# Институт экономики и предпринимательства

(ИНЭП)

Контрольная работа по дисциплине

«Эконометрика»

Вариант 1

Выполнил:

студент группы №

Проверил:

преподаватель ИНЭП,

кандидат технических наук

Ю.М. Давыдов

г. Лосино-Петровский

2008-2009 уч. год

**1. Цель работы**

Цель контрольной работы – демонстрация полученных теоретических знаний и приобретенных практических навыков по эконометрике – как синтезу экономической теории, экономической статистики и математики, в том числе исследование линейных моделей парной (ЛМПР) и множественной регрессии (ЛММР), трендовых моделей, методом наименьших квадратов (МНК).

Для проведения расчетов использовалось приложение к ПЭВМ типа EXCEL.

**2. Исследование линейных моделей парной (ЛМПР) и**

**множественной регрессии (ЛММР) методом наименьших**

**квадратов (МНК).**

**2.1 Контрольная задача № 1**

**2.1.1.** Исследуем зависимость производительности труда Y (т/ч) от уровня механизации Х (%).

Исходные данные для 14 однотипных предприятий приводятся в таблице 1:

Таблица 1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | 32 | 30 | 36 | 40 | 41 | 47 | 56 | 54 | 60 | 55 | 61 | 67 | 69 | 76 |
| yi | 20 | 24 | 28 | 30 | 31 | 33 | 34 | 37 | 38 | 40 | 41 | 43 | 45 | 48 |

**2.1.2** Матричная форма записи ЛМПР (ЛММР):

Y^ = X\* A^ (1), где А^ – вектор-столбец параметров регрессии;

xi1 – предопределенные (объясняющие) переменные, n = 1;

ранг матрицы X = n + 1= 2 < k = 14 (2).

Исходные данные представляют в виде матриц.

( 1 32 ) (20 )

( 1 30) (24 )

( 1 36) (28 )

( 1 40 ) (30 )

(1 41 ) (31 )

( 1 47 ) (33)

X = (1 56) Y = (34 )

(1 54) (37 )

(1 60 ) (38 )

(1 55 ) (40 )

( 1 61 ) (41 )

( 1 67 ) (43)

(1 69 ) (45 )

( 1 76 ) (48 )

Значение параметров А^ = (а0, а1) T  и σ2 – нам неизвестны и их требуется определить (статистически оценить) методом наименьших квадратов.

Так как матрица Х, по условию, является прямоугольной, а обратную матрицу Х-1 можно рассчитать только для квадратной матрицы, то произведем небольшие преобразования матричного уравнения типаY = X \*A, умножив левую и правую части на транспонированную матрицу Х Т.

Получим XT\* X \* A^ = X T \* Y ,

откуда A^ = (XT \* X ) –1 \*( XT \* Y) (3),

где (XT \* X ) –1 - обратная матрица.

* + 1. Решение.

а) Найдем транспонированную матрицу ХТ :

( 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 )

XT = ( 32 30 36 40 41 47 56 54 60 55 61 67 69 76 )

в) Находим произведение матриц XT \*X :

( 14 724 )

XT \* X = ( 724 40134)

г) Находим произведение матриц XT \* Y:

( 492 )

XT \* Y = ( 26907 )

д) Вычисляем обратную матрицу ( XT \* X) –1 :

( 1,064562 -0,0192 )

( XT \* X) –1 = (-0,0192 0,000371)

е) Умножаем обратную матрицу ( XT \* X) –1 на произведение

матриц (XT \*Y) и получаем вектор- столбец A^ = (a 0 , a 1)T :

( 7,0361 )

A^ = ( XT \* X) –1 \* (XT \* Y) = ( 0,543501).

Уравнение парной регрессии имеет следующий вид:

уi^ = 7,0361 + 0,543501\* xi1 (4).

уi^ (60) = 7,0361 + 0,543501\*60 = 39, 646.

**2.1.3** Оценка качества найденных параметров

Для оценки качества параметров Â применим коэффициент детерминации R2 . Величина R2 показывает, какая часть (доля) вариации зависимой переменной обусловлена объясняющей переменной. Чем ближе R2 к единице, тем лучше регрессия аппроксимирует экспериментальные данные.

Q = ∑(yi - y¯)2 (5) – общая сумма квадратов отклонений зависимой переменной от средней; QR = ∑(y^i - y¯)2 (6) – сумма квадратов, обусловленная регрессией; Qе = ∑(yi – y^i)2 (7) – остаточная сумма квадратов, характеризующая влияние неучтенных факторов; Q = QR + Qе (8).

Q = 847,714; QR = 795,453; Qе = 52,261.

Q = QR + Qе = 795,453 + 52,261 = 847,714.

R2 = QR / Q = 795,453 / 847,714 = 0,9383.

R2 = 1 – Qe / Q = 1 - 52,261 / 847,714 = 0, 9383.

В нашем примере коэффициент детерминации R2, очень высокий, что показывает на хорошее качество регрессионной модели (4).

**2.2 Контрольная задача № 2**

**2.2.1.** Исследуем зависимость урожайности зерновых Y от ряда переменных, характеризующих различные факторы:

Х1 – количество удобрений, расходуемых на гектар (т\га);

Х2 - количество химических средств защиты растений на гектар ( ц\га) .

Исходные данные для 5 районов области приводятся в таблицах:

Таблица 2

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| I (номер района) | yi | хi 1 | хi 2 |
| 1 | 9,7 | 0,32 | 0,14 |
| 2 | 8,4 | 0,59 | 0,66 |
| 3 | 9,3 | 0,3 | 0,31 |
| 4 | 9,6 | 0,43 | 0,59 |
| 5 | 9,6 | 0,39 | 0,16 |

**2.2.2.** Матричная форма записи ЛММР:

Y^ = X\* A^ (1), где А^ – вектор-столбец параметров регрессии ;

хi 1 , хi 2 – предопределенные (объясняющие) переменные, n = 2;

Ранг матрицы X = n + 1= 3 < k = 5 (2).

Исходные данные представляют в виде матриц.

( 1 0,32 0,14 ) (9,7)

( 1 0,59 0,66) ( 8,4

X = ( 1 0,3 0,31 ) Y = (9,3 )

( 1 0,43 0,59 ) (9,6)

(1 0,39 0,16 ) (9,6)

Значение параметров А^ = (а0, а1, а 2 ) T  и σ2 – нам неизвестны и их требуется определить ( статистически оценить ) методом наименьших квадратов.

Для нахождения параметров A^ применим формулу (3) задачи № 1

A^ = (XT \* X ) –1 \* XT \* (3),

где (XT \* X ) –1 - обратная матрица.

**2.2.3.** Решение.

а) Найдем транспонированную матрицу ХТ :

( 1 1 1 1 1 )

XT = ( 0,32 0,59 0,38 0,43 0,39 )

( 0,14 0,66 0,53 0,59 0,13 ).

в) Находим произведение матриц XT \*X :

( 5 2,11 2,05 )

XT \* X = ( 2,11 0,932 0,94 )

( 2,05 0,94 1,101).

г) Находим произведение матриц XT \* Y:

( 46,6 )

XT \* Y = ( 19,456 )

( 18,731 ).

д) Вычисляем обратную матрицу ( XT \* X) –1 :

( 5,482 - 15,244 2,808 )

( XT \* X) –1 = ( -15,244 50,118 -14,805 )

( 2,808 -14,805 7 ,977 ).

е) Умножаем обратную матрицу ( XT \* X) –1 на произведение

матриц XT \* Y и получаем вектор- столбец A^ = (a 0 , a 1, a 2)T :

( 11, 556 )

A^ = (XT \* X) –1 \* (XT \* Y) = ( -5, 08 )

( 0, 0219 )

Уравнение множественной регрессии имеет следующий вид:

yi^ = 11,456 - 5,08 \* xi1 - 0,0219 \* xi2 (4).

**2.2.4.** Оценка качества найденных параметров

Для оценки качества найденных параметров а^0 , a^1 .a^2 необходимо найти оценку дисперсии по формуле

1

σ^2 = ------------ (Y – X \* A^)T \* (Y – X \* A^),

k – n - 1

после чего можно найти среднеквадратические ошибки SL по формуле SL = σ^√hii , где hii элементы главной диагонали матрицы (XT \* X) –1 .

А. Произведение матриц X \* A^:

( 9,833 )

( 8,472 )

Y^ =X \* A^ = ( 9,536 )

( 9,283 )

(9,476 ).

Б. Разность матриц ( Y - X \* A^ ) :

( -0,132 )

( - 0,072 )

( Y - X \* A^ ) =(-0,036 )

( 0,116 )

( 0,0835 ).

В. ( Y - X \* A^ )T = (-0,132; -0,072; -0,036; 0,116; 0,0835 )

Г. Произведение ( Y - X \* A^ )T \* ( Y - X \* A^ ) = 0,04458 .

С учетом того, что в нашем примере к = 5 и n = 2

1 1

σ^2 = ------------ (Y – X \* A^)T \*(Y – X \* A^) =------\* 0,04458 = 0,0223.

k – n - 1 2

σ^ = √ 0,0223 = 0,1493 .

Г. Среднеквадратические ошибки оценок параметров будут равны:

S 0 = 0,0223 \* √ 5,482 = 0,3496 ;

S 1 = 0,0223 \* √ 50,118 = 1,057 ;

S 2 = 0,0223 \* √ 7,977 = 0,4217 .

Среднеквадратические ошибки имеют различное значения, иногда превышающие оценки параметров, что связано с малым количеством статистических данных.

**3. Контрольная задача № 3**

Оценки параметров трендовой модели.

**3.1. По данным о розничном товарообороте региона нужно**

**произвести анализ основной тенденции развития товарооборота.**

Таблица 3

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Год | Объем розничного товарооборота, млрд. руб. | Темп роста по годам, % | Абсолютный прирост по годам, млрд. руб. |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1 | 18,4 | - | - |
| 2 | 18,9 | 103,5 | 0,5 |
| 3 | 19,8 | 105,3 | 0,9 |
| 4 | 20,3 | 102,6 | 0,5 |
| 5 | 21,1 | 104,4 | 0,8 |
| В среднем | 19,7 | 103,9 | 0,67 |

**3.2.** Решение задачи будем производить методом множественной регрессии с оценкой параметров а0, а1, а2, а3 , так как: во-первых, абсолютный прирост неравномерен по годам; во-вторых, темпы роста также неравны между собой, то есть необходимо оценивать параметры а2 и а3 .

Матрица Х размерами 5×4 и вектор-столбец Y размерами 5×1, будут иметь следующий вид:

( 1 1 1 1 ) (1,84E+10 )

( 1 2 4 8 ) ( 1,89E+10 )

X = ( 1 3 9 27) Y = ( 1, 98E+10)

( 1 4 16 64) (2, 03E+10)

( 1 5 25 125) ( 2,11E+10 )

Решение задачи с помощью п риложения EXCEL позволило получить следующие оценки параметров Â и соответственно аппроксимируемые значения Y^:

(а0 ) ( 1,79E+10 ) (1, 838E+10 )

(а1 ) ( 3,976E+08 ) ( 1,899E+10 )

Â = (а2 ) = ( 8,929E+07 ) Y^ = ( 1, 967E+10 )

(а3 ) (- 8,333E+06) ( 2, 039E+10)

( 2, 108E+10).

Отрицательное значение параметра а3 = - 8,333Е+06 говорит о том, что ускорение (темп роста) замедляется, что качественно можно оценить и из вышеприведенной таблицы.

**3.3**. Анализ полученной трендовой модели на качество аппроксимации произведем помощью коэффициента детерминации R2.

Значение коэффициента детерминации R2 = 0,9931 говорит об очень хорошем качестве трендовой модели

yt (млрд.руб) = 17,9 + 0,3976 \* t + 0,08929\*t2 – 0,008333\*t3 .