: «В 200 г раствора содержится 4 г соли. Сколько соли содержится в 600 г раствора?»

Составив схематическую запись для этой задачи, получим:

раствор соль

Было 200 г – 4 г

Спрашивается 600 г – х г

Теперь выясняем зависимость и ставим стрелочки.

200 г – 4 г

600 г – х г

При рассуждении учащиеся используют свой практический опыт. Вид пропорциональности устанавливается на основе закономерности; «законов» логики в соотношении между величинами. У учащихся развивается воображение, самоконтроль за выполнением своих действий.

Работа с задачей и схема работы на уроке

Теперь рассмотрим работу по решению задач на выполнение конкретных задач, опираясь на приведенную схему (этапы).

Для перевозки груза потребовалось 15 машин грузоподъемностью 7,5 т. Сколько нужно машин грузоподъемностью 4,5 т, чтобы перевезти тот же груз?

1. Ученикам задаются следующие вопросы:
	* + 1. Что является объектом исследований? (количество машин грузоподъемностью 4,5 т)
			2. Что они должны делать? (перевезти тот же груз)
			3. Сколько машин перевезли этот груз, грузоподъемностью каждая по 7,5 т? (15)
			4. Что неизвестно? Как обозначим? (кол-во машин; обозначим неизвестной х)

II. Составим краткую запись условия:

15 – 7,5 т

х – 4,5 т

1. Груз тот же, но каждая из машин теперь может увезти меньшую массу – 4,5 т. Увеличится или уменьшится количество машин, которые перевезут груз? (увеличится).
2. А число машин увеличилось или уменьшилось? (увеличилось).
3. Какая это пропорциональность? (обратная)

15 – 7,5 т

х – 4,5 т

III. Составим пропорцию. Она будет являться уравнением.

 15 – 7,5 т

 х – 4,5 т

Стоит обратить внимание на то, как составляется пропорция:

а) записываются два отношения в соответствии со стрелками;

б) между ними ставится знак равенства.

IV. Теперь надо найти неизвестное х. Для этого удобно использовать основное равенство пропорции.

15 · 7,5 = х · 4,5

х · 4,5 = 112,5

х = 112,5 : 4,5

х = 25

V. В задаче в качестве х обозначали количество машин, что и спрашивалось в вопросе. Поэтому мы нашли ответ. Т.к. использовали свойство пропорции и известный алгоритм решения уравнений, то все действия законны и вычисления верны. Осталось посмотреть соответствие ответа смыслу поставленного вопроса. Значение неизвестной х – это и есть количество машин, т.е. то, что спрашивалось в задаче. Можем записать ответ.

VI. Ответ: 25 машин грузоподъемностью 4,5 т потребуется.

VII. Исследование задачи можно не проводить, т.к. известен только один путь ее решения с помощью пропорции. В задачах по этой теме этапы выявления основания и анализ решения задачи не имеют места. Ошибки у учащихся возможны при установлении вида зависимости. Поэтому они в процессе решения должны обдумывать смысл слов, осмысленно выявлять зависимость, чтобы в дальнейшем правильно записать пропорцию.

**Заключение**

Умение решать задачи является одним из основных показателей уровня математического развития школьников, глубины усвоения учебного материала. Поэтому любой экзамен по математике, любая проверка знаний содержит в качестве основной и, пожалуй, наиболее трудной части решение задач.

За время обучения в школе ученик решит огромное число задач, и, как правило, много из них однотипные. Однако в итоге некоторые ученики овладевают общим умением решения задач, а многие, встретившись с задачей незнакомого или малоизвестного вида, теряются и не знают, как ее решать.

И одной из причин такого положения является то, что одни ученики вникают в процесс решения задач, стараются понять, в чем состоят приемы и методы решения задач. Другие же не задумываются над этими, стараются лишь как можно быстрее решить заданные задачи. Эти учащиеся не анализируют в должной степени решаемые задачи и не выделяют из решения общие приемы и способы. Задачи зачастую решаются лишь ради получения ответа.

У большинства учащихся, весьма смутные, а порой, и неверные представления о сущности процесса поиска решения задач, о самих задачах. Как могут учащиеся решить сложную задачу, если они не представляют, из чего складывается анализ задачи? Как могут они решить задачу на доказательство, если они не знают, в чем смысл доказательства?

А можно ли научиться решать любую задачу?

Конечно, любые задачи научиться решать невозможно, ибо как бы хорошо ученик не умел решать задачи, всегда может встретиться такая, которую он решить не сможет.

Ясно, что рассчитывать на изображение методики обучения решению задач, пригодной для всех детей и во всех случаях – все равно, что искать универсальное лекарство от всех болезней. Практическая ценность обучения школьников решению текстовых задач разнообразными способами в современных условиях заключается совсем не в том, чтобы раз и навсегда вооружить их приемами решения различных задач, которые будут возникать в дальнейшем обучении, а в том, что оно обогатит их опыт мыслительной деятельности. Ведь определенный прием решения задач может быть просто забыт или вытеснен в дальнейшем обучении общим приемом. Для того, чтобы развитие качества, таких как сообразительность, смекалка, не было подобным результатом процесса обучения решению текстовых задач, а было закономерным планируемым результатом обучения, необходима специальная организация самого процесса обучения.

Цель дипломной работы заключалась в том, чтобырассмотреть методику работы над задачами, которые решаются методом составления уравнений, и разработать рекомендации по обучению учащихся отыскивать пути решения задач с помощью составления уравнений.

Работа состояла из трёх основных частей.

Первая глава дипломной работы посвящена психологическим особенностям учащихся в возрасте 10 – 12 лет, дидактическим принципам обучения.

Во второй главе рассказывается о сущности задач, их функциях и излагаются этапы обучения решения задач с помощью составления уравнений.

В третьей главе показана работа с текстовыми задачами в темах: «Уравнения» и «Пропорции».

Апробация проводилась в школе №703 в 5 и 6 классах по темам: “Уравнения” и “Прямая и обратная пропорциональные зависимости” соответственно.

В процессе обучения учащиеся познакомились с этапами решения задач с помощью составления уравнений, научились анализировать условие задачи, осознали необходимость исследования корней уравнения, составлять алгебраические выражения. На уроке при решении задач учащиеся выбирали схематическую запись вместе с классом, затем самостоятельно проводили решение. Ответы проверялись в устной форме: учащиеся рассказывали ход решения задачи, а потом обосновывали ответ.

При решении задач у учащихся 5 класса возникали следующие трудности:

1. трудности, связанные с разделением условия на логические составляющие;
2. трудности в выборе схематической записи для конкретной задачи, ее оформлении;
3. в выборе величины, которую необходимо обозначить переменной «х».

Эти трудности возникли из-за того, что:

1. учащиеся неосознанно читали условия задачи;
2. как следствие неосознанного чтения задачи, не могли выявить процессы, описываемые в задаче.

Поэтому учащиеся не видели, что им дано, а какие величины можно брать в качестве неизвестной.

В 6-ом классе возникали трудности:

1. в установлении вида зависимости;
2. в решении пропорции.

Первая трудность связана с тем, что учащиеся не пытались анализировать закономерности, которые встречались им в жизни. Они их, очевидно, просто не видели.

Вторая трудность была связана с том, что учащиеся на тот момент плохо владели умением применять свойство пропорции, что в свою очередь приводило к неправильным результатам в вычислениях.

Очень эффективно проводить на уроке либо фронтальную работу, либо давать учащимся задания на карточках для индивидуальной работы. Со слабыми учащимися надо проводить отдельные консультации, на которых им кроме указанных заданий можно предложить самостоятельно воспроизвести решение задачи, разобранной на уроке. Так как решать задачи учащимся придется в течение всего обучения, то им надо объяснить необходимость решать задачи с помощью составления уравнений.

**Библиография**

1. Волович М.Б. Ключ к пониманию математики. – М., 1997.
2. Глейзер Г.И. История математики в школе: 4 – 6 классы: Пособие для учителей. – М., Просвещение, 1984.
3. Гусев В.А. Как помочь ученику полюбить математику. – М., 1994.
4. Далингер В.А. Обучение учащихся решению текстовых задач методом составления уравнений. – Омск, 1991.
5. Захарова А.Е. Текстовые задачи в курсе алгебры основной школы. Учебно-методические материалы спецкурса по методике преподавания математики «Избранные вопросы обучения алгебре в основной школе». М.: «Прометей», 2002.
6. Колягин Ю.М. Задачи в обучении математике: т.2. – М.: Просвещение, 1997.
7. Крутецкий В.А. Основы педагогической психологии. – М.: Просвещение, 1972.
8. Леонтьев А.Н. Деятельность. Сознание. Личность. – М.: «Мысль», 1975.
9. Лященко Е.И. Проблема задач в школьном курсе математики. Задачи как цель и средство обучения математике учащихся средней школы. – ЛГПИ им. А.И. Герцена, 1981.
10. Математика в 5 классах: В помощь учителю / Под ред. А.И. Маркушевича. – М.: Просвещение, 1971.
11. Математика: 5-11 кл.: Программы. Тематическое планирование: Для общеобразоват. шк., гимназий, лицеев. /М-во образования РФ; Сост. Г.М.Кузнецова, Н.Г.Миндюк. – М.: Дрофа, 2000.- 320 с.
12. Математика: Учебник для 5 кл. общеобразоват. учреждений / Н.Я.Виленкин, В.И. Жохов, А.С.Чесноков, С.И.Шварцбурд. – 5-е изд., испр. И доп. – М.: Издательство “Русское слово” , 1998. – 358 с. ил.
13. Математика: Учебник для 6 кл. общеобразоват. учреждений / Н.Я.Виленкин, В.И. Жохов, А.С.Чесноков, С.И.Шварцбурд. – 6-е изд.– М.: Мнемозина, 1999. – 304 с.: ил.
14. Мухина В.С. Возрастная психология: Учебник. – М.: «Академия», 1999.
15. Оганесян В.А. и др. Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика. – М., 1980.
16. Орехов Ф.А. Решение задач методом составления уравнений. – М.: Просвещение, 1971.
17. Пойа Д. Как решать задачу: Пособие для учителей. М., 1961.
18. Пойа Д. Математическое открытие. – М.: Наука, 1970.
19. Саранцев Т.И. Общая методика преподавания математики: Учебное пособие для студентов математических специальностей педагогических вузов. – Саранск, 1999.
20. Саранцев Г.И. Упражнения в обучении математике. – М.: Просвещение, 1995.
21. Совайленко В.К. Система обучения математике в 5 – 6 классах: Из опята работы. – М.: Просвещение, 1991.
22. Сорокин П.И. Занимательные задачи по математике с решениями и методическими указаниями: Пособие для учителей I – IV кл. – М.: 1967
23. Шатилова А.В. Обучение школьников составлению математических задач: учебно–методическое пособие для студентов физико–математических факультетов педагогических вузов. – Издательство БГПИ, 1999.
24. Шевкин А.В. Обучение решению текстовых задач в 5 – 6 классах. – М.: Рус. слово, 2001.
25. Фридман Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе. – М.: Просвещение, 1983.
26. Фридман Л.М., Турецкий Е.Н. Как научиться решать задачи: Пособие для учащихся. – М.: Просвещение, 1984.