**Файл: FERMA-2mPF-for**

**© Н. М. Козий, 2007**

**Авторские права защищены свидетельствами Украины**

**№ 27312 и № 28607**

**ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ВЕЛИКОЙ ТЕОРЕМЫ ФЕРМА ДЛЯ ЧЕТНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ СТЕПЕНИ**

Великая теорема Ферма формулируется следующим образом: диофантово уравнение(http://soluvel.okis.ru/evrika.html):

**Аn+ Вn = Сn**  /1/

где **n**- целое положительное число, большее двух, не имеет решения в целых положительных числах.

Суть Великой теоремы Ферма не изменится, если уравнение /1/ запишем следующим образом:

**Аn = Сn -Вn** /2/

Пусть показатель степени **n=2m**. Тогда уравнение /2/ запишется следующим образом:

**А2m = С2m –В2m** /3/

Для доказательства великой теоремы Ферма используем алгебраическое доказательство теоремы Пифагора.

**АЛГЕБРАИЧЕСКОЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ТЕОРЕМЫ ПИФАГОРА (Решение уравнения теоремы Пифагора в целых числах)**

Теорема Пифагора формулируется следующим образом: в прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов:

**С2 =А2 + В2,** /4/

где: **С** – гипотенуза; **А** и **В** – катеты.

Существуют прямоугольные треугольники, у которых стороны **А**, **В** и **С** выражаются целыми числами. Такие числа называются пифагоровыми.

Рассматривая уравнение теоремы Пифагора как алгебраическое уравнение, докажем, что существует бесконечное количество прямоугольных треугольников, в которых их стороны выражаются целыми числами или, что одно и тоже, уравнение /4/ имеет бесконечное количество решений в целых числах.

Суть теоремы Пифагора не изменится, если уравнение /4/ запишем следующим образом:

**А2 = С2 –В2**  /5/

Для доказательства теоремы Пифагора методами элементарной алгебры используем два известные в математике метода решения алгебраических уравнений: метод решения параметрических уравнений и метод замены переменных.

Уравнение /5/ рассматриваем как параметрическое уравнение с параметром **A** и переменными **B** и **С**. Уравнение /5/ в соответствии с известной зависимостью для разности квадратов двух чисел запишем в виде:

**А2=(C-B)∙(C+B)**  /6/

Используя метод замены переменных, обозначим:

**C-B=M**  /7/

Из уравнения /7/ имеем:

**C=B+M**  /8/

Из уравнений /6/, /7/ и /8/ имеем:

**А2 =M∙ (B+M+B)=M∙(2B+M) = 2BM+M2** /9/

Из уравнения /9/ имеем:

**А2- M2=2BM**  /10/

Отсюда: B = /11/



Из уравнений /8/ и /11/ имеем:

C= /12/



Таким образом: B = **/**13/



**C** /14/



Из уравнений /11/ и /12/ следует, что необходимым условием для того чтобы числа **В** и **С** были целыми, является делимость числа **A2** на число **M** , т. е. число **M** должно быть одним из сомножителей, входящих в состав сомножителей числа **А** или **A2**.

**Числа А и M должны иметь одинаковую четность**.

По формулам /13/ и /14/ определяются числа **B** и **C** как переменные, зависящие от значения числа **А** как параметра и значения числа **M.**

**Из изложенного следует:** 1. Квадрат простого числа **A** равен разности квадратов одной пары чисел **B** и **C (**при **M=1).** 2. Квадрат составного числа **A** равен разности квадратов одной пары или нескольких пар чисел **B** и **C.** 3. Квадрат числа **Am** равен разности квадратов нескольких пар чисел**.** 4. Все числа **A> 2** являются пифагоровыми.

Таким образом, существует бесконечное количество троек пифагоровых чисел **А**, **В** и **С** и, следовательно, бесконечное количество прямоугольных треугольников, у которых стороны **А**, **В** и **С** выражаются целыми числами.

**ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ВЕЛИКОЙ ТЕОРЕМЫ ФЕРМА**

**Вариант 1**

Уравнение /3/ с учетом уравнений /5/ и /6/ запишем следующим образом:

**А2m = С2m –В2m =(Сm –Вm )∙(Сm +Вm)**  /15/

Тогда в соответствии с уравнениями /13/ и /14/ запишем:

**Bm** =/16/



**Cm** /17/



Из уравнений /16/ и /17/ следует, что необходимым условием для того чтобы числа **В** и **С** были целыми, является делимость числа **A2m** на число **M** , т. е. число **M** должно быть одним из сомножителей, входящих в состав сомножителей числа **А** или **A2m**.Следовательно, число **A2m** должно быть равно:

**A2m = M· D,** /18/

где **D** – целое число.

Тогда : **Bm** =/19/



А число **Cm** с учетом уравнения /8/ равно:

**Cm = Bm + M =** /20/



Тогда из уравнений /19/ и /20/ следует:

**B =** /21/



**C** /22/



Если допустить, что **В –** целое число, то из уравнения /22/ следует, что число **С** не может быть целым числом, так как сомножители в скобках в подкоренных выражениях в уравнениях /21/ и /22/ **отличаются всего на 1.**

**ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ВЕЛИКОЙ ТЕОРЕМЫ ФЕРМА**

**Вариант 2**

Выше в доказательстве теоремы Пифагора доказано, что все натуральные числа являются пифагоровыми. Следовательно, все натуральные числа распределяются на тройки пифагоровых чисел и, следовательно, все тройки пифагоровых чисел удовлетворяют уравнению /4/:

**С2 =А2 + В2** /23/

Пифагоровы числа (**А, В, С)** могут быть истолкованы как длины сторон прямоугольного треугольника, а их квадраты могут быть истолкованы как площади квадратов, построенных на гипотенузе и катетах этого треугольника. Умножив приведенное уравнение на **С,** получим:

**С3=А2∙ С+ В2· С** /24/

Из уравнения /24/ следует, что объем куба раскладывается на два объема двух параллелепипедов. Поскольку очевидно, что в уравнении /23/ **А<C** и **В<C,** то из уравнения/24/ следует:

**С3>А3 + В3** /25/

На всем множестве троек пифагоровых чисел ( а все натуральные числа образуют тройки пифагоровых чисел) при показателе степени **n=3** не может быть ни одного решения уравнения /1/:

**Аn+ Вn = Сn**

Следовательно, на всем множестве натуральных чисел невозможно куб разложить на два куба.

Умножив уравнение /23/ на **С2,** получим:

**С2∙С2 =А2·С2 + В2∙С2** /26/

Все члены этого уравнения представляют собой объемы параллелепипедов:

параллелепипед **С2∙С2** имеет в основании квадрат со стороной **С** и высоту **С2;**

параллелепипед **А2∙С2** имеет в основании квадрат со стороной **А** и высоту **С2;**

параллелепипед **В2∙С2** имеет в основании квадрат со стороной **В** и высоту **С2.**

Следовательно, в соответствии с уравнением /26/ объем одного параллелепипеда разложился на сумму объемов двух параллелепипедов.

Поскольку, как показано выше, **А<C** и **В<C,** то из уравнения/26/ следует:

**С4>А4 + В4** /27/

В общем случае уравнение /26/ можно записать следующим образом:

**С2∙Сn-2=А2·Сn-2 + В2∙Сn-2** /28/

**Сn=А2·Сn-2 + В2∙Сn-2** /29/

Следовательно, в соответствии с уравнениями /28/ и /29/ объем одного параллелепипеда разложился на сумму объемов двух параллелепипедов. Поскольку, как показано выше, **А<C** и **В<C,** то из уравнения/29/ следует:

**Сn>Аn + Вn** /30/

Таким образом, великая теорема Ферма не имеет решения в целых положительных числах при четных показателях степени.