**Запрещенные арифметические операции возможны**

Геннадий Неверов

Из всех услуг, которые могут быть оказаны науке, введение новых идей самая важная.

Дж. Дж. Томсон

Наука о числах начала формироваться за 2...3 тысячелетия до нашей эры. Изложение арифметики в более или менее современном виде появилось в ХVIII веке.

Одними из самых краеугольных и устойчивых правил математики являются правила действий с категориями, знаками бесконечности и нуля. Правила утверждают, что не имеют смысла складывание и вычитание бесконечностей и то же самое нулей, запрещается делить на нуль. Эти правила ни у кого не вызывают возражений, они легко воспринимаются здравым смыслом школьников и академиков.

Эти утверждения включены во все учебники и справочники по арифметике и математике. Они крепко вбиты в головы современных людей и, можно сказать, уже закреплены в генетической памяти.

Однако, на мой взгляд, это ошибочная точка зрения. Ниже я покажу, что арифметические операции с названными числами возможны.

Например, при разработке эвристического алгоритма (одного из многих) решения задачи коммивояжера (The Traveling Salesman Problem) возможны соответствующие ситуации.

Напомню, что эта задача с несерьезным названием имеет многочисленные практические приложения, является самой известной задачей класса NP-complete problems (их количество свыше трех тысяч), особенность которого составляет сводимость задач класса друг к другу. Эти задачи не имеют эффективного (полиномиального) алгоритма решения и решаются приближенными и эвристическими алгоритмами. Если же когда-нибудь будет найден полиномиальный алгоритм решения хотя бы одной задачи класса, то весь их сонм будет решаться эффективно.

В журнале Scientific American (1984, 7) отмечалось, что решение таких задач современной математике не по силам.

Суть The Traveling Salesman Problem в следующем. Имеется сеть городов, коммивояжеру необходимо посетить каждый, заходя в города по одному разу – так, чтобы общая длина пути была минимальной. В терминах теории графов имеется матрица расстояний между вершинами графа, расстояния (дуги) могут быть натуральными положительными числами, бесконечностью или нулем. Появление в искомом пути хотя бы одной дуги, равной бесконечности, делает весь путь бесконечным, а дуги, равные нулю, сокращают путь.

Идея алгоритма: выбирать дуги, начиная с первой и аналогично дальше, так, чтобы в строках и столбцах вычеркивались самые плохие дуги, то есть в первую очередь равные бесконечности. При этом в матрице останутся более или менее короткие дуги, которые будут использоваться на дальнейших шагах алгоритма. Последний не находит оптимальный путь, но гарантирует отсутствие провала, если такой шанс есть: в нем не будет дуг, равных бесконечности, или других самых длинных (если такой путь в данной матрице существует). На практике надежные, приближенные к оптимуму решения могут иметь спрос. (Этот алгоритм и другие, упоминаемые в статье, разработаны мною).

Так вот, решая задачу шаг за шагом, мы вынуждены подсчитывать на каждом шаге количество бесконечностей в каждой строке и столбце – и выбирать ту дугу, которая уничтожает их максимальное количество, то есть складывать и вычитать бесконечности.

Хотя по многовековой теории сумма, например, трех бесконечностей равняется одной бесконечности, у меня эта сумма равна трем бесконечностям. И сумма пяти бесконечностей у меня больше, чем, например, четырех.

Возьмем другой эвристический алгоритм. Будем шаг за шагом выбирать дуги так, чтобы в уничтожаемых строках и столбцах было минимум нулей, а в оставляемых – максимум. Замысел состоит в том, чтобы сохранить самые лучшие, нулевые, дуги для последующего использования. В этом алгоритме я складываю и вычитаю нули.

Если читатель полагает, что наглость автора исчерпана, то он ошибся. Коль скоро мы убедились, что складывать и вычитать как бесконечности, так и нули можно и нужно, то надо быть последовательными. Я уверен, что имеет смысл выражение: бесконечность плюс нуль. Читатель мог бы встрепенуться и придумать, вспомнить, свой пример, когда это выражение имеет смысл. Я же снова обращаюсь к конструированию алгоритма решения The Traveling Salesman Problem.

Если соединить названные первый и второй алгоритм в один – третий, то мы будем вынуждены складывать и сравнивать (вычитать) бесконечности и нули. В существующей теории бесконечность плюс нуль раняется одной бесконечности; или бесконечность плюс два нуля тоже равняется одной бесконечности. У меня же эти суммы разные и приводят к разным последствиям.

**О нуле**

Это число по определению не меняет любое другое, к которому может быть прибавлено, или от которого вычитается. На него нельзя делить. Значит, я не имею права именовать нулем то число, которым оперирую. Выход один: назвать модифицированный нуль каким-нибудь новым именем, например, нев (первые три буквы моей фамилии) и жить дальше человечеству с расширенным перечнем категорий математики. Характеристика нев будет такой: это бесконечно малое число, – нуль, с которым совершаются арифметические операции. В отличие от нуля нев можно будет прибавлять и отнимать, на него можно делить натуральное число, получая в итоге бесконечность.

Какими знаками обозначить предлагаемые новые цифры? Целесообразно сохранить существующие знаки, так как новые категории являются более общим случаем. Старые же понятия этих цифр, если их существование будет иметь смысл, можно обозначать подчеркиванием.

Но я согласен с теми, кто рекомендует не увеличивать количество сущностей без острой необходимости. Может все же лучше изменить определение нуля? Назовем его бесконечно малым числом тогда нев не будет нужен. В любом случае правила арифметики существенно меняются пора думать над последствиями.

**О бесконечности**

Герман Вейль (Weyl), которого называли тонким знатоком проблем математики и точного естествознания, по-видимому, перегибал палку, когда определял математику как науку о бесконечном (ВейльГ. О философии математики. 1934г., стр.9 и 90). По моему мнению, сфера математики значительно шире. Однако, введение арифметических операций с бесконечностью безусловно потрясает здание математики. Здесь та же проблема: изменять определение бесконечности, или учредить новый термин. Для второго варианта я предлагаю название нелли : первые две буквы – из моей фамилии, а в целом имя моей жены, чьи положительные качества неистощимы. Дефиниция будет такой: нелли – бесконечность, с которой совершаются арифметические операции.

Таким образом я ставлю международной математической общественности ультиматум: или меняются характеристики бесконечности и нуля, или я этой статьей ввожу новые, определенные выше, числа нелли (nelly) и нев (nev).