1) Выберем переменными задачи x1 – изделий вида **А1**; x2 – изделий вида **А2**.

Составим систему ограничений в виде неравенств



Составим целевую функцию *z*(x*)* = 25·x1 + 17·x2 → max, т.е. обеспечить максимальную выручку от реализации готовой продукции.

2) Найдем решение сформулированной задачи, используя ее геометрическую интерпретацию. Сначала определим многоугольник решений. Для этого в неравенствах системы ограничений и условиях неотрицательности переменных знаки неравенств заменим на знаки точных равенств и найдем соответствующие прямые



Эти прямые изображены на рис. 1. Пересечение полученных полуплоскостей и определяет многоугольник решений данной задачи.

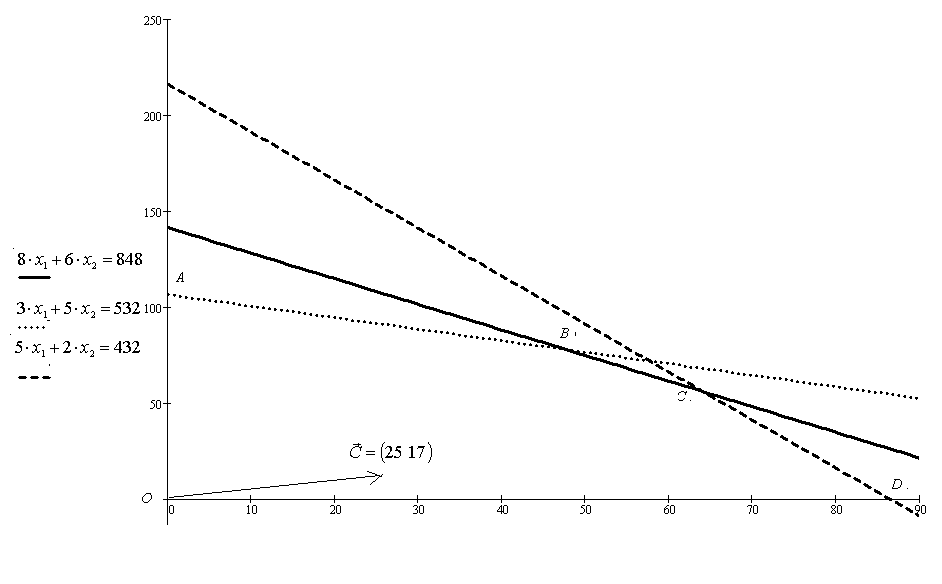


Рис. 1. Графическое представление математической модели

Как видно из рис. 1, многоугольником решений является пятиугольник *ОАВСD*. Координаты любой точки, принадлежащей данному пятиугольнику, удовлетворяют данной системе неравенств и условию неотрицательности переменных. Поэтому сформулированная задача будет решена, если мы сможем найти точку, принадлежащую пятиугольнику *ОАВСD*, в которой функция *z* принимает максимальное значение. Чтобы найти указанную точку, построим вектор , перпендикулярный прямой 25·x1 + 17·x2 = *h*, где *h* – некоторая постоянная такая, что данная прямая имеет общие точки с многоугольником решений.



Перемещая, данную прямую в направлении вектора , видим, что последней общей точкой ее с многоугольником решений задачи служит точка *B.* Координаты этой точки и определяют план производства продукции, при котором выручка от их реализации будет максимальной.



Находим координаты точки *C* как координаты точки пересечения прямых 8·x1 + 6·x2 = 848 и 5·x1 + 2·x2 = 432.

Решив эту систему уравнений, получим , . Итак, выручка от реализации будет наибольшей, если в плане по производству содержится выпуск 64 изделий **А1** и 56 изделий **А2**, и, составляет 25·64 + 17·56 = 2552 ден. ед.



3) Запишем данную задачу в форме основной задачи линейного программирования. Для этого от ограничений-неравенств перейдем к ограничениям-равенствам. Введем три дополнительные переменные, в результате чего ограничения запишутся в виде системы уравнений



Составляем таблицу первой итерации:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Базисные  переменные |  | 25 | 17 | 0 | 0 | 0 |
|  |  |  |  |  |
| 0  0  0 |  | 848  532  432 | 8  3  5 | 6  5  2 | 1  0  0 | 0  1  0 | 0  0  1 |
|  | 0 | -25 | -17 | 0 | 0 | 0 |

В 4-й строке табл. в столбцах переменных , , имеются отрицательные числа. Наличие этих чисел говорит о том, что данный план не является оптимальным. Переходим к новому плану задачи: разрешающий элемент выделен (здесь и далее) подчеркиванием.



Вторая итерация

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Базисные  переменные |  | 25 | 17 | 0 | 0 | 0 |
|  |  |  |  |  |
| 0  0  25 |  | 784/5  1364/5  432/5 | 0  0  1 | 14/5  19/5  2/5 | 1  0  0 | 0  1  0 | -8/5  -3/5  1/5 |
|  | 2160 | 0 | -7 | 0 | 0 | 0 |

Третья итерация

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Базисные  переменные |  | 25 | 17 | 0 | 0 | 0 |
|  |  |  |  |  |
| 17  0  25 |  | 56  60  64 | 0  0  1 | 1  0  0 | 5/14  -19/14  -1/7 | 0  1  0 | -4/7  11/7  3/7 |
|  | 2552 | 0 | 0 | **5/2** | **0** | **1** |

Из табл. видно, что найденный новый опорный план исходной задачи X\* = (64;56; 0; 60; 0) является оптимальным. При этом max *z* = 2552.

Итак, выручка от реализации будет наибольшей, если в плане по производству содержится выпуск 64 изделий **А1** и 56 изделий **А2**, и, составляет 2552 ден. ед.

4)Для данной задачи , тогда . Число переменных в двойственной задаче равно числу уравнений в исходной задаче, т.е. 3. Коэффициенты в целевой функции двойственной задачи являются свободными членами неравенств-ограничений, т.е. числами 848, 532, 432. Т.к., в исходной системе ограничения представлены неравенствами, то в двойственной задаче переменные являются неотрицательными.



Следовательно, двойственная задача такова: найти минимум функции *z\**(x*)* = 848·y1 + 532·y2 + 432·y3 при условиях



Из последней симплекс-таблицы (итерация 3) видно, что двойственная задача имеет решение , , .



**1) Распределительный метод**

Примем некоторые обозначения: **i** - индекс строки **j** - индекс столбца **m** - количество поставщиков **n** - количество потребителей **Xi,j** - перевозка между поставщиком **Ai** и потребителем **Bj**.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | Запасы груза |
| **B1** | **B2** | **B3** | **B4** | **B5** |
| **A1** | |  |  | | --- | --- | |  | 14 | | **0** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | | **0** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 17 | | **0** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 5 | | **0** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 3 | | **0** |  | | 370 |
| **A2** | |  |  | | --- | --- | |  | 21 | | **0** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 10 | | **0** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 7 | | **0** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 11 | | **0** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 6 | | **0** |  | | 450 |
| **A3** | |  |  | | --- | --- | |  | 3 | | **0** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 5 | | **0** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | | **0** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 4 | | **0** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 9 | | **0** |  | | 480 |
| Потребность | 300 | 280 | 330 | 290 | 100 |  |

Транспортная задача имеет закрытый тип, так как суммарный запас груза равен суммарным потребностям. Находим опорный план по правилу северо-западного угла: Введем некоторые обозначения: Ai\* - излишек нераспределенного груза от поставщика Ai Bj\* - недостача в поставке груза потребителю Bj

Помещаем в клетку (1,1) меньшее из чисел A1\*=370 и B1\*=300 Так как спрос потребителя B1 удовлетворен, то столбец 1 в дальнейшем в расчет не принимается Помещаем в клетку (1,2) меньшее из чисел A1\*=70 и B2\*=280 Так как запасы поставщика A1 исчерпаны, то строка 1 в дальнейшем в расчет не принимается Помещаем в клетку (2,2) меньшее из чисел A2\*=450 и B2\*=210 Так как спрос потребителя B2 удовлетворен, то столбец 2 в дальнейшем в расчет не принимается Помещаем в клетку (2,3) меньшее из чисел A2\*=240 и B3\*=330 Так как запасы поставщика A2 исчерпаны, то строка 2 в дальнейшем в расчет не принимается Помещаем в клетку (3,3) меньшее из чисел A3\*=480 и B3\*=90 Так как спрос потребителя B3 удовлетворен, то столбец 3 в дальнейшем в расчет не принимается Помещаем в клетку (3,4) меньшее из чисел A3\*=390 и B4\*=290 Так как спрос потребителя B4 удовлетворен, то столбец 4 в дальнейшем в расчет не принимается Помещаем в клетку (3,5) меньшее из чисел A3\*=100 и B5\*=100

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | Запасы груза |
| **B1** | **B2** | **B3** | **B4** | **B5** |
| **A1** | |  |  | | --- | --- | |  | 14 | | **300** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | | **70** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 17 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 5 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 3 | |  |  | | 370 |
| **A2** | |  |  | | --- | --- | |  | 21 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 10 | | **210** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 7 | | **240** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 11 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 6 | |  |  | | 450 |
| **A3** | |  |  | | --- | --- | |  | 3 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 5 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | | **90** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 4 | | **290** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 9 | | **100** |  | | 480 |
| Потребность | 300 | 280 | 330 | 290 | 100 |  |

**Целевая функция F=11320**

Решаем задачу распределительным методом:

**Этап 1**

Определим значения оценок **Si,j** для всех свободных клеток (*неоптимальные выделены красным цветом*). Для этого строим цикл для каждой свободной клетки и, перемещаясь по клеткам цикла, складываем тарифы клеток. При этом тарифы в нечетных клетках берутся со знаком "плюс", в четных - со знаком "минус". S1,3 = c1,3-c1,2+c2,2-c2,3 = 12 S1,4 = c1,4-c1,2+c2,2-c2,3+c3,3-c3,4 = 4 **S1,5 = c1,5-c1,2+c2,2-c2,3+c3,3-c3,5 = -3** S2,1 = c2,1-c2,2+c1,2-c1,1 = 5 S2,4 = c2,4-c2,3+c3,3-c3,4 = 8 **S2,5 = c2,5-c2,3+c3,3-c3,5 = -2** **S3,1 = c3,1-c3,3+c2,3-c2,2+c1,2-c1,1 = -14** **S3,2 = c3,2-c3,3+c2,3-c2,2 = -6**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **B1** | **B2** | **B3** | **B4** | **B5** |
| **A1** |  |  | 12 | 4 | -3 |
| **A2** | 5 |  |  | 8 | -2 |
| **A3** | -14 | -6 |  |  |  |

Если имеется несколько клеток с одним и тем же наименьшим значением оценки, то из них выбирается клетка, имеющая наименьший тариф. Наиболее перспективной является клетка **(3,1)**. Для нее оценка равна **-14**. Строим для нее цикл, помечая клетки цикла знаками "плюс" и "минус".

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | Запасы груза |
| **B1** | **B2** | **B3** | **B4** | **B5** |
| **A1** | |  |  | | --- | --- | | **-** | 14 | | **300** |  | | |  |  | | --- | --- | | **+** | 8 | | **70** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 17 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 5 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 3 | |  |  | | 370 |
| **A2** | |  |  | | --- | --- | |  | 21 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | | **-** | 10 | | **210** |  | | |  |  | | --- | --- | | **+** | 7 | | **240** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 11 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 6 | |  |  | | 450 |
| **A3** | |  |  | | --- | --- | | **+** | 3 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 5 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | | **-** | 8 | | **90** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 4 | | **290** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 9 | | **100** |  | | 480 |
| Потребность | 300 | 280 | 330 | 290 | 100 |  |

Перемещаем по циклу груз величиной в 90 единиц, прибавляя эту величину к грузу в клетках со знаком "плюс" и отнимая ее от груза в клетках со знаком "минус". В результате перемещения по циклу получим новый план:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | Запасы груза |
| **B1** | **B2** | **B3** | **B4** | **B5** |
| **A1** | |  |  | | --- | --- | |  | 14 | | **210** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | | **160** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 17 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 5 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 3 | |  |  | | 370 |
| **A2** | |  |  | | --- | --- | |  | 21 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 10 | | **120** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 7 | | **330** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 11 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 6 | |  |  | | 450 |
| **A3** | |  |  | | --- | --- | |  | 3 | | **90** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 5 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 4 | | **290** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 9 | | **100** |  | | 480 |
| Потребность | 300 | 280 | 330 | 290 | 100 |  |

**Целевая функция F= 10060**

Значение целевой функции изменилось на 1260 единиц по сравнению с предыдущим этапом.

**Этап 2**

Определим значения оценок **Si,j** для всех свободных клеток (*неоптимальные выделены красным цветом*). Для этого строим цикл для каждой свободной клетки и, перемещаясь по клеткам цикла, складываем тарифы клеток. При этом тарифы в нечетных клетках берутся со знаком "плюс", в четных - со знаком "минус". S1,3 = c1,3-c1,2+c2,2-c2,3 = 12 **S1,4 = c1,4-c1,1+c3,1-c3,4 = -10** **S1,5 = c1,5-c1,1+c3,1-c3,5 = -17** S2,1 = c2,1-c2,2+c1,2-c1,1 = 5 **S2,4 = c2,4-c2,2+c1,2-c1,1+c3,1-c3,4 = -6** **S2,5 = c2,5-c2,2+c1,2-c1,1+c3,1-c3,5 = -16** S3,2 = c3,2-c3,1+c1,1-c1,2 = 8 S3,3 = c3,3-c3,1+c1,1-c1,2+c2,2-c2,3 = 14

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **B1** | **B2** | **B3** | **B4** | **B5** |
| **A1** |  |  | 12 | -10 | -17 |
| **A2** | 5 |  |  | -6 | -16 |
| **A3** |  | 8 | 14 |  |  |

Если имеется несколько клеток с одним и тем же наименьшим значением оценки, то из них выбирается клетка, имеющая наименьший тариф. Наиболее перспективной является клетка **(1,5)**. Для нее оценка равна **-17**. Строим для нее цикл, помечая клетки цикла знаками "плюс" и "минус".

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | Запасы груза |
| **B1** | **B2** | **B3** | **B4** | **B5** |
| **A1** | |  |  | | --- | --- | | **-** | 14 | | **210** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | | **160** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 17 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 5 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | | **+** | 3 | |  |  | | 370 |
| **A2** | |  |  | | --- | --- | |  | 21 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 10 | | **120** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 7 | | **330** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 11 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 6 | |  |  | | 450 |
| **A3** | |  |  | | --- | --- | | **+** | 3 | | **90** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 5 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 4 | | **290** |  | | |  |  | | --- | --- | | **-** | 9 | | **100** |  | | 480 |
| Потребность | 300 | 280 | 330 | 290 | 100 |  |

Перемещаем по циклу груз величиной в 100 единиц, прибавляя эту величину к грузу в клетках со знаком "плюс" и отнимая ее от груза в клетках со знаком "минус". В результате перемещения по циклу получим новый план:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | Запасы груза |
| **B1** | **B2** | **B3** | **B4** | **B5** |
| **A1** | |  |  | | --- | --- | |  | 14 | | **110** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | | **160** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 17 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 5 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 3 | | **100** |  | | 370 |
| **A2** | |  |  | | --- | --- | |  | 21 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 10 | | **120** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 7 | | **330** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 11 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 6 | |  |  | | 450 |
| **A3** | |  |  | | --- | --- | |  | 3 | | **190** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 5 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 4 | | **290** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 9 | |  |  | | 480 |
| Потребность | 300 | 280 | 330 | 290 | 100 |  |

**Целевая функция F= 8360**

Значение целевой функции изменилось на 1700 единиц по сравнению с предыдущим этапом.

**Этап 3**

Определим значения оценок **Si,j** для всех свободных клеток (*неоптимальные выделены красным цветом*). Для этого строим цикл для каждой свободной клетки и, перемещаясь по клеткам цикла, складываем тарифы клеток. При этом тарифы в нечетных клетках берутся со знаком "плюс", в четных - со знаком "минус". S1,3 = c1,3-c1,2+c2,2-c2,3 = 12 **S1,4 = c1,4-c1,1+c3,1-c3,4 = -10** S2,1 = c2,1-c2,2+c1,2-c1,1 = 5 **S2,4 = c2,4-c2,2+c1,2-c1,1+c3,1-c3,4 = -6** S2,5 = c2,5-c2,2+c1,2-c1,5 = 1 S3,2 = c3,2-c3,1+c1,1-c1,2 = 8 S3,3 = c3,3-c3,1+c1,1-c1,2+c2,2-c2,3 = 14 S3,5 = c3,5-c3,1+c1,1-c1,5 = 17

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **B1** | **B2** | **B3** | **B4** | **B5** |
| **A1** |  |  | 12 | -10 |  |
| **A2** | 5 |  |  | -6 | 1 |
| **A3** |  | 8 | 14 |  | 17 |

Если имеется несколько клеток с одним и тем же наименьшим значением оценки, то из них выбирается клетка, имеющая наименьший тариф. Наиболее перспективной является клетка **(1,4)**. Для нее оценка равна **-10**. Строим для нее цикл, помечая клетки цикла знаками "плюс" и "минус".

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | Запасы груза |
| **B1** | **B2** | **B3** | **B4** | **B5** |
| **A1** | |  |  | | --- | --- | | **-** | 14 | | **110** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | | **160** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 17 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | | **+** | 5 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 3 | | **100** |  | | 370 |
| **A2** | |  |  | | --- | --- | |  | 21 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 10 | | **120** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 7 | | **330** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 11 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 6 | |  |  | | 450 |
| **A3** | |  |  | | --- | --- | | **+** | 3 | | **190** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 5 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | | **-** | 4 | | **290** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 9 | |  |  | | 480 |
| Потребность | 300 | 280 | 330 | 290 | 100 |  |

Перемещаем по циклу груз величиной в 110 единиц, прибавляя эту величину к грузу в клетках со знаком "плюс" и отнимая ее от груза в клетках со знаком "минус". В результате перемещения по циклу получим новый план:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | Запасы груза |
| **B1** | **B2** | **B3** | **B4** | **B5** |
| **A1** | |  |  | | --- | --- | |  | 14 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | | **160** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 17 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 5 | | **110** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 3 | | **100** |  | | 370 |
| **A2** | |  |  | | --- | --- | |  | 21 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 10 | | **120** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 7 | | **330** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 11 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 6 | |  |  | | 450 |
| **A3** | |  |  | | --- | --- | |  | 3 | | **300** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 5 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 4 | | **180** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 9 | |  |  | | 480 |
| Потребность | 300 | 280 | 330 | 290 | 100 |  |

**Целевая функция F= 7260**

Значение целевой функции изменилось на 1100 единиц по сравнению с предыдущим этапом.

**Этап 4**

Определим значения оценок **Si,j** для всех свободных клеток (*неоптимальные выделены красным цветом*). Для этого строим цикл для каждой свободной клетки и, перемещаясь по клеткам цикла, складываем тарифы клеток. При этом тарифы в нечетных клетках берутся со знаком "плюс", в четных - со знаком "минус". S1,1 = c1,1-c1,4+c3,4-c3,1 = 10 S1,3 = c1,3-c1,2+c2,2-c2,3 = 12 S2,1 = c2,1-c2,2+c1,2-c1,4+c3,4-c3,1 = 15 S2,4 = c2,4-c2,2+c1,2-c1,4 = 4 S2,5 = c2,5-c2,2+c1,2-c1,5 = 1 **S3,2 = c3,2-c3,4+c1,4-c1,2 = -2** S3,3 = c3,3-c3,4+c1,4-c1,2+c2,2-c2,3 = 4 S3,5 = c3,5-c3,4+c1,4-c1,5 = 7

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **B1** | **B2** | **B3** | **B4** | **B5** |
| **A1** | 10 |  | 12 |  |  |
| **A2** | 15 |  |  | 4 | 1 |
| **A3** |  | -2 | 4 |  | 7 |

Если имеется несколько клеток с одним и тем же наименьшим значением оценки, то из них выбирается клетка, имеющая наименьший тариф. Наиболее перспективной является клетка **(3,2)**. Для нее оценка равна **-2**. Строим для нее цикл, помечая клетки цикла знаками "плюс" и "минус".

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | Запасы груза |
| **B1** | **B2** | **B3** | **B4** | **B5** |
| **A1** | |  |  | | --- | --- | |  | 14 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | | **-** | 8 | | **160** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 17 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | | **+** | 5 | | **110** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 3 | | **100** |  | | 370 |
| **A2** | |  |  | | --- | --- | |  | 21 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 10 | | **120** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 7 | | **330** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 11 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 6 | |  |  | | 450 |
| **A3** | |  |  | | --- | --- | |  | 3 | | **300** |  | | |  |  | | --- | --- | | **+** | 5 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | | **-** | 4 | | **180** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 9 | |  |  | | 480 |
| Потребность | 300 | 280 | 330 | 290 | 100 |  |

Перемещаем по циклу груз величиной в 160 единиц, прибавляя эту величину к грузу в клетках со знаком "плюс" и отнимая ее от груза в клетках со знаком "минус". В результате перемещения по циклу получим новый план:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | Запасы груза |
| **B1** | **B2** | **B3** | **B4** | **B5** |
| **A1** | |  |  | | --- | --- | |  | 14 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 17 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 5 | | **270** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 3 | | **100** |  | | 370 |
| **A2** | |  |  | | --- | --- | |  | 21 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 10 | | **120** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 7 | | **330** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 11 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 6 | |  |  | | 450 |
| **A3** | |  |  | | --- | --- | |  | 3 | | **300** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 5 | | **160** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 4 | | **20** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 9 | |  |  | | 480 |
| Потребность | 300 | 280 | 330 | 290 | 100 |  |

**Целевая функция F= 6940**

Значение целевой функции изменилось на 320 единиц по сравнению с предыдущим этапом.

**Этап 5**

Определим значения оценок **Si,j** для всех свободных клеток (*неоптимальные выделены красным цветом*). Для этого строим цикл для каждой свободной клетки и, перемещаясь по клеткам цикла, складываем тарифы клеток. При этом тарифы в нечетных клетках берутся со знаком "плюс", в четных - со знаком "минус". S1,1 = c1,1-c1,4+c3,4-c3,1 = 10 S1,2 = c1,2-c1,4+c3,4-c3,2 = 2 S1,3 = c1,3-c1,4+c3,4-c3,2+c2,2-c2,3 = 14 S2,1 = c2,1-c2,2+c3,2-c3,1 = 13 S2,4 = c2,4-c2,2+c3,2-c3,4 = 2 **S2,5 = c2,5-c2,2+c3,2-c3,4+c1,4-c1,5 = -1** S3,3 = c3,3-c3,2+c2,2-c2,3 = 6 S3,5 = c3,5-c3,4+c1,4-c1,5 = 7

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **B1** | **B2** | **B3** | **B4** | **B5** |
| **A1** | 10 | 2 | 14 |  |  |
| **A2** | 13 |  |  | 2 | -1 |
| **A3** |  |  | 6 |  | 7 |

Если имеется несколько клеток с одним и тем же наименьшим значением оценки, то из них выбирается клетка, имеющая наименьший тариф. Наиболее перспективной является клетка **(2,5)**. Для нее оценка равна **-1**. Строим для нее цикл, помечая клетки цикла знаками "плюс" и "минус".

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | Запасы груза |
| **B1** | **B2** | **B3** | **B4** | **B5** |
| **A1** | |  |  | | --- | --- | |  | 14 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 17 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | | **+** | 5 | | **270** |  | | |  |  | | --- | --- | | **-** | 3 | | **100** |  | | 370 |
| **A2** | |  |  | | --- | --- | |  | 21 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | | **-** | 10 | | **120** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 7 | | **330** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 11 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | | **+** | 6 | |  |  | | 450 |
| **A3** | |  |  | | --- | --- | |  | 3 | | **300** |  | | |  |  | | --- | --- | | **+** | 5 | | **160** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | | **-** | 4 | | **20** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 9 | |  |  | | 480 |
| Потребность | 300 | 280 | 330 | 290 | 100 |  |

Перемещаем по циклу груз величиной в 20 единиц, прибавляя эту величину к грузу в клетках со знаком "плюс" и отнимая ее от груза в клетках со знаком "минус". В результате перемещения по циклу получим новый план:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | Запасы груза |
| **B1** | **B2** | **B3** | **B4** | **B5** |
| **A1** | |  |  | | --- | --- | |  | 14 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 17 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 5 | | **290** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 3 | | **80** |  | | 370 |
| **A2** | |  |  | | --- | --- | |  | 21 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 10 | | **100** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 7 | | **330** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 11 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 6 | | **20** |  | | 450 |
| **A3** | |  |  | | --- | --- | |  | 3 | | **300** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 5 | | **180** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 4 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 9 | |  |  | | 480 |
| Потребность | 300 | 280 | 330 | 290 | 100 |  |

**Целевая функция F= 6920**

Значение целевой функции изменилось на 20 единиц по сравнению с предыдущим этапом.

**Этап 6**

Определим значения оценок **Si,j** для всех свободных клеток (*неоптимальные выделены красным цветом*). Для этого строим цикл для каждой свободной клетки и, перемещаясь по клеткам цикла, складываем тарифы клеток. При этом тарифы в нечетных клетках берутся со знаком "плюс", в четных - со знаком "минус". S1,1 = c1,1-c1,5+c2,5-c2,2+c3,2-c3,1 = 9 S1,2 = c1,2-c1,5+c2,5-c2,2 = 1 S1,3 = c1,3-c1,5+c2,5-c2,3 = 13 S2,1 = c2,1-c2,2+c3,2-c3,1 = 13 S2,4 = c2,4-c2,5+c1,5-c1,4 = 3 S3,3 = c3,3-c3,2+c2,2-c2,3 = 6 S3,4 = c3,4-c3,2+c2,2-c2,5+c1,5-c1,4 = 1 S3,5 = c3,5-c3,2+c2,2-c2,5 = 8

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **B1** | **B2** | **B3** | **B4** | **B5** |
| **A1** | 9 | 1 | 13 |  |  |
| **A2** | 13 |  |  | 3 |  |
| **A3** |  |  | 6 | 1 | 8 |

Так как все оценки **Si,j**>=0, то полученный план является оптимальным. Транспортная задача решена.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | Запасы груза |
| **B1** | **B2** | **B3** | **B4** | **B5** |
| **A1** | |  |  | | --- | --- | |  | 14 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 17 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 5 | | **290** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 3 | | **80** |  | | 370 |
| **A2** | |  |  | | --- | --- | |  | 21 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 10 | | **100** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 7 | | **330** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 11 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 6 | | **20** |  | | 450 |
| **A3** | |  |  | | --- | --- | |  | 3 | | **300** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 5 | | **180** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 4 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 9 | |  |  | | 480 |
| Потребность | 300 | 280 | 330 | 290 | 100 |  |

**Целевая функция F= 6920**

**2) Метод потенциалов**

Примем некоторые обозначения: **i** - индекс строки **j** - индекс столбца **m** - количество поставщиков **n** - количество потребителей **Xi,j** - перевозка между поставщиком **Ai** и потребителем **Bj**.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | Запасы груза |
| **B1** | **B2** | **B3** | **B4** | **B5** |
| **A1** | |  |  | | --- | --- | |  | 14 | | **0** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | | **0** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 17 | | **0** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 5 | | **0** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 3 | | **0** |  | | 370 |
| **A2** | |  |  | | --- | --- | |  | 21 | | **0** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 10 | | **0** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 7 | | **0** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 11 | | **0** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 6 | | **0** |  | | 450 |
| **A3** | |  |  | | --- | --- | |  | 3 | | **0** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 5 | | **0** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | | **0** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 4 | | **0** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 9 | | **0** |  | | 480 |
| Потребность | 300 | 280 | 330 | 290 | 100 |  |

Транспортная задача имеет закрытый тип, так как суммарный запас груза равен суммарным потребностям. Находим опорный план по правилу северо-западного угла: Введем некоторые обозначения: Ai\* - излишек нераспределенного груза от поставщика Ai Bj\* - недостача в поставке груза потребителю Bj

Помещаем в клетку (1,1) меньшее из чисел A1\*=370 и B1\*=300 Так как спрос потребителя B1 удовлетворен, то столбец 1 в дальнейшем в расчет не принимается Помещаем в клетку (1,2) меньшее из чисел A1\*=70 и B2\*=280 Так как запасы поставщика A1 исчерпаны, то строка 1 в дальнейшем в расчет не принимается Помещаем в клетку (2,2) меньшее из чисел A2\*=450 и B2\*=210 Так как спрос потребителя B2 удовлетворен, то столбец 2 в дальнейшем в расчет не принимается Помещаем в клетку (2,3) меньшее из чисел A2\*=240 и B3\*=330 Так как запасы поставщика A2 исчерпаны, то строка 2 в дальнейшем в расчет не принимается Помещаем в клетку (3,3) меньшее из чисел A3\*=480 и B3\*=90 Так как спрос потребителя B3 удовлетворен, то столбец 3 в дальнейшем в расчет не принимается Помещаем в клетку (3,4) меньшее из чисел A3\*=390 и B4\*=290 Так как спрос потребителя B4 удовлетворен, то столбец 4 в дальнейшем в расчет не принимается Помещаем в клетку (3,5) меньшее из чисел A3\*=100 и B5\*=100

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | Запасы груза |
| **B1** | **B2** | **B3** | **B4** | **B5** |
| **A1** | |  |  | | --- | --- | |  | 14 | | **300** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | | **70** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 17 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 5 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 3 | |  |  | | 370 |
| **A2** | |  |  | | --- | --- | |  | 21 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 10 | | **210** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 7 | | **240** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 11 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 6 | |  |  | | 450 |
| **A3** | |  |  | | --- | --- | |  | 3 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 5 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | | **90** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 4 | | **290** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 9 | | **100** |  | | 480 |
| Потребность | 300 | 280 | 330 | 290 | 100 |  |

**Целевая функция F=11320**

Решаем задачу методом потенциалов:

**Этап 1**

Полагая потенциал U1=0, определяем остальные потенциалы из соотношения **Ui+Vj=Ci,j(i=1..m, j=1..n)**, просматривая все занятые клетки. Потенциалы **Ui, Vj**: U1=0 V1=C1,1-U1= **14** V2=C1,2-U1= **8** U2=C2,2-V2= **2** V3=C2,3-U2= **5** U3=C3,3-V3= **3** V4=C3,4-U3= **1** V5=C3,5-U3= **6** Определяем значения оценок **Si,j=Ci,j-(Ui+Vj)** для всех свободных клеток (*неоптимальные выделены красным цветом*) S1,3 = c1,3 - (u1 + v3) = 12. S1,4 = c1,4 - (u1 + v4) = 4. **S1,5 = c1,5 - (u1 + v5) = -3.** S2,1 = c2,1 - (u2 + v1) = 5. S2,4 = c2,4 - (u2 + v4) = 8. **S2,5 = c2,5 - (u2 + v5) = -2.** **S3,1 = c3,1 - (u3 + v1) = -14.** **S3,2 = c3,2 - (u3 + v2) = -6.** Если имеется несколько клеток с одним и тем же наименьшим значением оценки, то из них выбирается клетка, имеющая наименьший тариф. Наиболее потенциальной является клетка **(3,1)**. Для нее оценка равна **-14**. Строим для нее цикл, помечая клетки цикла знаками "плюс" и "минус".

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | Запасы груза |
| **B1** | **B2** | **B3** | **B4** | **B5** |
| **A1** | |  |  | | --- | --- | | **-** | 14 | | **300** |  | | |  |  | | --- | --- | | **+** | 8 | | **70** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 17 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 5 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 3 | |  |  | | 370 |
| **A2** | |  |  | | --- | --- | |  | 21 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | | **-** | 10 | | **210** |  | | |  |  | | --- | --- | | **+** | 7 | | **240** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 11 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 6 | |  |  | | 450 |
| **A3** | |  |  | | --- | --- | | **+** | 3 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 5 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | | **-** | 8 | | **90** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 4 | | **290** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 9 | | **100** |  | | 480 |
| Потребность | 300 | 280 | 330 | 290 | 100 |  |

Перемещаем по циклу груз величиной в 90 единиц, прибавляя эту величину к грузу в клетках со знаком "плюс" и отнимая ее от груза в клетках со знаком "минус". В результате перемещения по циклу получим новый план:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | Запасы груза |
| **B1** | **B2** | **B3** | **B4** | **B5** |
| **A1** | |  |  | | --- | --- | |  | 14 | | 210 |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | | 160 |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 17 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 5 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 3 | |  |  | | 370 |
| **A2** | |  |  | | --- | --- | |  | 21 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 10 | | 120 |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 7 | | 330 |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 11 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 6 | |  |  | | 450 |
| **A3** | |  |  | | --- | --- | |  | 3 | | **90** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 5 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 4 | | **290** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 9 | | **100** |  | | 480 |
| Потребность | 300 | 280 | 330 | 290 | 100 |  |

**Целевая функция F= 10060**

Значение целевой функции изменилось на 1260 единиц по сравнению с предыдущим этапом.

**Этап 2**

Полагая потенциал U1=0, определяем остальные потенциалы из соотношения **Ui+Vj=Ci,j(i=1..m, j=1..n)**, просматривая все занятые клетки. Потенциалы **Ui, Vj**: U1=0 V1=C1,1-U1= **14** V2=C1,2-U1= **8** U3=C1,3-V1= **-11** U2=C2,2-V2= **2** V3=C2,3-U2= **5** V4=C3,4-U3= **15** V5=C3,5-U3= **20** Определяем значения оценок **Si,j=Ci,j-(Ui+Vj)** для всех свободных клеток (*неоптимальные выделены красным цветом*) S1,3 = c1,3 - (u1 + v3) = 12. **S1,4 = c1,4 - (u1 + v4) = -10.** **S1,5 = c1,5 - (u1 + v5) = -17.** S2,1 = c2,1 - (u2 + v1) = 5. **S2,4 = c2,4 - (u2 + v4) = -6.** **S2,5 = c2,5 - (u2 + v5) = -16.** S3,2 = c3,2 - (u3 + v2) = 8. S3,3 = c3,3 - (u3 + v3) = 14. Если имеется несколько клеток с одним и тем же наименьшим значением оценки, то из них выбирается клетка, имеющая наименьший тариф. Наиболее потенциальной является клетка **(1,5)**. Для нее оценка равна **-17**. Строим для нее цикл, помечая клетки цикла знаками "плюс" и "минус".

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | Запасы груза |
| B1 | B2 | B3 | B4 | B5 |
| A1 | |  |  | | --- | --- | | - | 14 | | 210 |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | | 160 |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 17 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 5 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | | + | 3 | |  |  | | 370 |
| A2 | |  |  | | --- | --- | |  | 21 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 10 | | 120 |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 7 | | 330 |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 11 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 6 | |  |  | | 450 |
| A3 | |  |  | | --- | --- | | + | 3 | | 90 |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 5 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 4 | | 290 |  | | |  |  | | --- | --- | | - | 9 | | 100 |  | | 480 |
| Потребность | 300 | 280 | 330 | 290 | 100 |  |

Перемещаем по циклу груз величиной в 100 единиц, прибавляя эту величину к грузу в клетках со знаком "плюс" и отнимая ее от груза в клетках со знаком "минус". В результате перемещения по циклу получим новый план:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | Запасы груза |
| B1 | B2 | B3 | B4 | B5 |
| A1 | |  |  | | --- | --- | |  | 14 | | 110 |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | | 160 |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 17 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 5 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 3 | | 100 |  | | 370 |
| A2 | |  |  | | --- | --- | |  | 21 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 10 | | 120 |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 7 | | 330 |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 11 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 6 | |  |  | | 450 |
| A3 | |  |  | | --- | --- | |  | 3 | | 190 |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 5 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 4 | | 290 |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 9 | |  |  | | 480 |
| Потребность | 300 | 280 | 330 | 290 | 100 |  |

**Целевая функция F= 8360**

Значение целевой функции изменилось на 1700 единиц по сравнению с предыдущим этапом.

**Этап 3**

Полагая потенциал U1=0, определяем остальные потенциалы из соотношения **Ui+Vj=Ci,j(i=1..m, j=1..n)**, просматривая все занятые клетки. Потенциалы **Ui, Vj**: U1=0 V1=C1,1-U1= **14** V2=C1,2-U1= **8** V5=C1,5-U1= **3** U3=C1,3-V1= **-11** U2=C2,2-V2= **2** V3=C2,3-U2= **5** V4=C3,4-U3= **15** Определяем значения оценок **Si,j=Ci,j-(Ui+Vj)** для всех свободных клеток (*неоптимальные выделены красным цветом*) S1,3 = c1,3 - (u1 + v3) = 12. **S1,4 = c1,4 - (u1 + v4) = -10.** S2,1 = c2,1 - (u2 + v1) = 5. **S2,4 = c2,4 - (u2 + v4) = -6.** S2,5 = c2,5 - (u2 + v5) = 1. S3,2 = c3,2 - (u3 + v2) = 8. S3,3 = c3,3 - (u3 + v3) = 14. S3,5 = c3,5 - (u3 + v5) = 17. Если имеется несколько клеток с одним и тем же наименьшим значением оценки, то из них выбирается клетка, имеющая наименьший тариф. Наиболее потенциальной является клетка **(1,4)**. Для нее оценка равна **-10**. Строим для нее цикл, помечая клетки цикла знаками "плюс" и "минус".

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | Запасы груза |
| **B1** | **B2** | **B3** | **B4** | **B5** |
| **A1** | |  |  | | --- | --- | | **-** | 14 | | **110** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | | **160** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 17 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | | **+** | 5 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 3 | | **100** |  | | 370 |
| **A2** | |  |  | | --- | --- | |  | 21 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 10 | | **120** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 7 | | **330** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 11 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 6 | |  |  | | 450 |
| **A3** | |  |  | | --- | --- | | **+** | 3 | | **190** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 5 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | | **-** | 4 | | **290** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 9 | |  |  | | 480 |
| Потребность | 300 | 280 | 330 | 290 | 100 |  |

Перемещаем по циклу груз величиной в 110 единиц, прибавляя эту величину к грузу в клетках со знаком "плюс" и отнимая ее от груза в клетках со знаком "минус". В результате перемещения по циклу получим новый план:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | Запасы груза |
| B1 | B2 | B3 | B4 | B5 |
| A1 | |  |  | | --- | --- | |  | 14 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | | 160 |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 17 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 5 | | 110 |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 3 | | 100 |  | | 370 |
| A2 | |  |  | | --- | --- | |  | 21 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 10 | | 120 |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 7 | | 330 |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 11 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 6 | |  |  | | 450 |
| A3 | |  |  | | --- | --- | |  | 3 | | 300 |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 5 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 4 | | 180 |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 9 | |  |  | | 480 |
| Потребность | 300 | 280 | 330 | 290 | 100 |  |

**Целевая функция F= 7260**

Значение целевой функции изменилось на 1100 единиц по сравнению с предыдущим этапом.

**Этап 4**

Полагая потенциал U1=0, определяем остальные потенциалы из соотношения **Ui+Vj=Ci,j(i=1..m, j=1..n)**, просматривая все занятые клетки. Потенциалы **Ui, Vj**: U1=0 V2=C1,2-U1= **8** V4=C1,4-U1= **5** V5=C1,5-U1= **3** U2=C2,2-V2= **2** U3=C4,3-V4= **-1** V3=C2,3-U2= **5** V1=C3,1-U3= **4** Определяем значения оценок **Si,j=Ci,j-(Ui+Vj)** для всех свободных клеток (*неоптимальные выделены красным цветом*) S1,1 = c1,1 - (u1 + v1) = 10. S1,3 = c1,3 - (u1 + v3) = 12. S2,1 = c2,1 - (u2 + v1) = 15. S2,4 = c2,4 - (u2 + v4) = 4. S2,5 = c2,5 - (u2 + v5) = 1. **S3,2 = c3,2 - (u3 + v2) = -2.** S3,3 = c3,3 - (u3 + v3) = 4. S3,5 = c3,5 - (u3 + v5) = 7. Если имеется несколько клеток с одним и тем же наименьшим значением оценки, то из них выбирается клетка, имеющая наименьший тариф. Наиболее потенциальной является клетка **(3,2)**. Для нее оценка равна **-2**. Строим для нее цикл, помечая клетки цикла знаками "плюс" и "минус".

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | Запасы груза |
| **B1** | **B2** | **B3** | **B4** | **B5** |
| **A1** | |  |  | | --- | --- | |  | 14 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | | **-** | 8 | | **160** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 17 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | | **+** | 5 | | **110** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 3 | | **100** |  | | 370 |
| **A2** | |  |  | | --- | --- | |  | 21 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 10 | | **120** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 7 | | **330** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 11 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 6 | |  |  | | 450 |
| **A3** | |  |  | | --- | --- | |  | 3 | | **300** |  | | |  |  | | --- | --- | | **+** | 5 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | | **-** | 4 | | **180** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 9 | |  |  | | 480 |
| Потребность | 300 | 280 | 330 | 290 | 100 |  |

Перемещаем по циклу груз величиной в 160 единиц, прибавляя эту величину к грузу в клетках со знаком "плюс" и отнимая ее от груза в клетках со знаком "минус". В результате перемещения по циклу получим новый план:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | Запасы груза |
| **B1** | **B2** | **B3** | **B4** | **B5** |
| **A1** | |  |  | | --- | --- | |  | 14 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 17 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 5 | | **270** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 3 | | **100** |  | | 370 |
| **A2** | |  |  | | --- | --- | |  | 21 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 10 | | **120** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 7 | | **330** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 11 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 6 | |  |  | | 450 |
| **A3** | |  |  | | --- | --- | |  | 3 | | **300** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 5 | | **160** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 4 | | **20** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 9 | |  |  | | 480 |
| Потребность | 300 | 280 | 330 | 290 | 100 |  |

**Целевая функция F= 6940**

Значение целевой функции изменилось на 320 единиц по сравнению с предыдущим этапом.

**Этап 5**

Полагая потенциал U1=0, определяем остальные потенциалы из соотношения **Ui+Vj=Ci,j(i=1..m, j=1..n)**, просматривая все занятые клетки. Потенциалы **Ui, Vj**: U1=0 V4=C1,4-U1= **5** V5=C1,5-U1= **3** U3=C4,3-V4= **-1** V1=C3,1-U3= **4** V2=C3,2-U3= **6** U2=C2,2-V2= **4** V3=C2,3-U2= **3** Определяем значения оценок **Si,j=Ci,j-(Ui+Vj)** для всех свободных клеток (*неоптимальные выделены красным цветом*) S1,1 = c1,1 - (u1 + v1) = 10. S1,2 = c1,2 - (u1 + v2) = 2. S1,3 = c1,3 - (u1 + v3) = 14. S2,1 = c2,1 - (u2 + v1) = 13. S2,4 = c2,4 - (u2 + v4) = 2. **S2,5 = c2,5 - (u2 + v5) = -1.** S3,3 = c3,3 - (u3 + v3) = 6. S3,5 = c3,5 - (u3 + v5) = 7. Если имеется несколько клеток с одним и тем же наименьшим значением оценки, то из них выбирается клетка, имеющая наименьший тариф. Наиболее потенциальной является клетка **(2,5)**. Для нее оценка равна **-1**. Строим для нее цикл, помечая клетки цикла знаками "плюс" и "минус".

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | Запасы груза |
| **B1** | **B2** | **B3** | **B4** | **B5** |
| **A1** | |  |  | | --- | --- | |  | 14 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 17 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | | **+** | 5 | | **270** |  | | |  |  | | --- | --- | | **-** | 3 | | **100** |  | | 370 |
| **A2** | |  |  | | --- | --- | |  | 21 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | | **-** | 10 | | **120** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 7 | | **330** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 11 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | | **+** | 6 | |  |  | | 450 |
| **A3** | |  |  | | --- | --- | |  | 3 | | **300** |  | | |  |  | | --- | --- | | **+** | 5 | | **160** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | | **-** | 4 | | **20** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 9 | |  |  | | 480 |
| Потребность | 300 | 280 | 330 | 290 | 100 |  |

Перемещаем по циклу груз величиной в 20 единиц, прибавляя эту величину к грузу в клетках со знаком "плюс" и отнимая ее от груза в клетках со знаком "минус". В результате перемещения по циклу получим новый план:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | Запасы груза |
| **B1** | **B2** | **B3** | **B4** | **B5** |
| **A1** | |  |  | | --- | --- | |  | 14 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 17 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 5 | | **290** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 3 | | **80** |  | | 370 |
| **A2** | |  |  | | --- | --- | |  | 21 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 10 | | **100** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 7 | | **330** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 11 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 6 | | **20** |  | | 450 |
| **A3** | |  |  | | --- | --- | |  | 3 | | **300** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 5 | | **180** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 4 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 9 | |  |  | | 480 |
| Потребность | 300 | 280 | 330 | 290 | 100 |  |

**Целевая функция F= 6920**

Значение целевой функции изменилось на 20 единиц по сравнению с предыдущим этапом.

**Этап 6**

Полагая потенциал U1=0, определяем остальные потенциалы из соотношения **Ui+Vj=Ci,j(i=1..m, j=1..n)**, просматривая все занятые клетки.

Потенциалы **Ui, Vj**: U1=0 V4=C1,4-U1= **5** V5=C1,5-U1= **3** U2=C5,2-V5= **3** V2=C2,2-U2= **7** V3=C2,3-U2= **4** U3=C2,3-V2= **-2** V1=C3,1-U3= **5** Определяем значения оценок **Si,j=Ci,j-(Ui+Vj)** для всех свободных клеток (*неоптимальные выделены красным цветом*) S1,1 = c1,1 - (u1 + v1) = 9. S1,2 = c1,2 - (u1 + v2) = 1. S1,3 = c1,3 - (u1 + v3) = 13. S2,1 = c2,1 - (u2 + v1) = 13. S2,4 = c2,4 - (u2 + v4) = 3. S3,3 = c3,3 - (u3 + v3) = 6. S3,4 = c3,4 - (u3 + v4) = 1. S3,5 = c3,5 - (u3 + v5) = 8. Так как все оценки **Si,j**>=0, то полученный план является оптимальным. Транспортная задача решена.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Потребитель | | | | | Запасы груза |
| **B1** | **B2** | **B3** | **B4** | **B5** |
| **A1** | |  |  | | --- | --- | |  | 14 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 17 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 5 | | **290** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 3 | | **80** |  | | 370 |
| **A2** | |  |  | | --- | --- | |  | 21 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 10 | | **100** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 7 | | **330** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 11 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 6 | | **20** |  | | 450 |
| **A3** | |  |  | | --- | --- | |  | 3 | | **300** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 5 | | **180** |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 8 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 4 | |  |  | | |  |  | | --- | --- | |  | 9 | |  |  | | 480 |
| Потребность | 300 | 280 | 330 | 290 | 100 |  |

**Целевая функция F= 6920**