Московский Государственный Университет

экономики, статистики и информатики

# Экономико-правовой факультет

#### КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

Дисциплина: АХД

# Математические методы в экономическом анализе

Выполнила

Студентка гр.ВФ-3

Тимонина Т.С.

Москва

2001

### Содержание

Математическое моделирование 4

Сущность экономического анализа 5

Математические методы в экономическом анализе 7

Теория массового обслуживания 11

Задача планирования работы предприятия 11

Задача надежности изделий 12

Задача распределения ресурсов 12

Задача ценообразования 13

Теория сетевого планирования 13

Этапы экономико-математического моделирования 13

Использованная литература 17

# Математическое моделирование

Одним из видов формализованного знакового моделирования является математического моделирование, осуществляемое средствами языка математики и логики. Для изучения какого-либо класса явлений внешнего мира строится его математическая модель, т.е. приближенное описание этого класса явлений, выраженное с помощью математической символики.

Сам процесс математического моделирования можно подразделить на четыре основных этапа:

**I этап:** Формулирование законов, связывающих основные объекты модели, т.е. запись в виде математических терминов сформулированных качественных представлений о связях между объектами модели.

**II этап:** Исследование математических задач, к которым приводят математические модели. Основной вопрос - решение прямой задачи, т.е. получение в результате анализа модели выходных данных (теоретических следствий) для дальнейшего их сопоставления с результатами наблюдений изучаемых явлений.

**III этап:** Корректировка принятой гипотетической модели согласно критерию практики, т.е. выяснение вопроса о том, согласуются ли результаты наблюдений с теоретическими следствиями модели в пределах точности наблюдений. Если модель была вполне определена - все параметры ее были даны, - то определение уклонений теоретических следствий от наблюдений дает решения прямой задачи с последующей оценкой уклонений. Если уклонения выходят за пределы точности наблюдений, то модель не может быть принята. Часто при построении модели некоторые ее характеристики остаются не определенными. Применение критерия практики к оценке математической модели позволяет делать вывод о правильности положений, лежащих в основе подлежащей изучению (гипотетической) модели.

**IV этап:** Последующий анализ модели в связи с накоплением данных об изученных явлениях и модернизация модели. С появлением ЭВМ метод математического моделирования занял ведущее место среди других методов исследования. Особенно важную роль этот метод играет в современной экономической науке. Изучение и прогнозирование какого-либо экономического явления методом математического моделирования позволяет проектировать новые технические средства, прогнозировать воздействие на данное явление тех или иных факторов, планировать эти явления даже при существовании нестабильной экономической ситуации.

# Сущность экономического анализа

Анализ (разложение, расчленение, разбор) - логический прием, метод исследования, суть которого состоит в том, что изучаемый предмет мысленно расчленяется на составные элементы, каждый из которых затем исследуется в отдельности как часть расчлененного целого, для того чтобы выделенные в ходе анализа элементы соединить с помощью другого логического приема — синтеза — в целое, обогащенное новыми знаниями.

Под **экономическим анализом** понимают прикладную научную дисциплину, представляющую собой систему специальных знаний, позволяющих оценить эффективность деятельности того или иного субъекта рыночной экономики.

**Теория экономического анализа** позволяет рационально обосновать, спрогнозировать на ближайшую перспективу развитее объекта управления и оценить целесообразность принятия управленческого решения.

Основные направления экономического анализа:

• формулирование системы показателей, характеризующих работу анализируемого объекта;

• качественный анализ изучаемого явления (результата);

• количественный анализ этого явления (результата):

• оформление выводов и конкретных рекомендаций, которые следуют из результатов анализа.

Для разработки и принятия управленческого решения важно, что оно является средством решения основной задачи выявления резервов повышения эффективности хозяйственной деятельности в улучшении использования производственных ресурсов, снижении себестоимости, повышении рентабельности и увеличении прибыли, т.е. направлен на конечную цель реализации управленческого решения.

Разработчики теории экономического анализа подчеркивают его **характерные** особенности:

1. Диалектичность подхода к изучению экономических процессов, которым свойственны: переход количества в качество, появление нового качества, отрицание отрицания, борьба противоположностей, отмирание старого и появление нового.

2. Обусловленность экономических явлений причинными связями и взаимозависимостью.

3. Выявление и измерение взаимосвязей и взаимозависимостей показателей базируются на знаниях объективных закономерностей развития производства и обращения товаров.

Экономический анализ, прежде всего, является факторным, т. е. определяющим влияние комплекса экономических факторов на результативный показатель деятельности предприятия.

Влияние различных факторов на экономический показатель функционирования предприятия, фирмы осуществляется с помощью стохастического анализа.

В свою очередь, детерминированный и стохастический анализы обеспечивают:

• установление причинно-следственных или вероятностных связей факторов и результативных показателей;

• выявление экономических закономерностей влияния факторов на функционирование предприятия и выражение их с помощью математических зависимостей;

• возможность построения моделей (в первую очередь, математических) воздействий факторных систем на результативные показатели и исследования с их помощью влияния на конечный результат принимаемого управленческого решения**.**

На практике используются различные виды экономического анализа. Для принимаемых управленческих решений особенно важны анализы: оперативные, текущие, перспективные (по временным отрезкам); частичные и комплексные (по объему); по выявлению резервов, повышению качества и т. п. (по назначению); прогнозный анализ. Прогнозы позволяют экономически обосновывать стратегические, оперативные (функциональные) или тактические управленческие решения**.**

Исторически сложились две группы способов и приемов: традиционные и математические. Рассмотрим подробнее применение математических методов в экономическом анализе.

# Математические методы в экономическом анализе

Использование математических методов в сфере управления - важнейшее направление совершенствования систем управления. Математические методы ускоряют проведение экономического анализа, способствуют более полному учету влияния факторов на результаты деятельности, повышению точности вычислений. Применение математических методов требует:

1. системного подхода к исследованию заданного объекта, учета взаимосвязей и отношений с другими объектами (предприятиями, фирмами);
2. разработки математических моделей, отражающих количественные показатели системной деятельности работников организации, процессов, происходящих в сложных системах, какими являются предприятия;
3. совершенствования системы информационного обеспечения управления предприятием с использованием электронно-вычислительной техники.

Решение задач экономического анализа математическими методами возможно, если они сформулированы математически, т.е. реальные экономические взаимосвязи и зависимости выражены с применением математического анализа. Это вызывает необходимость разработки математических моделей.

В управленческой практике для решения экономических задач прибегают к различным методам. На рисунке 1 приведены основные математические методы, применяемые в экономическом анализе.

Выбранные признаки классификации достаточно условны. Например, в сетевом планировании и управлении используются различные математические методы, а в значение термина "исследование операций" многие авторы вкладывают различное содержание.

**Методы элементарной математики** используются в традиционных экономических расчетах при обосновании потребностей в ресурсах, разработке плана, проектов и т. п.

**Классические методы математического анализа** используются самостоятельно (дифференцирование и интегрирование) и в рамках других методов (математической статистики, математического программирования).

**Статистические методы -** основное средство исследования массовых повторяющихся явлений. Они применяются при возможности представления изменения анализируемых показателей как случайного процесса. Если связь между анализируемыми характеристиками не детерминированная, а стохастическая, то статистические и вероятностные методы становятся практически единственным инструментом исследования. В экономическом анализе наиболее известны методы множественного и парного корреляционного анализа.

Для изучения одновременных статистических совокупностей служат закон распределения, вариационный ряд, выборочный метод. Для многомерных статистических совокупностей применяются корреляции, регрессии, дисперсионный, ковариационный, спектральный, компонентный, факторный виды анализа.

**Экономические методы** базируются на синтезе трех областей знаний: экономики, математики и статистики. Основа эконометрии — экономическая модель, т.е. схематическое представление экономического явления или процессов, отражение их характерных черт с помощью научной абстракции [8]. Наиболее распространен метод анализа экономики "затраты — выпуск". Метод представляет матричные (балансовые) модели, построенные по шахматной схеме и наглядно иллюстрирующие взаимосвязь затрат и результатов производства.

**Методы математического программирования —** основное средство решения задач оптимизации производственно -хозяйственной деятельности. По сути, методы — средства плановых расчетов, и они позволяют оценивать напряженность плановых заданий, дефицитность результатов, определять лимитирующие виды сырья, группы оборудования.

**Под исследованием операций** понимаются разработки методов целенаправленных действий (операций), количественная оценка решений и выбор наилучшего из них. Цель исследования операций сочетание структурных взаимосвязанных элементов системы, в наибольшей степени обеспечивающее лучший экономический показатель.

**Теория игр** как раздел исследования операций представляет собой теорию математических моделей принятия оптимальных решений в условиях неопределенности или конфликта нескольких сторон, имеющих различные интересы.

|  |
| --- |
| Методы элементарной математики |

|  |
| --- |
| Классические методы математического анализа |

|  |
| --- |
| Методы математической статистики |

|  |
| --- |
| Эконометрические методы |

|  |
| --- |
| Методы математического программирования |

|  |
| --- |
| Методы исследования операций |

|  |
| --- |
| Методы экономической кибернетики |

|  |
| --- |
| Метод теории оптимальных процессов |

|  |
| --- |
| Эвристические методы |

|  |
| --- |
| Дифференциальное, интегральное, вариационное исчисление |

|  |
| --- |
| Методы изучения одномерных (многомерных) статистических совокупностей |

|  |
| --- |
| Производственные функции |

|  |
| --- |
| Методы «затраты-выпуск» (межотраслевой баланс) |

|  |
| --- |
| Национальное счетоводство |

|  |
| --- |
| Линейное программирование |

|  |
| --- |
| Блочное программирование |

|  |
| --- |
| Динамическое программирование |

|  |
| --- |
| Нелинейное программирование(целочисленное, квадратичное, параметрическое и т.д.) |

|  |
| --- |
| Методы решения линейных программ |

|  |
| --- |
| Управление запасами, износ и замена оборудования |

|  |
| --- |
| Теория игр, теория расписаний, теория массового обслуживания |

|  |
| --- |
| Методы сетевого планирования |

|  |
| --- |
| Системный анализ |

|  |
| --- |
| Методы имитации |

|  |
| --- |
| Методы моделирования |

|  |
| --- |
| Методы обучения, деловые игры |

|  |
| --- |
| Методы распознавания образов |

|  |
| --- |
| Математические методы, используемые в экономическом анализе |

|  |
| --- |
| Максимум Понтрягина для управления технико-экономическими процессами и ресурсами |

Рис. 1. Классификация основных математических методов, применяемых в экономическом анализе.

*Теория массового обслуживания на основе теории вероятности* исследует математические методы количественной оценки процессов массового обслуживания. Особенность всех задач, связанных с массовым обслуживанием, — случайный характер исследуемых явлений. Количество требований на обслуживание и временные интервалы между их поступлениями имеют случайный характер, однако в совокупности подчиняются статистическим закономерностям, количественное изучение которых и есть предмет теории массового обслуживания.

**Экономическая кибернетика** анализирует экономические явления и процессы как сложные системы с точки зрения законов управления и движения в них информации. Методы моделирования и системного анализа наиболее разработаны именно в этой области.

Применение математических методов в экономическом анализе базируется на методологии экономико-математического моделирования хозяйственных процессов и научно обоснованной классификации методов и задач анализа. Все экономико-математические методы (задачи) подразделяются на две группы: *оптимизационные* решения по заданному критерию и *неоптимизационные* (решения без критерия оптимальности).

По признаку получения точного решения все математические методы делятся на *точные* (по критерию или без него получают единственное решение) и *приближенные* (на основе стохастической информации).

К оптимальным точным можно отнести методы теории оптимальных процессов, некоторые методы математического программирования и методы исследования операций, к оптимизационным приближенным - часть методов математического программирования, исследования операций, экономической кибернетики, эвристические.

К неоптимизационным точным принадлежат методы элементарной математики и классические методы математического анализа, экономические методы, к неоптимизационным приближенным — метод статистических испытаний и другие методы математической статистики.

Особенно часто применяются математические модели очередей и управления запасами. Например, теория очередей опирается на разработанную учеными А.Н. Колмогоровым и А.Л. Ханчиным теорию массового обслуживания.

## Теория массового обслуживания

Данная теория позволяет изучать системы, предназначенные для обслуживания массового потока требований случайного характера. Случайными могут быть как моменты появления требований, так и затраты времени на их обслуживание. Целью методов теории является отыскание разумной организации обслуживания, обеспечивающей заданное его качество, определение оптимальных (с точки зрения принятого критерия) норм дежурного обслуживания, надобность в котором возникает непланомерно, нерегулярно.

С использованием метода математического моделирования можно определить, например, оптимальное количество автоматически действующих машин, которое может обслуживаться одним рабочим или бригадой рабочих и т.п.

Типичным примером объектов теории массового обслуживания могут служить автоматические телефонные станции - АТС. На АТС случайным образом поступают “требования” - вызовы абонентов, а “обслуживание” состоит в соединении абонентов с другими абонентами, поддержание связи во время разговора и т.д. Задачи теории, сформулированные математически, обычно сводятся к изучению специального типа случайных процессов.

Исходя их данных вероятностных характеристик поступающего потока вызовов и продолжительности обслуживания и учитывая схему системы обслуживания, теория определяет соответствующие характеристики качества обслуживания (вероятность отказа, среднее время ожидания начала обслуживания т.п.).

Математическими моделями многочисленных задач технико-экономического содержания являются также задачи линейного программирования. Линейное программирование - это дисциплина, посвященная теории и методам решения задач об экстремумах линейных функций на множествах, задаваемых системами линейных равенств и неравенств.

## Задача планирования работы предприятия

Для производства однородных изделий необходимо затратить различные производственные факторы - сырье, рабочую силу, станочный парк, топливо, транспорт и т.д. Обычно имеется несколько отработанных технологических способов производства, причем в этих способах затраты производственных факторов в единицу времени для выпуска изделий различны.

Количество израсходованных производственных факторов и количество изготовляемых изделий зависит от того, сколько времени предприятие будет работать по тому или иному технологическому способу.

Ставится задача рационального распределения времени работы предприятия по различным технологическим способам, т.е. такого, при котором будет произведено максимальное количество изделий при заданных ограниченных затратах каждого производственного фактора.

На основе метода математического моделирования в операционных исследованиях решаются также многие важные задачи, требующие специфических методов решения. К их числу относятся:

* Задача надежности изделий.
* Задача замены оборудования.
* Теория расписаний (так называемая теория календарного планирования).
* Задача распределения ресурсов.
* Задача ценообразования.
* Теория сетевого планирования.

## Задача надежности изделий

Надежность изделий определяется совокупностью показателей. Для каждого из типов изделий существуют рекомендации по выбору показателей надежности.

Для оценки изделий, которые могут находиться в двух возможных состояниях - работоспособном и отказовом, применяются следующие показатели: среднее время работы до возникновения отказа (наработка до первого отказа), наработка на отказ, интенсивность отказов, параметр потока отказов, среднее время восстановления работоспособного состояния, вероятность безотказной работы за время t, коэффициент готовности.

## Задача распределения ресурсов

Вопрос распределения ресурсов является одним из основных в процессе управления производством. Для решения этого вопроса в операционных исследованиях пользуются построением линейной статистической модели.

## Задача ценообразования

Для предприятия вопрос образования цены на продукцию играет немаловажную роль. От того, как проводится ценообразование на предприятии, зависит его прибыль. Кроме того, в существующих сейчас условиях рыночной экономики цена стала существенным фактором в конкурентной борьбе.

## Теория сетевого планирования

Сетевое планирование и управление, является системой планирования управления разработкой крупных хозяйственных комплексов, конструкторской и технологической подготовкой производства новых видов товаров, строительством и реконструкцией, капитальным ремонтом основных фондов путем применения сетевых графиков.

Сущность сетевого планирования и управления состоит в составлении математической модели управляемого объекта в виде сетевого графика или модели находящейся в памяти компьютера, в которых отражается взаимосвязь и длительность определенного комплекса работ. Сетевой график после его оптимизации средствами прикладной математики и вычислительной техники используется для оперативного управления работами.

Решение экономических задач с помощью метода математического моделирования позволяет осуществлять эффективное управление как отдельными производственными процессами на уровне прогнозирования и планирования экономических ситуаций и принятия на основе этого управленческих решений, так и всей экономикой в целом. Следовательно, математическое моделирование как метод тесно соприкасается с теорией принятия решений в менеджменте.

# Этапы экономико-математического моделирования

Основные этапы процесса моделирования уже рассматривались выше. В различных отраслях знаний, в том числе и в экономике, они приобретают свои специфические черты. Проанализируем последовательность и содержание этапов одного цикла экономико-математического моделирования.

**1.** **Постановка экономической проблемы и ее качественный анализ.** Главное здесь - четко сформулировать сущность проблемы, принимаемые допущения и те вопросы, на которые требуется получить ответы. Этот этап включает выделение важнейших черт и свойств моделируемого объекта и абстрагирование от второстепенных; изучение структуры объекта и основных зависимостей, связывающих его элементы; формулирование гипотез, объясняющих поведение и развитие объекта.

**2. Построение математической модели**. Это - этап формализации экономической проблемы, выражения ее в виде конкретных математических зависимостей и отношений (функций, уравнений, неравенств и т.д.). Обычно сначала определяется основная конструкция (тип) математической модели, а затем уточняются детали этой конструкции (конкретный перечень переменных и параметров, форма связей). Таким образом, построение модели подразделяется в свою очередь на несколько стадий.

Неправильно полагать, что чем больше фактов учитывает модель, тем она лучше "работает" и дает лучшие результаты. То же можно сказать о таких характеристиках сложности модели, как используемые формы математических зависимостей (линейные и нелинейные), учет факторов случайности и неопределенности и т.д. Излишняя сложность и громоздкость модели затрудняют процесс исследования. Нужно учитывать не только реальные возможности информационного и математического обеспечения, но и сопоставлять затраты на моделирование с получаемым эффектом (при возрастании сложности модели прирост затрат может превысить прирост эффекта).

Одна из важных особенностей математических моделей - потенциальная возможность их использования для решения разнокачественных проблем. Поэтому, даже сталкиваясь с новой экономической задачей, не нужно стремиться "изобретать" модель; вначале необходимо попытаться применить для решения этой задачи уже известные модели.

В процессе построения модели осуществляется взаимосопоставление двух систем научных знаний - экономических и математических. Естественно стремиться к тому, чтобы получить модель, принадлежащую хорошо изученному классу математических задач. Часто это удается сделать путем некоторого упрощения исходных предпосылок модели, не искажающих существенных черт моделируемого объекта. Однако возможна и такая ситуация, когда формализация экономической проблемы приводит к неизвестной ранее математической структуре. Потребности экономической науки и практики в середине ХХ в. способствовали развитию математического программирования, теории игр, функционального анализа, вычислительной математики. Вполне вероятно, что в будущем развитие экономической науки станет важным стимулом для создания новых разделов математики.

**3. Математический анализ модели.** Целью этого этапа является выяснение общих свойств модели. Здесь применяются чисто математические приемы исследования. Наиболее важный момент - доказательство существования решений в сформулированной модели (теорема существования). Если удастся доказать, что математическая задача не имеет решения, то необходимость в последующей работе по первоначальному варианту модели отпадает; следует скорректировать либо постановку экономической задачи, либо способы ее математической формализации. При аналитическом исследовании модели выясняются такие вопросы, как, например, единственно ли решение, какие переменные (неизвестные) могут входить в решение, каковы будут соотношения между ними, в каких пределах и в зависимости от каких исходных условий они изменяются, каковы тенденции их изменения и т.д. Аналитической исследование модели по сравнению с эмпирическим (численным) имеет то преимущество, что получаемые выводы сохраняют свою силу при различных конкретных значениях внешних и внутренних параметров модели.

Знание общих свойств модели имеет столь важное значение, часто ради доказательства подобных свойств исследователи сознательно идут на идеализацию первоначальной модели. И все же модели сложных экономических объектов с большим трудом поддаются аналитическому исследованию. В тех случаях, когда аналитическими методами не удается выяснить общих свойств модели, а упрощения модели приводят к недопустимым результатам, переходят к численным методам исследования.

**4. Подготовка исходной информации.** Моделирование предъявляет жесткие требования к системе информации. В то же время реальные возможности получения информации ограничивают выбор моделей, предназначаемых для практического использования. При этом принимается во внимание не только принципиальная возможность подготовки информации (за определенные сроки), но и затраты на подготовку соответствующих информационных массивов. Эти затраты не должны превышать эффект от использования дополнительной информации.

В процессе подготовки информации широко используются методы теории вероятностей, теоретической и математической статистики. При системном экономико-математическом моделировании исходная информация, используемая в одних моделях, является результатом функционирования других моделей.

**5. Численное решение.** Этот этап включает разработку алгоритмов для численного решения задачи, составления программ на ЭВМ и непосредственное проведение расчетов. Трудности этого этапа обусловлены, прежде всего, большой размерностью экономических задач, необходимостью обработки значительных массивов информации.

Обычно расчеты по экономико-математической модели носят многовариантный характер. Благодаря высокому быстродействию современных компьютеров удается проводить многочисленные "модельные" эксперименты, изучая "поведение" модели при различных изменениях некоторых условий. Исследование, проводимое численными методами, может существенно дополнить результаты аналитического исследования, а для многих моделей оно является единственно осуществимым. Класс экономических задач, которые можно решать численными методами, значительно шире, чем класс задач, доступных аналитическому исследованию.

**6. Анализ численных результатов и их применение.** На этом заключительном этапе цикла встает вопрос о правильности и полноте результатов моделирования, о степени практической применимости последних.

Математические методы проверки могут выявлять некорректные построения модели и тем самым сужать класс потенциально правильных моделей. Неформальный анализ теоретических выводов и численных результатов, получаемых посредством модели, сопоставление их с имеющимися знаниями и фактами действительности также позволяют обнаруживать недостатки постановки экономической задачи, сконструированной математической модели, ее информационного и математического обеспечения.

# Использованная литература

1. Егорова Н.Е., Смулов А.М. Предприятия и банки: Взаимодействие, экономический анализ, моделирование: Учебно-практическое пособие. М.: 2002 г.
2. Кивачук В.С. Оздоровление предприятия: экономический анализ. Издательства: Издательство деловой и учебной литературы, «Амалфея». М.: 2002 г.
3. Монахов А.В. Математические методы анализа экономики. СПб.: Издательство «Питер», серия «Краткий курс», 2002 г.
4. Пинегина М.В. Математические методы и модели в экономике. М.: Издательство «Экзамен», 2002 г.
5. Пястолов С.М. Экономический анализ деятельности предприятий: Учебное пособие для вузов Серия: «Gaudeamus». М.: 2002 г.
6. Шикин Е.В., Чхартишвили А.Г. Математические методы и модели в управлении. М.: Издательство «Дело», серия «Наука управления», 2000 г.