КАФЕДРА

Экономической кибернетики

имитационное моделирование на основании предварительно установленных зависимостей.

г. Желтые Воды 2004

**Содержание**

1. Постановка задачи \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 3
2. Метод решения задачи \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 5
3. Программное решение \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 8
4. Руководство пользователя\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 11
5. Листинг программы \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 12

**Постановка задачи**

В современном мире гарантией эффективной работы любого предприятия служит рациональное использование денежных средств и трудового фактора. Так для расчета экономического эффекта работы кассового зала необходимо провести имитационное моделирование на основании предварительно установленных зависимостей.

Допустим, что клиенты в зал прибывают с интервалом, исчисляемым в минутах (см. рис. 1).

t

800









Рис. 1 – «Приход клиентов в зал»

Приход клиентов в зал описывается пуассоновским потоком с интенсивностью r, который определяется следующим образом:

 (1.1)

где: r – интенсивность потока;

k – время между приходами клиентов.

Параметр k может принимать дискретные значения от нуля до бесконечности. Причем k=0 означает приход сразу двух клиентов.

Предположим, в зале имеется N касс. Математическое ожидание обслуживания клиентов в банке обозначим . Обслуживание клиентов у касс происходит по экспоненциальному закону распределения случайной величины  ( - время обслуживания клиентов) с плотностью распределения :

 (1.2)

Примечание:

Если в зале есть свободные кассы, то клиент становится на обслуживание к ближайшей из них (т.е. к кассе с минимальным номером). Если все кассы заняты – клиент становится в очередь к той кассе, где очередь минимальна. Если очереди одинаковы, то клиент становится в любую из них.

Для решения поставленной задачи необходимо разработать алгоритм имитационного моделирования работы кассового зала за 24-часовый рабочий день. А также определить время простоя касс и количество клиентов в очереди не обслуженных на момент закрытия банка.

# Метод решения задачи

Имитационное моделирование на ЭВМ процесса функционирования автоматизированной системы управления работой кассового зала позволяет получить численное решение поставленной задачи. Суть рассматриваемого приближенного метода решения состоит в проведении ряда случайных испытаний вероятностной модели исследуемой системы и получении совокупности реализаций случайных процессов изменения состояния.

В результате многократной реализации случайных процессов определяются оценки вероятности тех или иных событий и средние значения случайных величин. Имитационное моделирование связано с необходимостью воспроизведения случайных событий и величин, распределенных по произвольному закону. Существует несколько способов генерации случайных величин и формирования их распределений. Модель системы управления работой кассового зала включает в себя:

* + Приход клиентов в зал ;
	+ Время обслуживания клиентов у касс .

По условию поставленной задачи приход клиентов в зал описывается пуассоновским потоком с интенсивностью r. Для лучшего понимания сути распределения Пуассона необходимо знать основные определения:

Интенсивность потока – среднее число событий, которое появляется в единицу времени.

Поток – последовательность событий, которые наступают в случайные моменты времени.

Закон распределения Пуассона выражается формулой (1.1).

Будем моделировать интервал времени между двумя последовательно зашедшими в банк клиентами методом Монте-Карло с датчиком случайных чисел на интервале [0 - 1].

Совокупность  независимых случайных событий, образующих полную группу, характеризуется вероятностями появления каждого из событий , причем . Для моделирования этой совокупности случайных событий используется генератор случайных чисел, равномерно распределенных в интервале [0 - 1]. При делении отрезка [0 - 1] на n частей, численно равных , возникновение события  устанавливается путем определения нахождения случайного числа Х в пределах интервала при проверке условия , где  изменяется от нуля до n. При  имеем ; при  имеем  и так далее. При подстановке  в формулу (1.1) получим:

 ;

 ;

  и так далее.

Причем (мин.) – максимальное количество ожидания клиентов.

Так как опыт проводится многократно, то, очевидно, что частота попадания случайных чисел на каждый из отрезков, определяющихся их длиной, и соответствует полученным вероятностям

Моделирование времени обслуживания клиентов у касс происходит по экспоненциальному закону распределения, формула которого представлена выше (формула (1.2)).

Время обслуживания клиентов , как и любая иная случайная величина, описывается функцией распределения , определяемая как вероятность  случайного события, заключающегося в том, что время обслуживания клиентов меньше некоторого заданного времени :



Эта вероятность рассматривается как функция  во всем диапазоне возможных значений величины . Функция распределения любой случайной величины является неубывающей функцией времени . Примерный вид функции  дан на рисунке 3.





1

Рис. 3 – «Функция распределения экспоненциального закона»

Так как значения  не могут быть отрицательными, то . При  величина  стремится к единице. Таким образом, функция распределения времени обслуживания клиентов:

 (1.3)

где  - параметр распределения (среднее время обслуживания клиентов у кассы).

Соответственно плотность распределения:

 (1.4)

Для моделирования времени обслуживания клиента у кассы проинтегрируем функцию распределения :



 (1.5)

От датчика случайных чисел равномерно распределенных на интервале [0 - 1] получаем очередное число Х, которое подставляем в формулу (1.5) и вычисляем :



 (1.6)

Из соотношения (1.6) найдем  соответствующее Х, которое будем принимать за случайное число, обозначающее время обслуживания данной кассой.

# ПРОГРАММНОЕ РЕШЕНИЕ

Программа имитационного моделирования работы кассового зала написана на языке C с помощью среды разработки Borland C++ 3.1.

Блок-схема имитационного моделирования работы кассового зала

kassa

Ввод кол-ва касс m

Параметр распределения Пуассона

Ввод lambda

мин. и мак. время обслу- живания клиентов у касс

Ввод tau\_min и tau\_max

Время моделирования работы кассового зала в ч.

Ввод hours

Математическое ожи-дание и средн. кв. от-клонение

Ввод MO и SKO

Создание и обнуление массива и переменных

i : : = 1

Нет

current\_time<=minutes

Да

Нет

current\_time

Нет

i<=m

Да

Да

Да

Нет

tau[i]

t\_free++

tau[i]--

i++

Нет

enter\_time\_<=current\_time

Да

enter++

enter\_time\_=time\_to()

i=1; INDPAS=1

Да

Нет

tau[i]

tau[i]=\_tau()

INDPAS=0

i++

Да

i<=m && INDPAS= =1

Нет

Нет

Да

 INDPAS= =1

refuse++

Да

 INDPAS= =0

serve++

Нет

current\_time++

stand=0; i=1

Нет

Да

tau[i]>0

stand++

i++

i<m

Коррек. кол-во обслуженных

Вычислим ср. время простоя

Вычислим ср. % обслуженных

Вычисл. ср. % необслуженных

serve-=stand;

t\_free\_av=(float)t\_free/m; serve\_av=(float)serve/enter;

refuse\_av=(float)refuse/enter;

Вывод результатов

КОНЕЦ

Исходный текст программы состоит из одного файла Kas1.c который содержит реализацию таких функций программы:

– float RND\_DIG (void) - Функция возвращающая СЧ в диапазоне [0, 1];

– void massive (void) - Функция выделяющая память под массив времени обслуживания у каждой из касс;

– float \_tau(void) - Функция возвращающая время обслуживания у кассы;

– float time\_to(void) - Функция определяет время входа следующего клиента. Промежутки между входами распределены по закону Пуассона с параметром lambda;

– void inf (void) - Функция вывода информации пользователю.

**РУКОВОДСТВО пользователя**

1. Программа имитационного моделирования работы банка расположена по следующему адресу:

A:\Kas1.exe

1. На запрос программы:

«Введите количество касс в кассовом зале ж\\д вокзала:»

Вводим предполагаемое (данное) количество касс обслуживающих клиентов.

1. На запрос программы:

«Введите параметр распределения Пуассона для определения времени между входами пассажиров в зал:»

Вводим lambda – Параметр распределения Пуассона

4. На запрос программы:

«Введите минимальную продолжительность обслуживания у касс»

Вводим tau\_min – минимальную продолжительность обслуживания.

1. На запрос программы:

«Введите максимальную продолжительность обслуживания у касс»

Вводим tau\_max – максимальную продолжительность обслуживания.

1. На запрос программы:

«Введите время моделирования работы зала(в ч.):»

Вводим hours - время моделирования работы зала.

1. На запрос программы:

«Введите математическое ожидание времени обслуживания у касс:»

Вводим MO - математическое ожидание.

1. На запрос программы:

«Введите среднеквадратическое отклонение времени обслуживания у касс:»

Вводим SKO - среднеквадратическое отклонение.

8. После просмотра результатов, нажмите любую клавишу для завершения работы.

**5. Листинг программы**

/\* Включаемие модули\*/

#include<stdio.h> // Функции потокового ввода - вывода

#include<conio.h> // Формирование экракна

#include<math.h> // Математические функции

#include<alloc.h> // Функции по работе с динам. памятью

//Прототипы функций

float RND\_DIG( void ); // Ф-я генерирует случ. числа

void inf( void); // Ф-я сообщает о назн-ии программы

void massive( void ); // Ф-я выделяющая память под массив

float \_tau( void ); // Расчет времени обсл-я клиента у кассы

float time\_to ( void ); // Расчет времени входа пассажира в зал

//Объявление переменных

float

 tau\_min, // Мин. время обсл-я у касс

 tau\_max, // Макс. время обсл-я у касс

 \*tau, // Тек. время обсл-я у касс

 current\_time, // Тек. время

 minutes, // Общ. время работы в минутах

 lambda, // Пар-р закона распр-я Пуассона

 enter\_time\_, // Время входа очередного пассажира

 MO, // Мат. ожид-е времени обсл-я

 SKO, // Среднекв. откл-е времени обсл-я у касс

 t\_free, // Общ. время простоя касс

 t\_free\_av, // Ср. время простоя

 serve\_av, // Ср. % обслуж-я пассажиров

 refuse\_av, // Ср. % отказов в обсл-ии

 N0=7836, // 1-й множитель для расчета случ. числа

 NI=4792, // 2-й множитель для расчета случ. числа

 N, // Прозведение N0 и NI

 ND; // Средние 4 цифры из числа N

int

 m, // Кол-во касс

 i, // Тек. номер кассы

 enter, // Кол-во вошедших

 hours, // Время работы зала в часах

 serve, // Кол-во обслуж-х пассажиров

 refuse, // Кол-во необслуж-х пассажиров

 stand, // Кол-во стоящих в очереди на момент обслуживания

 INDPAS; // Флаг обслуживания пассажиров

// Главная функция программы

 void main(void)

 {

 inf(); // cообщение о назначении программы

 textcolor( 14 ); //установка цвета и фона

 textbackground( 1 );

 clrscr(); //очистка экрана

 /\* Прием данных от пользователя \*/

 printf("\n████████████████████████████████████████████████████████████████████████████████");

 for(i=1;i<=21;i++)

 printf("█ █");

 printf("████████████████████████████████████████████████████████████████████████████████");

 gotoxy(10,7);

 do

 {

 printf("\n█\tВведите количество касс в кассовом"

 " зале ж\\д вокзала:");

 scanf( "%d", &m );

 }

 while( (m<=0)||(m>=100) );

 do

 {

 printf( "\n█\tВведите параметр распределения Пуассона для"

 " определения" );

 printf( "\n█\t\tвремени между входами пассажиров в зал:" );

 scanf( "%f", &lambda );

 }while( lambda<=0 );

 clrscr();

 //Вывод рамки

 printf("\n████████████████████████████████████████████████████████████████████████████████");

 for(i=1;i<=21;i++)

 printf("█ █");

 printf("████████████████████████████████████████████████████████████████████████████████");

 gotoxy(5,3);

 do

 {

 printf( "\n█\n█\tВведите минимальную продолжительность обслуживания " );

 printf( "\n█\t\t\tу кассами:" );

 scanf( "%f", &tau\_min );

 }while( tau\_min<=0 );

 do

 {

 printf( "\n█\tВведите максимальную продолжительность обслуживания " );

 printf( "\n█\t\t\tу касс:" );

 scanf( "%f", &tau\_max );

 }while( tau\_max<=tau\_min );

 do

 {

 printf( "\n█\tВведите время моделирования работы зала(в ч.):" );

 scanf( "%d", &hours );

 }while( hours<=0 );

 do

 {

 printf("\n█\tВведите математическое ожидание времени обслуживания");

 printf( "\n█\t\tу касс:");

 scanf( "%f", &MO );

 }while( MO<=0 );

 do

 {

 printf( "\n█\tВведите среднеквадратическое отклонение времени ");

 printf( "\n█\tобслуживания у касс:");

 scanf( "%f", &SKO );

 }while( SKO<=0 );

 massive(); // создание и обнуление массива

 minutes=floor( hours\*60 ); // переведем время работы в минуты

 enter=0; // никто не входил

 serve=0; // никого не обслужили

 refuse=0; // никому не отказали

 t\_free=0; // кассы еще не простаивали

 current\_time=0; // начало отсчета времени с нуля

 enter\_time\_=time\_to(); // когда зайдет следующий

 /\* Цикл моделирования работы зала

 for( current\_time=0; current\_time<=minutes; current\_time++ )

 {

 /\* Коррект-ка времени обсл-я у каждой кассы \*/

 if( current\_time )

 for( i=1; i<=m ;i++)

 if( tau[i] ) //Если касса занята, то уменьшим время обсл-я

 tau[i]--; // в ней на 1 мин.

 else // Если касса свободна, наращиваем общее время

 t\_free++; // простоя касс.

 if( enter\_time\_<=current\_time )

 {

 enter++; // Если входит пассажир, отмечаем это

 enter\_time\_=time\_to(); // Узнаем, когда зайдет следующий?

 i=1; // Вошедший подходит к 1-й кассе

 INDPAS=1; // Его еще не обслуживают

 do

 {

 if( tau[i]<=0 ) //Если касса свободна, ставим пассажира на

 { //обсл-е и узнаем, сколько ему стоять у кассы

 tau[i]=\_tau();

 INDPAS=0; //Укажем, что пассажира обслуживают

 }

 i++; // Подходим к следующей кассе

 }while((i<=m) && (INDPAS==1));

 if( INDPAS==1 ) // Если клиент не обслужен, отмечаем это

 refuse++;

 if( INDPAS==0) // Если клиент обслужен, отмечаем это

 serve++;

 }

 }

 stand=0; // Пока в очереди никто не стоит

 i=1; // Начинаем с первой кассы

 do

 {

 if( tau[i]>0 ) // Если время обсл-я не равно нулю, значит

 stand++; // у кассы кто-то стоит

 i++; // Смотрим у следующей кассы

 }while( i<=m );

 serve-=stand; // Корректируем кол-во обслуженных

 t\_free\_av=(float)t\_free/m; // Вычислим ср. время простоя

 serve\_av=(float)serve/enter; // Вычислим ср. % обслуженных

 refuse\_av=(float)refuse/enter; // Вычислим ср. % необслуженных

 textcolor(1); // Установка параметров текста

 textbackground(2);

 clrscr();

 \_setcursortype( \_NOCURSOR );

 /\*Вывод полученных результатов

 //Вывод рамки

 printf("\n████████████████████████████████████████████████████████████████████████████████");

 for(i=1;i<=21;i++)

 printf("█ █");

 printf("████████████████████████████████████████████████████████████████████████████████");

 gotoxy(3,3);

 printf( "\n█\n█\t╔════════════════════════════════════════════════════════════╗ ");

 printf(" \n█\t║ %d железнодорожных касс работало на протяжении: %d часов.",m,hours );

 gotoxy(70,6);

 printf("║");

 printf(" \n█\t║ В зал зашло %d посетителей.", enter );

 gotoxy(70,7);

 printf("║");

 printf(" \n█\t║");

 gotoxy(70,8);

 printf("║");

 printf(" \n█\t║\n█\t║ Было обслужено %d человек(а).", serve);

 gotoxy(70,9);

 printf("║");

 printf(" \n█\n█\t║ Ушли необслуженными %d человек(а).", refuse);

 gotoxy(70,10);

 printf("║");

 printf(" \n█\n█\t║ В очереди осталось стоять %d человек(а). ", stand);

 gotoxy(70,11);

 printf("║");

 printf(" \n█\n█\t║ Средний процент обслуживания пассажиров %.2f%%", serve\_av\*100);

 gotoxy(70,12);

 printf("║");

 printf(" \n█\n█\t║ Средний процент отказов в обслуживании %.2f%%", refuse\_av\*100);

 gotoxy(70,13);

 printf("║");

 printf(" \n█\n█\t║ Всего кассы простаивали: %.0fч. %.0f мин. ",floor( t\_free/60 ),

 t\_free-floor( t\_free/60 )\*60 );

 gotoxy(70,14);

 printf("║");

 printf(" \n█\n█\t║ Среднее время простоя 1 кассы: %.0fч. %.0f мин.",

 floor( t\_free\_av/60 ), t\_free\_av-floor( t\_free\_av/60 )\*60);

 gotoxy(70,15);

 printf("║");

 gotoxy(70,16);

 printf("║");

 printf(" \n█\t╚════════════════════════════════════════════════════════════╝ ");

 getch();

 }

 //Функция возвращающая СЧ в диапазоне от 0 до 1

float RND\_DIG (void)

 {

 float

 x; //СЧ в диапазоне от 0 до 1

 N=(NI\*N0);

 ND=floor(N/100);

 ND=(ND/10000-floor(ND/10000))\*10000; // Отбросим первые 2 цифры

 N0=NI;

 NI=ND;

 x=ND/9999;

 return x;

 }

 //Ф-я выделяет память под массив времени обсл-я у каждой из касс

void massive( void )

 {

 int i;

 tau=(float \*)malloc( (m+1)\*sizeof(float) );

 /\* Обнуление элементов массива \*/

 for(i=1; i<=m; i++)

 tau[i]=0;

 }

 // Ф-я возвр. время обсл-я у кассы

float \_tau( void )

 {

 float

 x, // Случайное число x

 y, // Случайное число y

 z, // Случайное число z

 tau\_; // Время обслуживания

 // Проверка на четность

 //---------------------

 if( floor ( ( float )i/2 )==ceil( ( float )i/2 ) )

 {

 x=RND\_DIG(); // Запрос случ. числа от ДСЧ

 y=RND\_DIG(); // Запрос случ. числа от ДСЧ

 if( x>=.0001) // Если х не слишком маленькое, считаем z

 z=sqrt( -2\*log( x ) )\*sin( 2\*M\_PI\*y );

 else

 {

 if( sin( 2\*M\_PI\*y )<=0 )

 z=0; // Если оба множителя слишком малы, то z=0

 else

 z=(float)minutes/2; //Если 2-й множ-ль нормальный, то

 } //вел-на z равна половине времени работы зала.

 tau\_=MO+z\*SKO; // Вычислим нормально распределенное время обсл-я

 if( tau\_<0 ) // Если время отрицательно, оно равно 1 мин.

 tau\_=1;

 }

 else

 {

 x=RND\_DIG(); // Запрос случ. величины от ДСЧ

 /\* Вычислим равномерно распределенное время обсл-я \*/

 //--------------------------------------------------

 tau\_=floor( tau\_min+x\*( tau\_max-tau\_min )+.5);

 }

 return floor( tau\_+.5 ); //Выведем в место запроса

 }

 // Ф-я определяет время входа след-го клиента. Промежутки

 // между входами распределены по закону Пуассона с пар-м lambda

 // ============================================================

 float time\_to( void )

 {

 int

 j; // Пар-р закона распр-я Пуассона

 float

 x, // Случ. вел-на

 tau, // Время до входа

 a, // Пар-р закона распр-я

 n, // Половина общего времени работы

 S; // Пар-р закона распр-я

 n=floor( minutes/2+0.5 );

 x=RND\_DIG(); // Примем случ. число

 tau=0;

 j=0;

 a=exp( (lambda \* (-1)) ); // Расчет нач. знач-я пар-ра а

 S=0;

 do

 {

 if( S>=x && x<S+a ) // Проверка х на пренадл-ть промежутку [S ; S+a)

 break;

 tau++;

 j++;

 S+=a;

 a\*=lambda/j;

 }

 while( tau<=n );

 return current\_time+tau; // Возвратим время до входа след-го клиента

 }