**Министерство образования РФ**

**Волгоградский государственный технический университет**

**Контрольная работа**

**Методы одномерной оптимизации**

**Выполнил:**

**Группа АУЗ-362**

**Проверил:**

**Яновский Т.А.**

**Волгоград 2011**

**Метод установления границ начального отрезка локализации минимума**

Представляет собой процедуру эвристического типа, предваряющую использование метода одномерного поиска, которому требуется начальный отрезок локализации минимума.

Алгоритм Свенна.

Шаг 1. Выбрать произвольную начальную точку и – начальный положительный шаг.



Шаг 2. Вычислить



Шаг 3. Сравнить :



а) если то, согласно предположению об унимодальности функции, точка минимума должна лежать правее, чем точка . Положить , , k=2 и перейти на шаг 5.



б) если , то вычислить .



Шаг 4. Сравнить :



а) если , то точка минимума лежит между точками и , которые и образуют границы начального отрезка локализации минимума. Положить и завершить поиск.



б) если то, согласно предположению об унимодальности функции, точка минимума должна лежать левее, чем точка . Положить , k=2 и перейти на шаг 5.



Шаг 5. Вычислить .



Шаг 6. Сравнить :



а) если , то



при положить



при положить



и завершить поиск.

б) если , то



при положить



при положить



положить k=k+1 и перейти на шаг 5.

**Метод золотого сечения**

Необходимо задать начальный отрезок локализации минимума и число , характеризующее желаемую точность вычисления *x\**.



Шаг 1. Вычислить .



Шаг 2. Найти пробные точки и .



Шаг 3. Вычислить значения функции в пробных точках и .



Шаг 4. Сравнить и :



а) если , то положить .



б) если , положить .



Шаг 5. Вычислить . Если , то положить и закончить поиск, иначе перейти к шагу 3.



**Замечание:** Данный алгоритм является несколько более медленно сходящимся по сравнению с алгоритмом, точно соответствующим методу “золотого сечения”, из-за того, что на каждой итерации он требует двух вычислений функции *f*(*x*) вместо одного. Однако это делает его более точным, так как при оперировании только с одной новой точкой ошибки округления могут привести к потере интервала, содержащего минимум.

Задание.

1.Самостоятельно найти в литературе по “Методам оптимизации” определение унимодальной функции и разобраться с его смыслом. Это важно, так как вычислительный процесс в любом методе одномерной оптимизации опирается на предположение об унимодальности .



2. Программно реализовать на языке C++ **метод Свенна**

(Программа должна обеспечить вывод на экран

* начальной точки и шага

на каждой итерации метода:

* номера итерации,
* генерируемой методом новой точки x и значения функции в ней;

а на последней итерации

* отрезка [a, b] локализации минимума функции f(x) и его длины, а также числа итераций.

**Метод оценивания точки минимума внутри найденного отрезка локализации минимума**

(Программа должна обеспечить на каждой итерации метода вывод на экран:

* номера итерации,
* границ текущего отрезка [a, b],
* внутренних точек и значений функции в них, а затем
* финальной оценки x\* точки минимума функции f(x)
* соответствующего точке x\* значения функции f(x\*)).

3. С помощью программы решить следующие задачи одномерной оптимизации

* f(x) = x2 – 12x. Начальные точки: 1, 3, 0, 10. ∆ = 1, 10
* f(x) = 2x2+(16/x) Начальные точки: 1,6, 2, 1, 0.1, 10. ∆ = 1, 2
* f(x) = (127/4)x2-(61/4)x+2. Начальные точки: 0, 1, 2, -10, 10. ∆= 0,5, 1

4.Составить отчет, содержащий:

* Титульный лист с указанием учебной дисциплины, номера и названия задания, ФИО выполнившего работу студента;
* Полностью текст задания, приведенный несколькими строками выше;
* Определение унимодальности;
* Алгоритмы;
* Текст программы на С++;
* Подробное решение одной из предложенных задач – то, что выводит программа при ее решении на каждой итерации;
* Сводную таблицу результатов решения задач, содержащую информацию о тестовой функции, начальных данных задачи и параметрах программы и результаты решения задачи(оценку точки минимума, значение функции в ней, число итераций).

**Задание№1**

Программно реализовать на языке C++ **метод Свенна**

(Программа должна обеспечить вывод на экран

* начальной точки и шага на каждой итерации метода:
* номера итерации,
* генерируемой методом новой точки x и значения функции в ней; а на последней итерации отрезка [a, b] локализации минимума функции f(x) и его длины, а также числа итераций.

С помощью программы решить следующие задачи одномерной оптимизации

* f(x) = x2 – 12x. Начальные точки: 1, 3, 0, 10. ∆ = 1, 10
* f(x) = 2x2+(16/x) Начальные точки: 1,6, 2, 1, 0.1, 10. ∆ = 1, 2
* f(x) = (127/4)x2-(61/4)x+2. Начальные точки: 0, 1, 2, -10, 10. ∆= 0,5, 1

Текст программы на С++

*#include <iostream.h>*

*#include <conio.h>*

*#include <math.h>*

*#include <iomanip.h>*

*using namespace std;*

*double f(double ) ;*

*int \_tmain(int argc, \_TCHAR\* argv[])*

*{*

*double t,ll,e,l,xk,yk,a,b;*

*double x,delta,xp,x1,x2,k=0,y;*

*int p=0;*

*cout<<"enter x\* ";*

*cin>>x ;*

*cout<<"enter t ";*

*cin>>t;*

*x1=x-t;*

*x2=x+t;*

*if ((f(x-t) >=f(x)) && (f(x+t) >=f(x)))*

*{*

*a=x-t;*

*b=x+t;*

*p=1;*

*};*

*if ((f(x-t) <=f(x)) && (f(x+t) <=f(x)))*

*{*

*p=1;*

*};*

*xp=x;*

*if ((f(x-t) >f(x)) && (f(x) >f(x+t)))*

*{*

*delta=t;*

*a=x ;*

*x=x+t;*

*}*

*if ((f(x-t) < f(x)) && (f(x) < f(x+t)))*

*{*

*delta=-t;*

*b=x ;*

*x=x-t;*

*}*

*while ((p!=1))*

*{*

*if ((f(x)< f(xp)) && (delta\*t >0))*

*a=xp;*

*if ((f(x)< f(xp)) && (delta\*t <0))*

*b=xp;*

*if ((f(x)> f(xp)) && (delta\*t >0))*

*{*

*b=x;*

*p=1;*

*};*

*if ((f(x)> f(xp)) && (delta\*t<0))*

*{*

*a=x;*

*p=1;*

*};*

*k++;*

*cout<< " Номер итерации "<<k<<endl;*

*cout<< " Ганицы отрезка a="<<a<<" b="<<b<<endl;*

*xp=x;*

*x=xp+pow(2.0,k-1)\*delta;*

*}*

*cout << " a= "<<a<< " b= "<< b<<endl; cout<< " Количество итераций= " << k<< endl;*

*system("pause");*

*return 0;*

*}*

*double f(double x)*

*{*

*double y;*

*y=x\*x-12\*x;*

*return (y);*

*}*

**Решение задачи**

Функция f(x) = x2-12x нач. точка x0= 1 шаг 1

Номер итерации 1

Начальная точка 1

X1 = a = 1

F(x) = -11

Номер итерации 2

Начальная точка 1

Шаг 1

X2 = a= 2

F(x) = -20

Номер итерации 3

Начальная точка 2

Шаг 2

X3 = a = 4

F(x) = -32

Номер итерации 4

Начальная точка 4

Шаг 4

X4 = b = 8

F(x) = -32

Отрезок [a;b] =[2;8] Число итераций = 4

Сводная таблица результатов №1

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **f(x) = x2-12x** | | | |
| **Начальная**  **точка** | **Шаг** | **Отрезок** | **Число итераций** |
| 1 | 1 | [2;8] | 4 |
| 1 | 10 | [-9;11] | 3 |
| 3 | 1 | [4;11] | 4 |
| 3 | 10 | [-7;13] | 3 |
| 0 | 1 | [2;16] | 5 |
| 0 | 10 | [0;30] | 3 |
| 10 | 1 | [2;8] | 4 |
| 10 | 10 | [0;20] | 3 |

Сводная таблица результатов №2

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| f(x) = 2x2+(16/x) | | | |
| Начальная  точка | Шаг | Отрезок | Число итераций |
| 1.6 | 1 | [0.6;2.6] | 3 |
| 1.6 | 2 | [-0.4;3.6] | 3 |
| 2 | 1 | [1;3] | 3 |
| 2 | 2 | [0;2] | 3 |
| 0.1 | 1 | [-0.9;2.1] | 3 |
| 0.1 | 2 | [-1.9;4.1] | 3 |
| 10 | 1 | [-5;9] | 4 |
| 10 | 2 | [-4;8] | 3 |

Сводная таблица результатов №3

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| f(x) = (127/4)x2-(61/4)x+2 | | | |
| Начальная  точка | Шаг | Отрезок | Число итераций |
| 0 | 0.5 | [-0.5;0.5] | 2 |
| 0 | 1 | [-1;1] | 2 |
| 1 | 0.5 | [-1;0.5] | 3 |
| 1 | 1 | [-1;1] | 2 |
| 2 | 0.5 | [-2;1] | 4 |
| 2 | 1 | [-2;1] | 3 |
| -10 | 0.5 | [-6;6] | 6 |
| -10 | 1 | [-6;6] | 5 |
| 10 | 0.5 | [-6;6] | 6 |
| 10 | 1 | [-6;6] | 5 |

**Задание №2**

**Найти точки минимума внутри найденного отрезка локализации минимума** **методом золотого сечения.**

(Программа должна обеспечить на каждой итерации метода вывод на экран:

* номера итерации,
* границ текущего отрезка [a, b],
* внутренних точек и значений функции в них,

а затем

* финальной оценки x\* точки минимума функции f(x)
* соответствующего точке x\* значения функции f(x\*)).

Текст программы на С++

*#include <iostream.h>*

*#include <iomanip.h>*

*#include <math.h>*

*#include <conio.h>*

*#include <stdlib.h>*

*double function (double); // вычисляет значение функции в данной точке*

*void main (void)*

*{*

*double a, b, E, F1, F2, LM, x = 0, fc, fd, fx, i = 0, c = 0, d = 0; // Определение переменных*

*clrscr();*

*cout << "Введите границы начального отрезка:" << endl << "a0 = ";*

*cin >> a;*

*cout << "b0 = ";*

*cin >> b;*

*cout << "Введите число Е:" << endl << "E = ";*

*cin >> E;*

*clrscr();*

*cout << "Границы начальнога отрезка:"<< endl <<"а[" << i << "] = " << a << endl;*

*cout << "b[" << i << "] = " << b << endl;*

*cout << "Число Е = " << E << endl;*

*F1 = (3 - sqrt(5))\*0.5;*

*F2 = 1 - F1;*

*do*

*{*

*LM = b - a;*

*cout << endl << "Номер итерации " << i + 1 << endl;*

*cout << "Границы текущего отрезка:" << endl << "а[" << i << "] = " << a << endl;*

*cout << "b[" << i << "] = " << b << endl;*

*if (LM <= E)*

*{*

*x = (a + b)\*0.5;*

*fx = function(x);*

*cout << "Точка минимума x = " << setprecision(10) << x << endl;*

*cout << "Значение функции F(x) в точке минимума = " << setprecision(10) << fx << endl;*

*cout << "Press any key";*

*getch();*

*exit(0);*

*}*

*else*

*{*

*c = a + F1 \* LM;*

*d = a + F2 \* LM;*

*fc = function(c);*

*fd = function(d);*

*cout << "Значение внутренней точки с[" << i << "] = " << setprecision(10) << c << endl;*

*cout << "Значение внутренней точки d[" << i << "] = " << setprecision(10) << d << endl;*

*cout << "Значение функции F(x) в точке с[" << i << "] = " << setprecision(10) << fc << endl;*

*cout << "Значение функции F(x) в точке d[" << i << "] = " << setprecision(10) << fd << endl;*

*}*

*if (fc == fd)*

*{*

*a = c;*

*b = d;*

*x = (a + b)\*0.5;*

*fx = function(x);*

*cout << "Точка минимума x = " << setprecision(10) << x << endl;*

*cout << "Значение функции F(x) в точке минимума = " << setprecision(10) << fx << endl;*

*cout << "Press any key";*

*getch();*

*exit(0);*

*}*

*else*

*{*

*if (fc < fd)*

*{*

*a = a;*

*b = d;*

*i++;*

*}*

*else*

*{*

*a = c;*

*b = b;*

*i++;*

*}*

*}*

*}*

*while (1);*

*}*

*double function (double x)*

*{*

*double y;*

*y = x \* x - 12 \* x;*

*return (y);*

*}*

**Решение задачи**

Функция f(x) = x2-12x

Границы начального отрезка:

а[0] = -9

b[0] = 11

Число Е = 0.1

Номер итерации 1

Границы текущего отрезка:

а[0] = -9

b[0] = 11

Значение внутренней точки с[0] = -1.36

Значение внутренней точки d[0] = 3.36

Значение функции F(x) в точке с[0] = 18.17

Значение функции F(x) в точке d[0] = -29.03

Номер итерации 2

Границы текущего отрезка:

а[1] = -1.36

b[1] = 11

Значение внутренней точки с[1] = 3.36

Значение внутренней точки d[1] = 6.27

Значение функции F(x) в точке с[1] = -29.03

Значение функции F(x) в точке d[1] = -35.92

Номер итерации 3

Границы текущего отрезка:

а[2] = 3.36

b[2] = 11

Значение внутренней точки с[2] = 6.27

Значение внутренней точки d[2] = 8.08

Значение функции F(x) в точке с[2] = -35.92

Значение функции F(x) в точке d[2] = -31.66

Номер итерации 4

Границы текущего отрезка:

а[3] = 3.36

b[3] = 8.08

Значение внутренней точки с[3] = 5.16

Значение внутренней точки d[3] = 6.27

Значение функции F(x) в точке с[3] = -35.3

Значение функции F(x) в точке d[3] = -35.92

Номер итерации 5

Границы текущего отрезка:

а[4] = 5.16

b[4] = 8.08

Значение внутренней точки с[4] = 6.27

Значение внутренней точки d[4] = 6.96

Значение функции F(x) в точке с[4] = -35.92

Значение функции F(x) в точке d[4] = -35.06

Номер итерации 6

Границы текущего отрезка:

а[5] = 5.16

b[5] = 6.96

Значение внутренней точки с[5] = 5.85

Значение внутренней точки d[5] = 6.27

Значение функции F(x) в точке с[5] = -35.97

Значение функции F(x) в точке d[5] = -35.92

Номер итерации 7

Границы текущего отрезка:

а[6] = 5.16

b[6] = 6.27

Значение внутренней точки с[6] = 5.58

Значение внутренней точки d[6] = 5.85

Значение функции F(x) в точке с[6] = -35.83

Значение функции F(x) в точке d[6] = -35.97

Номер итерации 8

Границы текущего отрезка:

а[7] = 5.58

b[7] = 6.27

Значение внутренней точки с[7] = 5.85

Значение внутренней точки d[7] = 6.01

Значение функции F(x) в точке с[7] = -35.97

Значение функции F(x) в точке d[7] = -35.99

Номер итерации 9

Границы текущего отрезка:

а[8] = 5.85

b[8] = 6.27

Значение внутренней точки с[8] = 6.01

Значение внутренней точки d[8] = 6.11

Значение функции F(x) в точке с[8] = -35.999

Значение функции F(x) в точке d[8] = -35.986

Номер итерации 10

Границы текущего отрезка:

а[9] = 5.85

b[9] = 6.11

Значение внутренней точки с[9] = 5.95

Значение внутренней точки d[9] = 6.01

Значение функции F(x) в точке с[9] = -35.997

Значение функции F(x) в точке d[9] = -35.999

Номер итерации 11

Границы текущего отрезка:

а[10] = 5.95

b[10] = 6.11

Значение внутренней точки с[10] = 6.01

Значение внутренней точки d[10] = 6.05

Значение функции F(x) в точке с[10] = -35.999

Значение функции F(x) в точке d[10] = -35.997

Номер итерации 12

Границы текущего отрезка:

а[11] = 5.95

b[11] = 6.05

Значение внутренней точки с[11] = 5.99

Значение внутренней точки d[11] = 6.01

Значение функции F(x) в точке с[11] = -35.999

Значение функции F(x) в точке d[11] = -35.999

Номер итерации 13

Границы текущего отрезка:

а[12] = 5.95

b[12] = 6.01

*Точка минимума x = 5.981*

*Значение функции F(x) в точке минимума = -35.999999*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| f(x) = x2-12x | | | | |
| ** | отрезки** | Точка минимума | Значение функции | Число итераций |
| 0.1 | [2;8] | 6.003 | -35.999999 | 10 |
| [-9;11] | 5.981 | -35.999999 | 13 |
| [4;11] | 5.996 | -35.999999 | 10 |
| [-7;13] | 6.018 | -35.999966 | 13 |
| [2;16] | 6.006 | -35.999957 | 12 |
| [0;30] | 6.002 | -35.999997 | 13 |
| [2;8] | 6.003 | -35.999999 | 10 |
| [0;20] | 6.005 | -35.999965 | 13 |
| f(x) = 2x2+(16/x) | | | | |
| ** | отрезки** | Точка минимума | Значение функции | Число итераций |
| 0.01 | [0.6;2.6] | 1.5875 | 15.119055 | 13 |
| [-0.4;3.6] | 1.5820 | 15.119055 | 15 |
| [1;3] | 1.5861 | 15.119055 | 14 |
| [0;2] | 1.5874 | 15.119052 | 13 |
| [-0.9;2.1] | 1.5880 | 15.119050 | 13 |
| [-1.9;4.1] | 1.5864 | 15.119057 | 15 |
| [-5;9] | 1.5862 | 15.119061 | 17 |
| [-4;8] | 1.5866 | 15.119055 | 16 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| f(x) = (127/4)x2 - (61/4)x+2 | | | | |
| ** | Отрезки** | Точка минимума | Значение функции | Число итераций |
| 0.001 | [-0.5;0.5] | 0.2418 | 0.18548 | 16 |
| [-1;1] | 0.2418 | 0.18548 | 17 |
| [-1;0.5] | 0.2420 | 0.18548 | 17 |
| [-1;1] | 0.2418 | 0.18548 | 17 |
| [-2;1] | 0.2420 | 0.18548 | 18 |
| [-2;1] | 0.2420 | 0.18548 | 18 |
| [-6;6] | 0.2418 | 0.18548 | 21 |
| [-6;6] | 0.2418 | 0.18548 | 21 |
| [-6;6] | 0.2418 | 0.18548 | 21 |
| [-6;6] | 0.2418 | 0.18548 | 21 |