Задание 1

Приведены поквартальные данные о кредитах от коммерческого банка на жилищное строительство (в условных единицах) за 4 года (всего 16 кварталов, первая строка соответствует первому кварталу первого года).

Требуется:

1) Построить адаптивную мультипликативную модель Хольта-Уинтерса с учетом сезонного фактора, приняв параметры сглаживания *α*1=0,3; *α*2=0,6; *α*3=0,3.

2) Оценить точность построенной модели с использованием средней относительной ошибки аппроксимации.

3) Оценить адекватность построенной модели на основе исследования:

* случайности остаточной компоненты по критерию пиков;
* независимости уровней ряда остатков по *d*-критерию (критические значения *d*1 = 1,10 и *d*2 = 1,37) и по первому коэффициенту автокорреляции при критическом значении *r*1 = 0,32;
* нормальности распределения остаточной компоненты по R/S-критерию с критическими значениями от 3 до 4,21.

4) Построить точечный прогноз на 4 шага вперед, т.е. на 1 год.

5) Отразить на графике фактические, расчетные и прогнозные данные.

# Таблица 1

Поквартальные данные о кредитах от коммерческого банка на жилищное строительство (в условных единицах) за 4 года

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| t | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 2 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| Y(t) | 28 | 36 | 43 | 28 | 31 | 40 | 49 | 30 | 34 | 44 | 52 | 33 | 39 | 48 | 58 | 36 |

Решение

Будем считать, что зависимость между компонентами тренд-сезонный временный ряд мультипликативная. Мультипликативная модель Хольта-Уинтерса с линейным ростом имеет следующий вид:

, **(1)**

где *k* – период упреждения;

*Yр(t)* — расчетное значение экономического показателя для *t*-гo периода;

*a(t)*, *b(t)* и *F(t)* - коэффициенты модели; они адаптируются, уточняются по мере перехода от членов ряда с номером *t-1* к *t*;

*F(t+k-L)* - значение коэффициента сезонности того периода, для которого рассчитывается экономический показатель;

*L* - период сезонности (для квартальных данных *L=4*, для месячных – *L*=12).

Таким образом, если по формуле 1 рассчитывается значение экономического показателя, например за второй квартал, то *F(t+k-L)* как раз будет коэффициентом сезонности второго квартала предыдущего года.

Уточнение (адаптация к новому значению параметра времени *t*) коэффициентов модели производится с помощью формул:

; **(2)**

; **(3)**

. **(4)**

Параметры сглаживания *α*1, *α*2 и *α*3 подбирают путем перебора с таким расчетом, чтобы расчетные данные наилучшим образом соответствовали фактическим (т.е. чтобы обеспечить удовлетворительную адекватность и точность модели).

Из формул 1 - 4 видно, что для расчета *а*(1) и *b*(1) необходимо оценить значения этих коэффициентов для предыдущего период времени (т.е. для *t*=1-1=0). Значения *а*(0) и *b*(0) имеют смысл этих же коэффициентов для четвертого квартала года, предшествующего первому году, для которого имеются данные в табл. 1.

Для оценки начальных значений *а*(0) и *b*(0) применим линейную модель к первым 8 значениям *Y(t)* из табл. 1. Линейная модель имеет вид:

. **(5)**

Метод наименьших квадратов дает возможность определить коэффициенты линейного уравнения *а*(0) и *b*(0) по формулам 6 - 9:

; **(6)**

; **(7)**

; **(8)**

. **(9)**

Применяя линейную модель к первым 8 значениям ряда из таблицы 1 (т.е. к данным за первые 2 года), находим значения *а*(0) и *b*(0). Составим вспомогательную таблицу для определения параметров линейной модели:

# Таблица 2

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| t | | Y(t) | t-tcp | Y-Ycp | (t-tcp)2 | (Y-Ycp)(t-tcp) |
| 1 | | 28 | -3,5 | -7,625 | 12,25 | 26,6875 |
| 2 | | 36 | -2,5 | 0,375 | 6,25 | -0,9375 |
| 3 | | 43 | -1,5 | 7,375 | 2,25 | -11,0625 |
| 4 | | 28 | -0,5 | -7,625 | 0,25 | 3,8125 |
| 5 | | 31 | 0,5 | -4,625 | 0,25 | -2,3125 |
| 6 | | 40 | 1,5 | 4,375 | 2,25 | 6,5625 |
| 7 | | 49 | 2,5 | 13,375 | 6,25 | 33,4375 |
| 8 | | 30 | 3,5 | -5,625 | 12,25 | -19,6875 |
| Σ | 36 | 285 | 0 | 0 | 42 | 36,5 |

 

 

Уравнение (5) с учетом полученных коэффициентов имеет вид: *Yp(t)*=31,714+0,869·*t*. Из этого уравнения находим расчетные значения *Yр(t)* и сопоставляем их с фактическими значениями (табл. 3). Такое сопоставление позволяет оценить приближенные значения коэффициентов сезонности I-IV кварталов *F(-3)*, *F(-2)*, *F(-1)* и *F(0)* для года, предшествующего первому году, по которому имеются данные в табл. 1. Эти значения необходимы для расчета коэффициентов сезонности первого года *F(1), F(2), F(3), F(4)* и других параметров модели Хольта-Уинтерса по формулам 1 - 4.

## Таблица 3

Сопоставление фактических данных *Y(t)* и рассчитанных по линейной модели значений *Yp(t)*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *t* | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| *Y(t)* | 28 | 36 | 43 | 28 | 31 | 40 | 49 | 30 |
| *Yp(t)* | 32,583 | 33,452 | 34,321 | 35,190 | 306,060 | 36,929 | 37,798 | 38,667 |

Коэффициент сезонности есть отношение фактического значения экономического показателя к значению, рассчитанному по линейной модели. Поэтому в качестве оценки коэффициента сезонности I квартала *F(-3)* может служить отношение фактических и расчетных значений *Y(t)* I квартала первого года, равное *Y(1)*/*Yр(1)*, и такое же отношение для I квартала второго года (т.е. за V квартал *t*=5) *Y(5)/Yр(5)*. Для окончательной, более точной, оценки этого коэффициента сезонности можно использовать среднее арифметическое значение этих двух величин.

*F*(-3) = [ *Y*(1) / *Yp*(1) + *Y*(5) / *Yp*(5) ] / 2=[ 28 / 32,583 + 31 / 36,060 ] / 2 = 0,8595.

Аналогично находим оценки коэффициента сезонности для II, III и IV кварталов:

*F*(-2) = [*Y*(2) / *Yp*(2) + *Y*(6) / *Yp*(6) ] / 2 = 1,0797;

*F*(-1) = [*Y*(3) / *Yp*(3) + *Y*(7) / *Yp*(7) ] / 2 = 1,2746;

*F*(0) = [*Y*(4) / *Yp*(4) + *Y*(8) / *Yp*(8) ] / 2 = 0,7858.

Оценив значения *а*(0)*, b*(0), а также *F*(-3), *F*(-2), *F*(-1) и *F*(0), можно перейти к построению адаптивной мультипликативной модели Хольта-Уинтерса с помощью формул 1 - 4.

Из условия задачи имеем параметры сглаживания *α*1=0,3; *α*2=0,6; *α*3=0,3. Рассчитаем значения *Yp*(*t*), *a*(*t*), *b*(*t*) и *F*(*t*) для *t*=l.

Из уравнения 1, полагая что *t*=0, *k*=1, находим *Yр(1)*:

Из уравнений 2 - 4, полагая что *t*=1, находим:

;

;

.

Аналогично рассчитаем значения *Yp(t), a(t), b(t)* и *F(t)* для *t*=2:



;

;

;

для *t*=3:



;

;

;

для *t*=4:



;

;

;

для *t*=5:



Обратим внимание на то, что здесь и в дальнейшем используются коэффициенты сезонности *F(t-L)*, уточненные в предыдущем году (*L*=4):

;

;

;

Продолжая аналогично для, *t* = 6,7,8,…,16 строят модель Хольта-Уинтерса (табл. 4). Максимальное значение *t*, для которого можно находить коэффициенты модели, равно количеству имеющихся данных по экономическому показателю *Y(t)*. В нашем примере данные приведены за 4 года, то есть за 16 кваралов. Максимальное значение *t* равно 16.

# Таблица 4

### Модель Хольта-Уинтерса

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *t* | *Y(t)* | *a(t)* | *b(t)* | *F(t)* | *Yp(t)* | Абс.погр.,  *E(t)* | Отн.погр.,  *%* |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 0 |  | 31,71 | 0,87 | 0,7858 |  |  |  |
| 1 | 28,0 | 32,58 | 0,87 | 0,8594 | 28,01 | -0,01 | 0,02 |
| 2 | 36,0 | 33,42 | 0,86 | 1,0782 | 36,11 | -0,11 | 0,32 |
| 3 | 43,0 | 34,11 | 0,81 | 1,2661 | 43,69 | -0,69 | 1,60 |
| 4 | 28,0 | 35,14 | 0,87 | 0,7924 | 27,44 | 0,56 | 1,99 |
| 5 | 31,0 | 36,03 | 0,88 | 0,8600 | 30,95 | 0,05 | 0,16 |
| 6 | 40,0 | 36,97 | 0,90 | 1,0805 | 39,80 | 0,20 | 0,51 |
| 7 | 49,0 | 38,11 | 0,97 | 1,2778 | 47,94 | 1,06 | 2,17 |
| 8 | 30,0 | 38,72 | 0,86 | 19 | 30,97 | -0,97 | 3,24 |
| 9 | 34,0 | 39,57 | 0,86 | 0,8596 | 34,04 | -0,04 | 0,11 |
| 10 | 44,0 | 40,51 | 0,88 | 1,0839 | 43,68 | 0,32 | 0,73 |
| 11 | 52,0 | 41,19 | 0,82 | 1,2687 | 52,90 | -0,90 | 1,73 |
| 12 | 33,0 | 42,07 | 0,84 | 0,7834 | 32,84 | 0,16 | 0,47 |
| 13 | 39,0 | 43,64 | 1,06 | 0,8800 | 36,88 | 2,12 | 5,43 |
| 14 | 48,0 | 44,58 | 1,02 | 1,0796 | 48,45 | -0,45 | 0,95 |
| 15 | 58,0 | 45,64 | 1,03 | 1,2700 | 57,85 | 0,15 | 0,25 |
| 16 | 36,0 | 46,45 | 0,97 | 0,7783 | 36,56 | -0,56 | 1,56 |

#### Проверка качества модели

Для того чтобы модель была качественной уровни, остаточного ряда E(t) (разности Y(t)-Yp(t) между фактическими и расчетными значениями экономического показателя) должны удовлетворять определенным условиям (точности и адекватности). Для проверки выполнения этих условий составим таблицу 5.

#### Проверка точности модели

Будем считать, что условие точности выполнено, если относительная погрешность (абсолютное значение отклонения *abs*{*E(t)*}, поделенное на фактическое значение *Y(t)* и выраженное в процентах 100%·*abs*{*E(t)*}/*Y(t)*) в среднем не превышает 5%. Суммарное значение относительных погрешностей (см. гр. 8 табл. 4) составляет 21,25, что дает среднюю величину 21,25/16 = 1,33%.

Следовательно, условие точности выполнено.

# Таблица 5

### Промежуточные расчеты для оценки адекватности модели

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Квартал, *t* | Отклонение, *E(t)* | Точки поворота | *E(t)*2 | [*E(t)-E(t-1)*]2 | *E(t)∙E(t-1)* |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | -0,01 | - | 0,00 | - | - |
| 2 | -0,11 | 0 | 0,01 | 0,01 | 0,00 |
| 3 | -0,69 | 1 | 0,48 | 0,33 | 0,08 |
| 4 | 0,56 | 1 | 0,31 | 1,56 | -0,38 |
| 5 | 0,05 | 1 | 0,00 | 0,26 | 0,03 |
| 6 | 0,20 | 0 | 0,04 | 0,02 | 0,01 |
| 7 | 1,06 | 1 | 1,13 | 0,74 | 0,22 |
| 8 | -0,97 | 1 | 0,95 | 4,14 | -1,03 |
| 9 | -0,04 | 0 | 0,00 | 0,87 | 0,04 |
| 10 | 0,32 | 1 | 0,10 | 0,13 | -0,01 |
| 11 | -0,90 | 1 | 0,80 | 1,49 | -0,29 |
| 12 | 0,16 | 0 | 0,02 | 1,11 | -0,14 |
| 13 | 2,12 | 1 | 4,49 | 3,85 | 0,33 |
| 14 | -0,45 | 1 | 0,21 | 6,62 | -0,96 |
| 15 | 0,15 | 1 | 0,02 | 0,36 | -0,07 |
| 16 | -0,56 | - | 0,32 | 0,50 | -0,08 |
| Σ | 0,88 | 10 | 8,88 | 21,98 | -2,27 |

#### Проверка условия адекватности

Для того чтобы модель была адекватна исследуемому процессу, ряд остатков *E(t)* должен обладать свойствами случайности, независимости последовательных уровней, нормальности распределения.

***Проверка случайности уровней***. Проверку случайности уровней остаточной компоненты (гр. 2 табл. 5) проводим на основе критерия поворотных точек. Для этого каждый уровень ряда *E(t)* сравниваем с двумя соседними. Если он больше (либо меньше) обоих соседних уровней, то точка считается поворотной и в гр. 3 табл. 5 для этой строки ставится 1, в противном случае в гр. 3 ставится 0. В первой и последней строке гр. 3 табл. 5 ставится прочерк или иной знак, так как у этого уровня нет двух соседних уровней.

Общее число поворотных точек в нашем примере равно *р* = 10.

Рассчитаем значение *q*:

.

Функция *int* означает, что от полученного значения берется только целая часть. При *N* = 16

.

Если количество поворотных точек *р* больше *q*, то условие случайности уровней выполнено. В нашем случае *р* = 10, *q* = 6, значит условие случайности уровней ряда остатков выполнено.

***Проверка независимости уровней ряда остатков (отсутствия автокорреляции)***. Проверку проводим двумя методами:

1. по *d*-критерию Дарбина-Уотсона;
2. по первому коэффициенту автокорреляции *r*(1).

1) .

*Примечание*. В случае если полученное значение больше 2, значит, имеет место отрицательная автокорреляция. В таком случае величину *d* уточняют, вычитая полученное значение из 4. Находим уточненное значение *d`=*4-2,47=1,53

Полученное (или уточненное) значение *d* сравнивают с табличными значениями *d1* и *d2*. Для нашего случая *d1* =1,08, а *d2*=1,36.

Если 0<*d*<*d1*, то уровни автокоррелированы, то есть, зависимы, модель неадекватна.

Если *d1*<*d*<*d2*, то критерий Дарбина-Уотсона не дает ответа на вопрос о независимости уровней ряда остатков. В таком случае необходимо воспользоваться другими критериями (например, проверить независимость уровней по первому коэффициенту автокорреляции).

Если *d2*<*d*<2 , то уровни ряда остатков являются независимыми.

В нашем случае *d2*<*d`*<2 , следовательно уровни ряда остатков являются независимыми.

2) 

Если модуль рассчитанного значения первого коэффициента автокорреляции меньше критического значения | *r*(1) | < *r*та6, то уровни ряда остатков независимы. Для нашей задачи критический уровень *r*та6 = 0,32. Имеем: | *r*(1) | = 0,26 < *r*таб = 0,32 - значит уровни независимы.

***Проверка соответствия ряда остатков нормальному распределению определяем по RS-критерию***. Рассчитаем значение *RS*:

,

где *Еmax* - максимальное значение уровней ряда остатков *E(t)*;

*Emin* - минимальное значение уровней ряда остатков *E(t)* (гр. 2 табл. 5):

*S* - среднее квадратическое отклонение.

*Еmax*=2,12, *Emin*=-0,97, *Еmax*-*Emin*= 2,12 - (-0,97) = 3,09;





Полученное значение *RS* сравнивают с табличными значениями, которые зависят от количества точек *N* и уровня значимости. Для *N*=16 и 5%-го уровня значимости значение *RS* для нормального распределения должно находиться в интервале от 3,00 до 4,21.

Так как 3,00 < 4,02 < 4,21, полученное значение *RS* попало в заданный интервал. Значит, уровни ряда остатков подчиняются нормальному распределению.

#### Расчет прогнозных значений экономического показателя

Составим прогноз на четыре квартала вперед (т.е. на 1 год, с *t*=17 по *t*=20). Максимальное значение *t*, для которого могут быть рассчитаны коэффициенты *a(t)*, *b(t)* определяется количеством исходных данных и равно 16. Рассчитав значения *а*(16) и *b*(16) (см. табл. 4), по формуле 1 можно определить прогнозные значения экономического показателя *Yp(t)*. Для *t*=17 имеем:



Аналогично находим Yp(18), Yp(19), Yp(20):







Ha нижеприведенном рисунке проводится сопоставление фактических и расчетных данных. Здесь же показаны прогнозные значения цены акции на 1 год вперед. Из рисунка видно, что расчетные данные хорошо согласуются с фактическими, что говорит об удовлетворительном качестве прогноза.



Рис. Сопоставление расчетных и фактических данных

##### Задание 2

Даны цены (открытия, максимальная, минимальная и закрытия) за 10 дней. Интервал сглаживания принять равным пяти дням. Рассчитать:

* экспоненциальную скользящую среднюю;
* момент;
* скорость изменения цен;
* индекс относительной силы;
* %*R*, %*К* и %*D*.

Расчеты проводить для дней, для которых эти расчеты можно выполнить на основании имеющихся данных.

###### Таблица 6

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Дни | Цены | | |
| макс. | мин. | закр. |
| 1 | 998 | 970 | 982 |
| 2 | 970 | 922 | 922 |
| 3 | 950 | 884 | 902 |
| 4 | 880 | 823 | 846 |
| 5 | 920 | 842 | 856 |
| 6 | 889 | 840 | 881 |
| 7 | 930 | 865 | 870 |
| 8 | 890 | 847 | 852 |
| 9 | 866 | 800 | 802 |
| 10 | 815 | 680 | 699 |

**Решение.**

***Экспоненциальная скользящая средняя (ЕМА).*** При расчете *ЕМА* учитываются все цены предшествующего периода, а не только того отрезка, который соответствует интервалу сглаживания. Однако последним значениям цены придается большее значение, чем предшествующим. Расчеты проводятся по формуле:

,

где *k*=2/(*n*+1), *n* – интервал сглаживания;

*Ct* – цена закрытия *t*-го дня;

*ЕМАt* – значения *ЕМА* текущего дня *t*.

Составим таблицу рассчитанных значений *ЕМА*:

###### Таблица 7

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *t* | Цена закрытия,  *Ct* | *EMA*t |
| 1 | 982 | - |
| 2 | 922 | - |
| 3 | 902 | - |
| 4 | 846 | - |
| 5 | 856 |  |
| 6 | 881 |  |
| 7 | 870 |  |
| 8 | 852 | 874,9926 |
| 9 | 802 | 850,6617 |
| 10 | 699 | 800,1078 |

Приведем алгоритм расчета.

1. Выбрать интервал сглаживания *n* (в нашем случае *n* = 5).
2. Вычислить коэффициент *k* (*k*= 2/(*n* + 1) = 2/(5 + 1) = 1/3).
3. Вычислить МА для первых 5 дней. Для этого сложим цены закрытия за первые 5 дней. Сумму разделим на 5 и запишем в графу ЕМАt за 5-ый день.
4. Перейти на одну строку вниз по графе ЕМАt. Умножить на *k* данные по конечной цене текущей строки.
5. Данные по ЕМАt за предыдущий день взять из предыдущей строки и умножить на (1- *k*).
6. Сложить результаты, полученные на предыдущих двух шагах. Полученное значение ЕМАt записать в графу текущей строки.
7. Повторить шаги 4, 5 и 6 до конца таблицы.

Построим график ЕМАt.



***Момент (МОМ).*** Момент рассчитывается как разница конечной цены текущего дня *Ct* и цены *n* дней тому назад *Ct-n*.

,

где *Ct* – цена закрытия *t*-го дня;

*МОМt* – значения *МОМ* текущего дня *t.*

Составим таблицу рассчитанных значений *МОМ*:

###### Таблица 8

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *t* | Цена закрытия,  *Ct* | *МОМ*t |
| 1 | 982 | - |
| 2 | 922 | - |
| 3 | 902 | - |
| 4 | 846 | - |
| 5 | 856 | 856-982 = -126 |
| 6 | 881 | 881-922 = -41 |
| 7 | 870 | 870-902 = -32 |
| 8 | 852 | 852-846 = 6 |
| 9 | 802 | 802-856 = -54 |
| 10 | 699 | 699-881 = -182 |

Построим график *МОМt*.



Положительные значения МОМ свидетельствуют об относительном росте цен, отрицательные – о снижении. Движение графика момента вверх из зоны отрицательных значений является слабым сигналом покупки до пересечения с нулевой линией. График момента пересекает нулевую линию в районе 7-8-го дня, а затем снова снижатся.

***Скорость изменения цен***. Похожий индикатор, показывающий скорость изменения цен (*ROC*), рассчитывается как отношение конечной цены текущего дня к цене *n* дней тому назад, выраженное в процентах.

,

где *Ct* – цена закрытия *t*-го дня;

*RОCt* – значения *RОC* текущего дня *t.*

Составим таблицу рассчитанных значений *RОC*:

###### Таблица 9

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *t* | Цена закрытия,  *Ct* | *RОC*t,  % |
| 1 | 982 | - |
| 2 | 922 | - |
| 3 | 902 | - |
| 4 | 846 | - |
| 5 | 856 | 856 / 982·100 = 87,17 |
| 6 | 881 | 881 / 922·100 = 95,55 |
| 7 | 870 | 870 / 902·100 = 96,45 |
| 8 | 852 | 852 / 846·100 = 100,71 |
| 9 | 802 | 802 / 856·100 = 93,69 |
| 10 | 699 | 699 / 881·100 = 79,34 |

Построим график *RОCt*.



ROC является отражением скорости изменения цены, а также указывает направление этого изменения. Графическое отображение и правила работы ничем не отличаются от момента. В качестве нулевой линии используется уровень 100%. Этот индикатор также показал сигнал к покупке в районе 7-8-го дня.

***Индекс относительной силы (RSI).*** Наиболее значимым осциллятором, расчет которого предусмотрен во всех компьютерных программах технического анализа, является индекс относительной силы.

Для расчета применяют формулу:

,

где *AU* – сумма приростов конечных цен за n последних дней;

*AD* – сумма убыли конечных цен за n последних дней.

Рассчитывается RSI следующим образом (таблица 10).

1. Выбираем интервал *n* (в нашем случае *n*=5).
2. Начиная со 2-го дня до конца таблицы, выполняем следующую процедуру. Вычитаем из конечной цены текущего дня конечную цену предыдущего дня. Если разность больше нуля, то ее записываем в графу «Повышение цены». Иначе абсолютное значение разности записываем в графу «Понижение цены».
3. С 6-го дня и до конца таблицы заполняем графы «Суммы повышений» и «Суммы понижений». Для этого складывают значения из графы «Повышение цены» за последние 5 дней (включая текущий) и полученную сумму записываем в графу «Суммы повышений» (величина AU в формуле). Аналогично находят сумму убыли конечных цен по данным графы «Понижение цены» и записываем в графу «Суммы понижений» (величина AD в формуле).
4. Зная AU и AD, по формуле рассчитываем значение RSI и записываем в графу RSI.

###### Таблица 10

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *t* | Цена закрытия,  *Ct* | Повышение цены | Понижение цены | Сумма повышений | Сумма понижений | RSI |
| 1 | 982 |  |  |  |  |  |
| 2 | 922 |  | 17 |  |  |  |
| 3 | 902 |  |  |  |  |  |
| 4 | 846 |  | 67 |  |  |  |
| 5 | 856 |  | 26 |  |  |  |
| 6 | 881 | 36 |  | 36 | 110 | 24,66 |
| 7 | 870 |  | 22 | 36 | 115 | 23,84 |
| 8 | 852 | 1 |  | 37 | 115 | 24,34 |
| 9 | 802 | 38 |  | 75 | 48 | 60,98 |
| 10 | 699 | 57 |  | 132 | 22 | 85,71 |

Построим график *RSI*.



Зоны перепроданности располагаются обычно ниже 25-20, а перекупленности – выше 75-80%. Как видно из рисунка, индекс относительной силы вышел из зоны, ограниченной линией 25%, на 7-8 день (сигнал к покупке).

***Стохастические линии.*** Если МОМ, ROC и RSI используют только цены закрытия, то стохастические линии строятся с использованием более полной информации. При их расчете используются также максимальные и минимальные цены. Как правило, применяются следующие стохастические линии: *%R*, *%К* и *%D*.

,

где *%Кt* – значение индекса текущего дня *t*;

*Ct* – цена закрытия *t*-го дня;

*L5* и *H5* – минимальная и максимальная цены за 5 предшествующих дней, включая текущий (в качестве интервала может быть выбрано и другое число дней).

Похожая формула используется для расчета *%R*:

,

где *%Rt* – значение индекса текущего дня *t*;

*Ct* – цена закрытия *t*-го дня;

*L5* и *H5* – минимальная и максимальная цены за 5 предшествующих дней, включая текущий.

Индекс *%D* рассчитывается аналогично индексу *%К*, с той лишь разницей, что при его построении величины (*Ct* - *L5*) и (*H5* - *L5*) сглаживают, беря их трехдневную сумму.



Ввиду того что %D имеет большой статистический разброс, строят еще ее трехдневную скользящую среднюю – медленное %D.

Составим таблицу 11 для нахождения всех стохастических линий.

1. В графах 1-4 приведены дни по порядку и соответствующие им цены (максимальная, минимальная и конечная).
2. Начиная с 5-го дня в графах 5 и 6 записываем максимальную и минимальную цены за предшествующие 5 дней, включая текущий.
3. В графе 7 записываем (*Ct* - *L5*) – разность между данными графы 4 и графы 6.
4. Графу 8 составляют значения разности между данными графы 5 и графы 4, т.е. результат разности (*H5* - *Ct*).
5. Размах цен за 5 дней (*H5* - *L5*) – разность между данными графы 5 и графы 6 записываем в графу 9.
6. Рассчитанные по формуле значения %K заносим в графу 10.
7. В графу 11 заносим значения %R, рассчитанные по формуле.
8. Шаги 2-7 повторяем для 6-й, 7-й строки и т.д. до конца таблицы.
9. Для расчета %D, начиная с 7-й строки, складываем значения *Ct* - *L5* из графы 7 за 3 предыдущих дня, включая текущий (t=5, 6 и 7), и записываем в графе 12. Аналогично значения размаха (*H5* - *L5*) из графы 9 складываем за 3 предшествующих дня и заносим в графу 13.
10. По формуле, используя данные граф 12 и 13, рассчитываем %D и записываем в графу 14.
11. Шаги 9 и 10 повторяем для 8-й, 9-й и 10-й строк.
12. Медленное %D находим как скользящую среднюю от %D (данные берем из графы 14) с интервалом сглаживания, равным трем. Результат записываем в графу 15.

Таблица 11

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *t* | макс.  Нt | мин.  Lt | закр.  Ct | мак. за 5 дн.  Н5 | мин. за 5 дн.  L5 | *Ct* - *L5* | *H5* - *Ct* | *H5* - *L5* | %*Кt* | %*Rt* | сумма за 3 дн. *Ct* - *L5* | сумма за 3 дн. *H5* – *L5* | %*Dt* | медленное%*Dt* |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 1 | 998 | 970 | 982 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2 | 970 | 922 | 922 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 | 950 | 884 | 902 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 | 88 | 823 | 846 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 5 | 920 | 842 | 856 | 998 | 823 | 33 | 142 | 175 | 18,86 | 81,14 |  |  |  |  |
| 6 | 889 | 840 | 881 | 970 | 823 | 58 | 89 | 147 | 39,46 | 60,54 |  |  |  |  |
| 7 | 930 | 865 | 870 | 950 | 823 | 47 | 80 | 127 | 37,01 | 62,99 | 138 | 449 | 30,73 |  |
| 8 | 890 | 847 | 852 | 930 | 823 | 29 | 78 | 107 | 27,10 | 72,90 | 134 | 381 | 35,17 |  |
| 9 | 866 | 800 | 802 | 930 | 800 | 2 | 128 | 130 | 1,54 | 98,46 | 78 | 364 | 21,43 | 29,11 |
| 10 | 815 | 680 | 699 | 930 | 680 | 19 | 231 | 250 | 7,60 | 92,40 | 50 | 487 | 10,27 | 22,29 |

Построим стохастические линии:



Смысл индексов %*К* и %*R* состоит в том, что при росте цен цена закрытия бывает ближе к максимальной, а при падении цен наоборот – ближе к минимальной. Индексы %*R* и %*К* проверяют, куда больше тяготеет цена закрытия.

##### Задание 3

**3.1.** Банк выдал ссуду, размером 500 000 руб. Дата выдачи ссуды – 21.01.02, возврата – 11.03.02. Дата выдачи и день возврата считать за один день. Проценты рассчитываются по простой процентной ставке 10% годовых. Найти:

3.1.1) точные проценты с точным числом дней ссуды;

3.1.2) обыкновенные проценты с точным числом дней ссуды;

3.1.3) обыкновенные проценты с приближенным числом дней ссуды.

Решение

Используем формулы ; :

3.1.1) , ,  руб.

3.1.2) , ,  руб.

3.1.3) , ,  руб.

**3.2.** Через 180 дней после подписания договора должник уплатит 500 000 руб. Кредит выдан под 10% годовых (проценты обыкновенные). Какова первоначальная сумма и дисконт?

Решение

Используем формулу:

 руб.

Дробь в правой части равенства при величине *S* называется *дисконтным множителем*. Этот множитель показывает, какую долю составляет первоначальная сумма ссуды в окончательной величине долга. Дисконт суммы *S* равен  руб.

**3.3.** Через 180 дней предприятие должно получить по векселю 500 000 руб. Банк приобрел этот вексель с дисконтом. Банк учел вексель по учетной ставке 10% годовых (год равен 360 дням). Определить полученную предприятием сумму и дисконт.

Решение

Используем формулы , .

 руб.

 руб.

**3.4.** В кредитном договоре на сумму 500 000 руб. и сроком на 4 года зафиксирована ставка сложных процентов, равная 10% годовых. Определите наращенную сумму.

Решение

Воспользуемся формулой наращения для сложных процентов:

 руб.

**3.5.** Ссуда, размером 500 000 руб. предоставлена на 4 года. Проценты сложные, ставка – 10% годовых. Проценты начисляются 2 раза в год. Вычислить наращенную сумму.

Решение

Начисление процентов два раза в год, т.е. m=2. Всего имеется N = 4·2 =8 периодов начислений. По формуле начислений процентов по номинальной ставке: находим:

 руб.

**3.6.** Вычислить эффективную ставку процента, если банк начисляет проценты 2 раза в год, исходя из номинальной ставки 10% годовых.

Решение

По формуле  находим:

, т.е. 10,25%.

**3.7.** Определить какой должна быть номинальная ставка при начислении процентов 2 раза в год, чтобы обеспечить эффективную ставку 10% годовых.

Решение

По формуле  находим:

, т.е. 9,76%

**3.8.** Через 4 года предприятию будет выплачена сумма 500 000 руб. Определить ее современную стоимость при условии, что применяется сложная процентная ставка 10% годовых.

Решение

По формуле  находим:

 руб.

**3.9.** Через 4 года по векселю должна быть выплачена сумма 500 000 руб. Банк учел вексель по сложной учетной ставке 10% годовых. Определить дисконт.

Решение

Дисконтирование по сложной учетной ставке осуществляется по формуле:

 руб.

Дисконт суммы *S* равен:

 руб.

**3.10.** В течение 4 лет на расчетный счет в конце каждого года поступает по 500 000 руб., на которые 2 раза в год начисляются проценты по сложной годовой ставке 10%. Определить сумму на расчетном счете к концу указанного срока.

Решение

По формуле  находим:

 руб.