**Кафедра: Социология и Обществознание**

**Реферат**

на тему: "Функции индивидуального предпочтения"

**Москва, 2008 г.**

**1. Исторический очерк**

Подходы к исследованию и моделированию движения населения претерпели за последние десятилетия ряд серьезных изменений, особенно в отношении их связи с развитием экономики и ее моделированием. *Первый этап* начался на базе технической революции в первые десятилетия после II Мировой войны, когда основной упор делался на такой прогресс экономики, темпы роста которой с необходимостью должны были быть выше темпов роста населения. Поэтому развитие населения рассматривалось скорее как препятствие высоким темпам роста экономики, а само население как объект предоставления ему экономической помощи.

Однако к концу первого этапа выяснилось, что темпы экономического роста для развитых и развивающихся стран не обеспечивали повышения качества жизни всех людей и, поэтому, решения социально-демографических проблем: рост населения в разных странах был настолько различным, что происходило расслоение мирового общества. Из-за различия в укладе жизни развитых и развивающихся стран результаты неудачи подобной социально-экономической политики в 70–80 гг. побудили к выработке другого подхода, в котором попытались соединить нравы и самосознание населения с показателями прогресса цивилизации.

С осознания роли поведения людей начинается *второй этап*. Таким образом, сейчас в мире преобладает подход к прогрессу как к социально-экономическому развитию цивилизации, где главным является человек, а экономический прогресс должен в первую очередь удовлетворять его права и потребности наилучшим способом. К этим потребностям относятся и потребности в выборе образа жизни, чистоты воды, подобающего отдыха и т.д., т.е. экологические, политические, экономические и все другие факторы.

Россия сейчас, скорее всего, проходит первый этап реформирования, когда только начинают говорить о главенствовании человеческого фактора, считая людей по-прежнему лишь производительной силой и не придавая ему подобающего значения, а это приводит к расслоению общества, грозит социальной напряженностью и, возможно, приведет либо к социально-политической апатии, либо к взрыву. Еще два века назад Гегель [8] писал: «слепы те, кто полагает, что можно сохранить учреждения, конституции, законы, живой дух которых исчез и которые не соответствует нравам, потребностям и взглядам людей» (следует учесть, что под словами учреждения, конституции, законы Гегель имел ввиду, говоря современным языком, формы государственного устройства, структуру и строение государства). Поэтому переходные периоды особенно следует уделять внимание взглядам и нравам людей, проявляющиеся в их поведении, но которое проявляется не только напрямую – путем голосования на выборах органов власти, но и косвенным образом – «голосованием ногами», когда люди выбирают места проживания, приложения труда и т.д. Последнее легко наблюдается и вполне доступно для исследователя в виде либо численности переездов при межрегиональной миграции, либо данных о межотраслевых переходах, либо статистики о социальной мобильности.

Но все эти эмпирические наблюдения над связью человеческого и материального факторов экономики следует связать с теорией движения населения, которая и будет излагаться в нескольких главах настоящего раздела. Начинать исследование необходимо с изучения поведения отдельных лиц из основной части населения не склонных к риску, а заканчивается поведением целых групп таких лиц или населения, статистика движения которых и наблюдается. Постоянное наблюдение (мониторинг) за социально-экономическим поведением людей особенно важен в период напряженных финансовых проблем, когда на экономические социальные и культурные нужды приходится все менее и менее средств.

Например, в России доля расходов на социально-культурные цели была в 40г 65,8%, в 50 – 68,8%, в 70 – 52%, в 80 – 45,3%, в 91 – 29,7%, в 92 – 23,2%. Начиная 1993 года из этих расходов исключены траты на научные исследования, поэтому в 93 году доля расходов в федеральном бюджете была 24,8%, в 94 – 24,2%, в 96 – 14,8%, а 97 – 19,9%. В таких случаях люди начинают искать и создавать «лучшие условия» сами без поддержки и контроля со стороны государства и общественных организаций

**2 Характеристики человека**

Любой человек описывается массой характеристик, (признаков) которые определяют его интересы, пожелания, претензии и т.д. К таким характеристикам относятся, например, деловые качества: образование, квалификация, родной язык, возраст, род занятий, доход и т.д., и присущие только ему свойства: честность, мужество, вкусы, семейное положение, число детей и т.д. Вспомните, как описывался у Пушкина в «Борисе Годунове» Гришка Отрепьев: «Лет ему отроду 20, а ростом он мал, грудь широкая, глаза голубые, волосы рыжие, на щеке бородавка, на лбу другая».

Некоторые из перечисленных признаков могут принимать числовые значения (например, заработок, число детей), для которых имеет смысл сложение. Некоторые характеристики человека (например, возраст, квалификация, образование и т.д.) позволяют судить о высоком или низком качестве лица, упорядочить его как специалиста, работника, общественного деятеля и т.д., но сложение которых не имеет смысла. Скажем, три пятнадцатилетних не равны одному человеку сорока пяти лет. Наконец, могут быть характеристики (например, профессия или специальность), которые не указывают и порядок, но без которых нельзя судить о пригодности человека для данного вида работы (например, чиновника нельзя поставить к фрезерному станку, а сапожника к кондитерской печи).

Если число всех признаков человека обозначить через *s*, а значения дохода, образования, числа детей и т.д. – через *xi*(*i=1,…, s*), то *упорядоченный* *набор признаков* **x**=*(x1, x2,…, xs)*, называемый математиками *кортежем*, может характеризовать человека настолько всесторонне, что можно не различать человека и кортеж **x**. При этом число *s* может быть настолько большим, что каждому жившему когда-либо человеку и каждому человеку в будущем может соответствовать единственный кортеж.

Обычно, для любой организации известна структура кадров, где в соответствии с подмножеством деловых качеств, определяющим должность человека. Поэтому при спросе на труд организации используют лишь деловые качества, т.е. подмножество, состоящее из *l* компонент кортежа **x** (*l<s*), почти совсем не обращая внимания на остальные. Действительно, возьмем только анкетные данные, куда входят лишь несколько различных характеристик человека: 1) пол, 2) возраст, 3) место рождения, 4) образование, 5) специальность, 6) семейное положение, 7) место жительства и т.д.

Эти характеристики человека далее не будут фигурировать, так как относятся к организации (работодателю), подбирающей подходящего работника, а не к самому работнику, ищущему лучшие условия жизни и работы. Но уже этого знакомого всем примера будет достаточно, чтобы показать каково число различных качеств человека. О величине этого числа хорошо осведомлены социологи, проводящие анонимное анкетирование, но часто не знают сами опрашиваемые (респоденты).

Число градаций не у каждого признака удается указать мало-мальски точно. У пола, например, точно две градации; у возраста градаций очень много, если учесть число, месяц и год рождения, т.е. 365 дней в году, 12 месяцев и число лет у лиц трудоспособного возраста (от 16 до 55 или 60 лет в зависимости от пола) ≈40, поэтому возрастных градаций 365х40=14500, но это число никого, кроме юристов, не интересует, поэтому возьмем лишь 20 градаций, т.е. раз в 700 меньше. С местом рождения ситуация точно такая же, поэтому примем за число градаций число городов с численностью населения более 50 тысяч ≈200.

В образовании будем учитывать только 7 градаций, хотя общепринятая характеристика – число лет обучения в ВУЗ’ах, техникумах, и в общеобразовательных школах – больше. Специальности в России приведены в специальных справочниках, вместе с совершенно экзотическими их около 4000, поэтому примем 2000 наиболее распространенных, хотя сами специальности подразделяются еще (токари на 6 разрядов, научные сотрудники имеют 7 основных должностей и т.д.).

Простота с числом градаций в семейном положении лишь кажущаяся, так как различающийся по полу человек, не имеющий семьи, может быть и вдовым, и разведенным, с несколькими (сколько их?) дедьми и без них, и никогда не имеющим семьи, но с детьми; примем число градаций равным 15.

В анкетных нет упоминания о заработках, жилищных условия и многом другом, что обычно выясняется в устной беседе, учитываемым и работодателем и работником при найме. Итак, только при *s=7* имеем более 8 триллионов градаций человека для России, что более чем в 50 тысяч раз превосходит численность ее населения.

В экономике спрос на рабочую силу и ее предложение обычно согласуются, в том смысле, что на рынке труда предложение выявляется в соответствии не со всем множеством компонент **x**, а лишь с его частью, которое является подмножеством спроса, т.е. на рынке труда фигурируют только часть кортежа **x** с *l* компонентами. Таким образом, на рынке труда люди рассматриваются не в *s*‑мерном пространстве всех их качеств, а лишь как проекция на *l*‑мерное подпространство изменяющихся или деловых качеств человека. Такая проекция определяет полезность человека для нанимающей его организации (или для созданной им самим для себя, при самозанятости).

Естественно, что в экономике принимаются во внимание одни характеристики, в области социальной активности – другие, в политической – трети и т.д. В сфере создания благ проявляются одни свойства человека, в сфере их потребления – другие, в области благотворительной деятельности – третьи и т.д. В результате набор (кортеж) разбивается на подмножества своих компонент, которые характеризуют разные стороны человека. При предложении труда и спросе на него человек показываются одни подмножества, при само занятости отмечаются другие подмножества, а при принятии решения переходе с одного места работы на другое человек может руководствоваться, например, признаками, не входящими в эти два подмножества, что может создавать впечатление о случайном принятии предложения о переходе на новую работу.

Рассмотрим, например, вначале простейший случай, когда на некотором предприятии открывается вакансия, т.е. появляется спрос на рабочую силу. Соответствующая вакансия характеризуется набором необходимых качеств, без которых невозможно выполнять предлагаемую работу, а также набором благ, представляемых человеку в случае занятия им этой вакансии, т.е. установлено соответствие его заработков, условий труда, отдыха и т.д. Обозначим весь этот набор благ через **y**.

Теперь можно рассмотреть человека, который обладает набором рабочих деловых качеств и благ, полученным благодаря этим качествам и обозначенным через **x**. Теперь индивидуум **x** сравнивают себя с набором **y**, вернее он начинает сравнивать лишь в том случае, если набор необходимых для занятия вакансии качеств **y** него имеется. Это означает, что сравнение начинается с тех признаков, которые позволяют претендовать на освободившееся место (появившуюся на рынке труда вакансию). Затем происходит сравнение других качеств: квалификации, возраста и т.д. Наконец, дело доходит до семейного положения, числа детей, доходов, жилищных условий и т.п. Примерно так обстоит дело при выборе места работы. Например, при миграции эти же признаки могут сравниваться в другом порядке. Но в любом случае есть совокупность признаков, без которых переход (или переезд) не обходится.

Если рассматривается отрасль экономики или район проживания, то обычно столь детального сравнения нет до поры до времени. Причина здесь, скорее всего, одна – широкий набор возможностей, представляемых отраслью или районом. Поэтому вначале, для простоты понимания, можно рассматривать не весь набор признаков, а лишь ту его часть, которая изменяется при перемене места приложения труда или жительства для самого человека. Не относящимся же к делу характеристиками человека для организации или района будем пренебрегать, как пренебрегают ими чаще всего при приеме на работу любимым цветом, блюдом или размером обуви принимаемого.

При переходе в новую группу (район проживания, сферу деятельности и т.д.) человек обретает некие новые блага, заменяя ими старые. Например, он получает другое место жительства (при переезде в новый район), доход, окружение и т.д. Но целый ряд качеств остаются неизменными: квалификация, образование, семейное положение и т.п. Итак, часть свойств индивида изменяются, а часть остается неизменной при переходе. Отсюда следует, что он будет сравнивать только изменяемые факторы, которые определяют его новый статус, и привлекательность новой группы будет зависеть только от них. Именно все изменяемые характеристики человека в числе *m (m<s)* далее и будут рассматриваться, так как только они устанавливают его новые приобретения и потери – его новое состояние, которое человек стремиться улучшить.

В терминах изменяемых свойств (статуса, состояния) можно сформулировать и претензии человека. Во-первых, вся совокупность новых качеств не должна оцениваться человеком как худшая, во-вторых, множество мест с характеристиками изменяющихся факторов **y** лучшими, чем те, которыми человек уже обладает, должна быть присуща той группе, в которой есть вакансия, подходящие для рассматриваемого человека с качествами **x.** Именно множество претензий может порождать противоречие между возможностями и требованиями человека. Например, чиновники, шахтеры и т.п. профессии, дающие высокие доходы при сравнительно узком круге знаний и умений порождают недовольство, социальные конфликты, коррупцию и т.д. Некоторые свойства могут влиять на множество претензий. Например, повышение образования или квалификации ведет к расширению множества претензий, а потеря здоровья и связей к его сужению.

Итак, такие качества, как образование, профессия, квалификация и т.д., служащие ограничениями при сравнении места предлагаемого приложения труда или жительства и предложения своего труда, должны учитываться особым образом. Пока же будем рассматривать только поднаборы **x** и**y***,* которые подлежат сравнению при решении вопроса о предложении своей рабочей силы или отказе от такого предложения.

**Замечание.** Хотя переходы человека характеризуются лишь исходным состоянием **x** и состоянием **y**, в котором он оказался после перехода, далее иногда будут упоминаться группы людей, между которыми есть движение. Во-первых, это межрайонная миграция, где группы – жители разных районов, или межотраслевые переходы рабочей силы, где группы – занятве в отрасли или на отдельных ее предприятиях, подвижность людей в которых более всего изучена, поэтому, и более понятна. Во-вторых, далее будет необходимо вернуться к межгрупповым переходам, потоки между которыми фиксируются статистическими органами стран. Но люди при перемещении просто не обращают внимания на границы групп. Они смотрят лишь на то, как изменяется их статус (**x** на **y**), а группы образуют другие лица, которым по каким-то причинам удобно объединять людей с разными статусами **x**1, **x**2,…, **x**r в исходную группу, и с со статусами **y**1, **y**2,…, **y**u в ту, куда люди попадают.

Для целей исследования побудительных мотивов подвижности удобнее соединять людей с эквивалентными, не различимыми для них состояниями. В любом случае и исходную группу, которая состоит из множества состояний Xi, и состоящую из множества статусов Xj группу, куда люди попадают, обозначают просто номерами *i* и *j.* Несколько забегая вперед, отметим свойства любых групп. Первое – люди всех групп образуют все рассматриваемое население, т.е. ∪Xi=X и **x**∈X, второе – любой человек принадлежит только одной группе, т.е. Xi∩Xj=∅ при *i≠j,* так как одно и то же лицо не может одновременно иметь два основных места работы или проживать в двух разных районах. Для переходящих людей такое их деление абсолютно безразлично.

**3. О терминологии**

Далее в последующих нескольких главах будут использоваться несколько терминов. Во-первых, часто будет употребляться *полезность* и *функция полезности* в их обычном для экономики и социологии смысле: при сравнении человеком (или группой людей) двух наборов благ считается, как обычно, что люди могут указать, какой из них будет лучше, выгоднее, полезнее для них.

Сравнивать попарно наборы различных благ людям приходится постоянно. Поэтому приходится выбирать, какой из наборов лучше для человека, т.е. какой набор имеет преимущество перед другим. Это означает, что из двух наборов человек предпочитает один (или не дает предпочтения ни тому, ни другому). Отсюда появляется предпочтение человеком одного набора благ перед другим, которое представляется в виде функции предпочтения, зависимой от этих двух наборов.

Наборы благ, которыми человек располагает, он может сравнивать с другим и решать для себя вопрос, какой из наборов более притягателен для него, ближе к его интересам, лучше удовлетворяет его нужды. В этом случае говорят о *привлекательности* набора благ, которая математически представляется в виде *функции привлекательности* для двух сравниваемых наборов.

Однако, когда речь идет о движении населения между состояниями или статусами (как в этой и последующих главах), то человек может сравнивать наборы благ в состоянии (на предприятии, отрасли, районе), к которому он принадлежит и благами которого, поэтому, располагает, с набором благ в другой состоянии, в которое он может при желании перейти. В этом случае, если набор благ в последнем лучше, чем в исходном, то человек будет *стремиться* туда перейти, будет *тянуться* туда. В этом случае можно говорить о *тяге* человека из исходного статуса в новый, который математически также выражается в виде функции от двух наборов благ.

Пожалуй, последний термин – тяга – наиболее точно отражает поведение человека в данном случае, так как он показывает лишь стремление лица к лучшему набору, но никак не отражает осуществимость такого стремления, которое может быть затруднено, ограничено целым рядом причин. Поэтому тяга из исходной группы в любую другую не означает, как предпочтение и привлекательность последней, реальность попасть туда. Именно в этом смысле все термины: *«предпочтение», «привлекательность»* и *«тяга*» в последующих главах будут использованы как синонимы, хотя в установившейся терминологии, должен остаться в строгом смысле только один (но какой?).

Но прежде всего следует дать краткий ответ на вопрос из-за чего люди двигаются, переходя из одной социальной группы в другую, переезжая из одного района в другой, изменяя место приложения своего труда и даже часто профессию. Ответить, что ими «овладело беспокойство, охота к перемене мест» – значит не сказать ничего, точно также как ничего не означает их «склонность к миграции». Люди меняют свой статус, стремясь к лучшему: более чистому воздуху и воде, более благоприятному климату, большим заработкам, лучшему жилью и т.д. Поэтому необходимо связать характеристики и блага, которыми человек располагает, с теми, которые он хочет приобрести при изменении своего статуса – именно это обычно называют «голосованием ногами».

Возникает вполне резонный вопрос: для чего нужно такое довольно громоздкое описание человека, ведь есть достаточно простые и хорошо работающие модели движения населения. Ответ состоит в том, что самые простые модели – это Марковские модели. Теперь, если сделать интенсивности (вероятности) переходов зависимыми от признаков человека на старом исходном месте и новом, куда он прибывает, то станет очевидным, что переходы зависят лишь от сравнения исходного места и места прибытия, т.е. поведение человека в ближайшее время при будущем переходе описывается только его характеристиками в настоящем. А это и есть грубый признак марковости. Действительно, в настоящем человек располагает набором **x**, который он при решении вопроса о переходе сравнивает с тем, чем он будет располагать в будущем – с набором **y**.

**4. Проверка марковости**

Переходы людей наблюдаются статистическими бюро различных стран и доступны для исследователя. Отсюда появляется задача связать это движение с выбором лучшего каждым человеком. Известные модели движения населения (чаще всего это макромодели) обычно предполагают, что разные группы людей связываются потоками переходов. Более того, далее будут приведены зависимости, связывающие межгрупповые потоки людей с условиями в разных группах. Эти условия служат мотивами переходов и называются обычно факторами подвижности. Как макро так и микро модели движения людей, в которых учитываются факторы подвижности называют обычно *факторными*.

Факторные микромодели наиболее распространены среди исследователей миграции, реже они встречаются, когда говорят о социальной мобильности или межотраслевом движении. Чаще всего, как будет видно при исследовании макромоделей, факторные модели учитывают зависимость будущего статуса человека от его настоящего. Хотя это и упрощает действительную зависимость, но взамен дает возможность рассчитывать будущее в зависимости только от настоящего. Такой вид зависимости математики обычно называют Марковской зависимостью. Далее, когда будет встречаться такое упрощение, всегда будет говориться о марковости, Марковской зависимости или модели.

Несмотря на то, что наиболее часто встречающиеся в литературе факторные модели движения населения почти всегда бывают Марковскими, нигде не встречается доказательство того, что это действительно так, хотя для некоторых моделей (в частности, при делении людей на «оседлых» и «кочевников») известно, что они не могут быть Марковскими. Поскольку Марковские модели обладают рядом свойств, то выполнимость этих свойств необходимо проверять. Но это никогда не делалось. Этот пробел будет заполнен далее.

Решение о переходе принимается или нет, в зависимости от сравнения **x**и **y***,* т.е. имеется некоторая функция *f* **(x, y***),* связывающая силу тяги со старого места **x** в новое **y**, а *f* **(x, x***)* дает привлекательность состояния **y**=**x** такую же, как на старом месте. Наверное перехрды будут в том случае, когда *f* **(x, y***)>f* **(x, x***)*, при этом предполагается, что функция *f* **(x, y***)* будет связана, скажем, с вероятностью перехода индивида из состояния **x**в состояние**y***.* Эта связь очень проста для Марковских моделей с непрерывным временем, так как для них *f* **(x, y***)* – это может быть интенсивностью перехода, а для Марковских моделей с дискретным временем и, как правило, достаточно малойединицей времени *h f* **(x, y***) h* – вероятность перехода из состояния **x** в состояние**y***.* Остается проверить лишь условия, которые необходимы для марковости.

Рассмотрим группы, обозначенные символами *i* и *j*, состоящие из мест с эквивалентными условиями жизни и труда: *i* – группа с условиями, эквивалентными **x** – любыми исходными условиями **x**∈X*i*, *j* – группа с конкретными условиями **y**, куда человек переходит или стремится попасть, или эквивалентными им **x***j*; множество X*j* содержит и условия **y**. Поскольку функция *f* **(x, y***)* принимает при любых **x**∈X*i* и **y**∈X*j*=Y*j* одни и те же значения, то *f* **(x, y***)=λij.* Теперь интенсивности переходов между группами *i* и *j* будт функциями от факторов **x** и **y**.

Покажем, что факторная модель переходов отдельных людей (микро модель) между условиями **x** на старом и **y** на новом местах может быть Марковской. Для моделей с непрерывным временем достаточно проверить, что матрица интенсивностей переходов **C***=cij* обладает двумя свойствами: а) квазинеотрицательностью и б) суммы элементов каждой строки равные 0, т.е. **Ce**=**0***,* где**e***=(1,1,…, 1)T.*

Положим далее интенсивности переходов *λij=f (***x, y***)* из условий **x**∈*Xi* в **y***∈Yj*. Тогда, обозначив через *λi(Yj)* интенсивность переходов в группу *j*, которая может состоять не обязательно как ранее из эквивалентных условий, получим *λi(Yj)=*, а для интенсивности переходов в любую группу (интенсивности выхода из группы *i)* *ri=*. Теперь легко увидеть, что необходимые условия а) и б) выполняются для матрицы **C***=*-**R+Λ**, где **Λ**=*λij*, а **R –** диагональная матрица с диагональными элементами *ri.* Кстати, при фиксированном **x** и произвольном множестве *Yj*, функция *λi(Yj)* будет переходной функцией Марковского процесса. Таким образом, факторная модель движения населения будет Марковским случайным процессом с переходными вероятностями *λij=f (***x, y***).*

Для Марковских моделей с дискретным временем аналогично. Действительно эти модели могут быть Марковскими лишь тогда, когда вероятности перехода *pij* из одного состояния (скажем, *i)* в другое *(j),* во-первых, неотрицательны, а, во-вторых, сумма *pij* по всем *j* для любого *i* равна 1. Если допустить, что *pij=f* **(x, y***) h,* где условия **x** присущи индивиду из групп *i,* а**y**– *у*словия, на которые он переходит в группу *j* за время *h*, то оказывается (см. например [Староверов, 1979]), что *pij* могут быть только постоянными величинам, т.е. не могут меняться для разных групп *i* и *j.* Это значит, что модели, описанные, например, в [Бартоломью] не могут быть факторными, т.е. вероятности переходов не зависят от разных условий индивидов в группах *i* и *j* (скажем, проживающих в разных районах).

Однако, когда матрица **P=R-R+I***,* где **R** диагональная матрица, состоящая из элементов *rih,* равных сумме *f (***x, y***) h* по любым ***y,*** **x** – какие-либо из эквивалентных условий в группе *i*, а **y**– любые условия после перехода в группу *j* эквивалентных условий **y***,* то модель может быть Марковской. Действительно, для любых функций *f (***x, y***)>0* и *ri=*, если вероятности *pij=rih* при *i≠j* и *pii=1*‑*rih+rih*, где вероятность перехода из группы *i* с эквивалентными условиями**x***∈Xi* в группу *j* с эквивалентными условиями **y***∈Yj* после выхода из группы *i,* то вероятности *pij* уже неотрицательны и в сумме по *j* равны 1. Доказательство очевидно (см., например, [Староверов, 1979])

Итак, показано, что модель движения населения может зависеть от факторов подвижности так, что ее параметры (интенсивности перехода для случая непрерывного времени, вероятности перехода – для дискретного) представляют собой функции лишь от факторов в группе выхода *(i*) и группе попадания (*j).* Такая возможность, правда, дает лишь косвенное подтверждение марковости, так как сама марковость следует из трех гипотез, одна из которых говорит о том, что вероятности перехода *λijh* за малый интервал времени *h* зависят только от групп *i* и *j,* т.е., как сейчас стало ясно, от факторов подвижности только в этих двух группах.

Подчеркнем еще раз, что рассматриваются люди, которые перемещаются по состояниям **x** (т.е. из состояния **x***∈Xi*в **y***∈Xj*) и лишь множества *Xi* и *Xj* относят человека к той или иной группе (с эквивалентными или произвольными условиями). Если же – все условия, предоставляемые людям, то принадлежность к группе определяется сторонним наблюдателем, которому удобнее рассматривать группы людей и движение между ними, а не переходы отдельного человека.

**5. Основные свойства**

Функции *f (***x, y***)* в первую очередь показывают, как отдельный человек сравнивает одни условия с другими, насколько одни условия (**y)** привлекательнее других (**x**), так как без улучшения условий своей жизни и труда. Более того, чем больше улучшаются условия при переходе, тем больше люди будут стремиться их обретать и тем чаще будут происходить перемещения людей. Таково основное предположение всех факторных моделей. Другими словами, люди по собственному желанию в заведомо худшие условия не пойдут, их можно загнать туда толь насильно или обманом – уж таковы предпочтения человека при переходе с одного места на другое. Поэтому будем называть интенсивности переходов до специально оговоренного случая еще *функциями привлекательности, тяги или предпочтения*, не различая эти термины, как и было отмечено ранее.

Функции *f (***x, y***),* показывающие зависимость интенсивности перемещения от уровней предпочтения, степени привлекательности или силы тяги, были известны давно, как и их общие свойства. Например, при улучшении своего положения (увеличении компонент набора **x**), индивид уменьшает свое желание к переходам на другие фиксированные условия (**y***).* Наоборот, при фиксированном наборе**x***,* улучшение условий**y***,* предлагаемых человеку в другом месте, желательность перехода, поэтому и его интенсивность, будет возрастать.

Для экологических факторов, таких как загрязненность, радиация и т.д., если есть потребность представлять их как заработки, т.е. при увеличении значений факторов предпочтение также растет, их следует представлять в виде либо обратных величин, либо результата вычитания показателя из некоторого условного уровня, например, предельно допустимой нормы. Далее будут указаны другие возможности.

Будем для простоты считать все факторы непрерывно меняющимися, а функции *f (***x, y***)* – гладкими, тогда в математическом виде интенсивности переходов *f (***x, y***)* обладают следующими свойствами: , a (см., [4]). Поскольку **x** – вектор, то – будет вектором , а неравенства <0 или >0 означает положительность (для ) всех компонент, или их отрицательность (для ).

**6. Примеры.** Эти общие свойства справедливы для всех частных случаев, которые были использованы для моделирования миграции.

Пример 1. (аддитивная или линейная интенсивность переходов). Наиболее простой представляется такая зависимость функции интенсивности *f (***x, y***)* когда она линейна как по **x** так и по **y***.* Наиболее общий вид такой функции *f (***x, y***)=a*-**x***+*, где *a* – скаляр (число), а**b**i **x** и **y**– векторы-столбцы. Однако, чаще всего используется частный случай, когда**b**1*=***b**2*=***b***.* Это связано с тем, что предельная эффективность одного и того же фактора при одних и тех же условиях одинакова по абсолютной величине и отличается только знаком (этот вопрос подробнее обсуждается далее). Таким образом, чистая линейная или аддитивная интенсивность переходов имеет вид:

*f (***x**, **y***)=a+***b***T(***y**-**x***).*

Пример 2. (Мультипликативная интенсивность переходов). Другой частный вид интенсивности переходов состоит в том, что каждый фактор подвижности как бы умножает действия всех остальных, т.е. увеличившись в несколько раз, повышает предпочтения всех остальных в то же самое количество раз. Частный случай таков:

В более общем виде, который чаще всего использовался в практике моделирования, интенсивность переходов обычно записывается следующим образом:

*f (***y**, **x***)=*

**Замечание**. Видно, что последняя функция из примера 2 связана с функцией из примера 1 тем, что после логарифмирования и измерения факторов и предпочтений в логарифмической шкале они совпадают. Действительно,

ln*f (***x**, **y***)=*ln*A+b1(*ln*y1*-ln*x1) +b2(*ln*y2*-ln*x2)+… +bm(*ln*ym*-ln*xm),*

т.е. логарифм мультипликативной функции предпочтения совпадает с линейной функцией предпочтения, если вместо факторов подвижности подставит их логарифмы.

**7. Предельная эффективность факторов**

Интенсивности переходов *f* **(x, y)** (вероятности при дискретном времени) обычно связаны (пропорциональны) функции предпочтения. Поэтому при всех фиксированных условиях (наборах факторов **x** и **y**) и интенсивности переходов и предпочтения постоянны. Но возникает вопрос, что будет происходить с этими функциями, а, следовательно, с переходами людей при малых изменениях какого-либо одного фактора подвижности, скажем, *xs*, когда все остальные факторы не изменяются, т.е. при прочих равных условиях.

Математически малые изменения *df* **(x, y)=***dxs*. При изменении *ys* изменение интенсивностей переходов *df (***x, y***)*=*dys*, но теперь можно учесть, что <0, а >0. Отсюда следует, что при увеличении *xs*, например, реальной оплаты труда, на величину *dxs*>0 интенсивность переходов уменьшается (*dxs*>0, а <0), а при ее уменьшении на старом месте – увеличивается (*dxs*<0, <0, т.е. *dxs*>0). Аналогично, но с обратным знаком для *ys*.

Теперь ясно, что кроме знака изменения интенсивности переходов известно и во сколько раз ( или ) отличается изменение функции при малом изменении аргумента (*dxs, dys*), что дает основание называть соответствующую производную или предельной эффективностью фактора *s,* т.е. *xs* и *ys* соответственно.

Пример 3. Найдем эффективность действия фактора *xs* (и *ys*) для интенсивности переходов линейного вида, зависящей от трех факторов (*s*=1,2,3); *f (***x, y***)*=a+**b***T*(**y**-**x***)*= =*a+b1(y1*-*x1)+b2(y2*-*x2)+b3(y3*-*x3).* В этом случае =-*bs*, а =*bs*, т.е. для любого из трех факторов предельная эффективность его не зависит от значений остальных т.е. факторы увеличивают или уменьшают интенсивности независимо от значений остальных. Последнее обстоятельство сильно упрощает вычисления.

Пример 4. Найдем эластичность интенсивности от фактора *xs (ys)* для функции из примера 2. Для этого проще всего воспользоваться уже сделанным логарифмическим преобразованием, из которого следует, что (см. также задачу 1). Последние соотношения говорят о том, что эластичности интенсивности переходов от факторов (т.е. отношение к и ) постоянны по абсолютной величине для любого *s*, но для разных *s* они, вообще говоря, разные.

Из примеров 3 и 4 следует, что интенсивность переходов для примера 1 можно было бы назвать интенсивностью переходов с постоянными эффективностями факторов, а интенсивность переходов из примера 2 – интенсивностью переходов с постоянными эластичностями. Однако можно пользоваться и тем и другим названием. Гораздо важнее для дальнейшего то, что отношения а) эффективностей одноименных факторов исходных и финальных условий для интенсивности переходов с постоянной эффективностью и б) отношение эластичностей от тех же самых факторов интенсивностей переходов с постоянными эластичностями равны друг другу, так как они равны -1.

**Задачи**

1. Убедитесь, что равенства справедливы и без логарифми-ческого преобразования функции полезности из примера 2.

2. Пусть интенсивность перехода *f (***x, y***)*=*a*+**b***T*(**y**-**x***),* где *a=0,5,* а**b***T=(2,3,4),* и индивид, имеющий *x=(0,4; 0,3; 0,2),* рассматривает возможные переходы в другие группы на места **y***1=(0,3; 0,2; 0,3),* **y***2=(0,2; 0,4; 0,1)* и **y***3=(0,41; 0,29; 0,25)* На какие места (1, 2, или 3) человек будет претендовать? Сколько их всего?

3. Сколько привлекательных мест для человека из задачи 2, если а) на каждом месте **y**i *(i=1,2,3)* работают по 10 человек; б) если набором **y***1* обладают 50, **y***2* – 40, а **y***3* – 10 человек? Сколько их всего?

4. Есть группы, в которые можно перейти человеку из задачи 2. Исходная группа соответствует задаче 2, а другие предоставляет те же **y**1, **y**2, **y**3, что в задаче 3б, но добавлеена еще группа с **y**4= =*(o, 35; 0,2; 0,31*). Обсудите вопрос какая из групп предпочтительнее, если на местах с **y**1 находятся 10 человек, а с **y**2, – 30, с **y**3 – 20, а с **y**4 – 15 человек.

5. Пусть интенсивность перехода соответствует задаче 2 и рассматриваются интенсивности перехода в группу *j* с состояниями **y**1, **y**2, **y**3 из задачи 3 из группы *i* с состояниями **x** из задачи 2. Обсудите вопрос о том, что интенсивности перехода в группу *j* из группы *i* а) зависят лишь от **x**; б) зависят от средних значений **y**1, **y**2, **y**3. Какую функцию от *a+***b***T(***y**-**x***)* можно взять в качестве интенсивности перехода?

**Литература**

1. Бартоломью Д. Стохастические модели социальных процессов. Изд. «Финансы и статистика», Москва, 1985 г.
2. Бедность: альтернативные подходы к определению и измерению. Cornegie Endowment for International Peace. М. 1998 г.
3. Белкина Т.А., Лёвочкина М.С. Исследование модели оптимального управления негосударственным пенсионным фондом. В сборнике «Математические модели экономики». Изд. МГИЭМ, 2002
4. Борокин Ф.М., С.В. Соболева. Прогнозирование миграции и численности населения системой дифференциальных уравнений. Сборник Математические методы в социологии. Новосибирск, 1974 т.
5. Бреев Б.Д. Староверов О.В. Об одном методе учёта факторов в движении населения. «Экономика и математические методы», №1, 1979 г.
6. Гаврилец Ю.Н. Компромисс интересов и справедливость в оплате труда (модельный анализ). «Экономика и математические методы», том 28, выпуск 1. 1992 г.
7. Гаврилец Ю.Н. Модель равновесного функционирования экономики с переменной структурой населения. «Экономика и математические методы», том 30, вып. 2, 1994 г.
8. Гегель Г. Политические произведения, Изд. «Наука». М. 1978 г.
9. 12. Гончаренко А.Б., Староверов О.В. Подвижность населения и качество жизни. Экономика и математические методы. Том 37, выпуск 1. М. 2002 г.
10. Зайончковская Ж.А. Новосёлы в городах (методы изучения подвижности). «Статистика», М. 1974 г.
11. Заславская Т.И., Рывкина Р.В. *Социология экономической жизни.* Изд. «Наука», Новосибирск, 1991 г.
12. Изард У. *Методы регионального анализа: введение в науку о регионах.* М.: «Прогресс», 1966.
13. Кемкеи Снелл. *Кибернетическое моделирование.* Изд. «Сов. Радио», М. 1972 г.
14. Кендалл М.Дж.и А. Стьюарт *Теория распределений* «Наука», М:1966 г.
15. Колмогоров А.Н. *Теория вероятностей и математическая статистика*. Изд. «Наука», М. 1986 г.
16. Култыгин В.П. *Классическая социология.* Изд. «Наука», М. 2000 г.
17. Леман Э. Проверка статистических гипотез. «Наука». М: 1964 г.
18. Матлин И.С. «Моделирование размещения населения». Изд. «Наука», М.1975 г.
19. *Миграция населения* (редактор Воробьёва О.Д.). Изд. Министерства по делам федерации, национальной и миграционной политики РФ. М. 2001 г.
20. Моделирование социальных процессов. Изд. РЭА им. Плеханова, М.1993 г.
21. Нестерова Д., Сабирьянова К. Инвестиции в человеческий капитал в переходной период в России. Научный доклад №99–04, РПЭИ / Фонд Евразия, 1999.
22. Орлов А.И. Устойчивость в социально-экономических моделях. М: Изд. «Наука», 1979.
23. Рао С.Р. «Линейные статистические методы и их применение». «Наука», М:1968 г.
24. Результаты обследования движения трудовых ресурсов Латвийской ССР за 1973 год, Рига, Центральное статистическое управление при Совете Министров Латвийской ССР, 1975.
25. Российские статистические ежегодники: Госкомстат России. – М.
26. Сен Амартия. *Об этике и экономике.* Изд. «Наука», М. 1996 г.
27. Система знаний о народонаселении (редактор Валентей Д.И.) «Высшая школа», М. 1991 г.
28. Соболева С.В. «Демографические процессы в региональном и социально-экономи-ческим развитии». Изд. «Наука», Новосибирск, 1998 г.
29. Современная демография. Под ред. А.Я. Кваши, В.А. Ионцева. Изд. МГУ. 1995 г.
30. Староверов О.В. (1978). Сложные факторы в моделях движения населения. Сборник *Прикладной многомерный статистический анализ*. «Наука», Москва.
31. Староверов О.В. (1979) Модели движения населения. Изд. «Наука» Москва.
32. Староверов О.В. (1997). Условия жизни и межгрупповая мобильность. Экономика и математические методы. Том 33, вып. 4
33. Староверов О.В. (1997) *Азы математической демографии.* Изд. «Наука», М.
34. Староверов О.В. (2003) Общая модель движения населения. Труды международной научно-практической конференции по миграции населения и перспективам демографического развития: России. Изд. ГУ ИМЭИ при МЭ, М.
35. Староверова Т.О. О распределении социальной помощи бедным. «Экономика и математические методы». №1, Москва, 2003 г.
36. Толстая тетрадь. Экономическая школа. Выпуск 2. СП б. 1992 г.
37. Фихтенгольц Г.Ф. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Том I. Стр. 188–189.
38. Чапек В.Н. и др. К вопросу о миграции из России интеллектуальных ресурсов труда. В сборнике «Международная конференция Миграция населения и перспективы демографического развития России». Изд. ГУ ИМЭИ, М. 2003 г.
39. Alonso W. Theory of Movements: Introduction. Berkley. Institute of Urban and Regional Development. University of California, 1976.
40. Atkinson A. On the Measurement of Poverty. Econometrica, 1987. Vol.55, No 4.
41. Bartholomew D.J. (1982). Stochastic Models for Social Processes. J. Wiley. Chichester – New York.
42. Begg D, Fischer S, Dornbusch R. Economics. McGraw-Hill. London, New York, 1991
43. Bourguignon François. Decomposable Income Inequality Measures. Econometrica, v. 47, №3. 1979.
44. Bourguignon F., G. Fields «Discontinuous loss from Poverty, generalized measures, and optimal transfers to the poor». XI the World Congress of IEA. Tunis, 18–22 December 1995.
45. Cossinus H. (1976). Quelque points de vue sur l'analyse des talleaux d'echauges. Annals de L'ISEE, N22–23.
46. Cowell F. Measures of Distribution Change: An Axiomatic Approach. *The Review of Economic Studies*, Vol. LII (1), No 168. 1985.
47. Dagum C. Inequality Measure between Income Distributions with Applications. Econommetrica, v. 48, N7, 1980
48. Isard W. (1960). Methods of Regional Analysis: an Introduction to Regional Science. New York.
49. Journal of Econometrics. V 42, №1, за 1989 г.
50. Fields. Place-to-Place Migration: Some new Evidence. Review of Economics and Statistics. Vol. LXI, N1, 19879.
51. Foster J.E., Shorrocks A.F. «Poverty Orderings». Econometrica, V.56, №1, 1988.
52. Holmlund В. Labour Mobility. IUI, Stokholm, (1984).
53. Ravallion M. Poverty Comparison. Harwood Academic Publisher, 1992.
54. Ravenstein E.G. The Lows of Migration. Journal of the Royal Statistical Society. 1885 и 1889 годы, XLVIII и LII
55. Rogers A. Introduction to Mathematical Demography, John Willey, 1975.
56. Rosen S. Human Capital. In *Handbook of Public Economics,* Vol. 1. Ed. Auerbach and Feldstein, Amsterdam: North Holland. 1985
57. Sen A. Poverty; an Ordinal Approach to Measurement. Econometrica, 1976, No 2.
58. Shakhnovich R., Yudashkina G. Wage-Setting and Employment Behavior of Enterprises during the Period of Economic Transition. WP №01–04, EERC. 2001
59. Shorrocks A.F. The class of Additively Decomposable Measures. Econometrica, v. 48, ¹3. 1980.
60. Shorrocks Antony «Notes end Comments Revisiting the Sen Poverty Index», Econometrica. Vol. 63, No 5. (September, 1995, pp 1225–1230.
61. Weidlich W., G. Haag (Eds), (1988). International Migration. Springer – Verlag, New York – London – Tokyo.