Министерство образования и науки Украины

Донбасская государственная машиностроительная академия

**Контрольная работа**

**по дисциплине: «Эконометрика»**

Выполнил:

студент гр. ПВ 09-1з

Измайлов А.О.

Проверила:

Гетьман И.

Краматорск 2010

**1. Теоретический вопрос**

Область прогноза для однофакторной и двухфакторной модели. Точечный прогноз на основании линейной прогрессии.

Область прогнозов находится так: среди выборочных х находят xmin и xmax. Отрезок прямой, заключенный между ними называется областью прогнозов.

xmin

xmax

Область прогноза

Прогнозируемый доверительный интервал для любого х такой .

Совокупность доверительных интервалов для всех х из области прогнозов образует доверительную область, которая представляет область заключения между двумя гиперболами. Наиболее узкое место в точке .

y=b0+b1x



xmin

xmax



Прогноз для произвольного х дает интервал, в который с вероятностью γ попадает неизвестное . Т.е. прогноз при заданном х составит от  до  с гарантией .

*Максимальная ошибка прогноза.*

Выборочные значения yi равны , где  коэффициенты регрессии для всей генеральной совокупности,  - случайная величина, значение которой мы определить не можем, так как не знаем .

Для неизвестных коэффициентов  могут быть найдены доверительные интервалы, в которые с надежностью γ попадают : , .

Геометрический смысл коэффициента  - ордината пересечения прямой регрессии с осью 0Y, коэффициента  - угловой коэффициент прямой регрессии. Вследствие этого возникает следующая ситуация:

y=b0+b1x



δy

xпр



yпр

δy

b0

ϕ

tgϕ=b1+δβ1

ϕ

tgϕ=b1-δβ1

tgϕ=b1+δβ1

b0+δβ0

b0-δβ0

Истинная прямая регрессии может с вероятностью γ занимать любое положение в доверительной области.

Наиболее максимальное отклонение от расчетного значения -  или . Найдем ошибку прогноза для каждого из значений:

, .

Т.е. максимальная ошибка прогноза в процентах составляет: , т.е. чем больше полуширина доверительного интервала, тем больше ошибка. Ширина доверительного интервала возрастает с ростом коэффициента доверия и уменьшается с ростом объема выборки со скоростью . Т.е. увеличив объем выборки в 4 раза, в 2 раза сузим доверительный интервал, т.е. в 2 раза уменьшим ошибку прогноза. С уменьшением коэффициента доверия уменьшается ошибка прогноза, но растет вероятность того, что истинное значение не попадет в доверительный интервал.

## Прогноз на основании линейной модели для двуфакторной модели.

Целью регрессионного анализа является получение прогноза с доверительным интервалом. Прогноз делается по уравнению регрессии

(1)

Точка прогноза  из *p*-мерного пространства с координатами  выбирается из области прогноза. Если, например, модель двухфакторная , то область прогноза определяется прямоугольником, представленным на рис. 1.

x1min

x1max

x2min

x2max

Рис. 1

Т.е. область прогноза определяется системой неравенств:



Чтобы получить формулу для вычисления полуширины δ доверительного интервала, нужно перейти к матричной форме записи уравнения регрессии.

## Матричная запись многофакторной регрессии

Данные для построения уравнения регрессии, сведем в таблицу:

Таблица 1

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № набл | Y | X1 | X2 | … | Xp |
| 1 | y1 | x11 | x12 |  | x1p |
| 2 | y2 | x21 | x22 |  | x2p |
|  |  |  | … |  |  |
| n | yn | xn1 | xn2 |  | xnp |

(2)

Подставляя в уравнение (2) значения из каждой строки таблицы, получим *n* уравнений.

(2)

ei – случайные отклонения (остатки), наличие которых объясняется тем, что выборочные точки не ложатся в точности на плоскость (1), а случайным образом разбросаны вокруг нее.



Чтобы записать систему (2) в матричном виде, вводим матрицу **X**, составленную из множителей при коэффициентах *b1, b2, …, bp*.

Матрица . Размерность матрицы n×p+1.

Еще вводятся матрицы:

Вектор столбец , , , размерностью n×1.

Тогда в матричной форме уравнение регрессии записывается так:

.

Полуширина доверительного интервала рассчитывается по формуле:

,

где  - среднее квадратическое отклонение остатков;

 - критическая точка распределения Стьюдента, соответствующая уровню доверия γ=(0.95, 0.99, 0.999) и степени свободы k=n-p-1.

вектор  точка из области прогноза.

**2. Задача**

Найдите коэффициент эластичности для указанной модели в заданной точке x. Сделать экономический вывод.



X=1

1. Найдем производную функции ,
2. Найдем эластичность. , тогда
3. Коэффициент эластичности для точки прогноза:

X=1



Коэффициент эластичности показывает, что при изменении фактора X =1 на 1% показатель Y уменьшится на 0,5%.

**3. Задача**

Для представленных данных выполнить следующее задание:

1. Провести эконометрический анализ линейной зависимости показателя от первого фактора. Сделать прогноз для любой точки из области прогноза, построить доверительную область. Найти коэффициент эластичности в точке прогноза.

2. Провести эконометрический анализ нелинейной зависимости показателя от второго фактора, воспользовавшись подсказкой. Сделать прогноз для любой точки из области прогноза, построить доверительную область. Найти коэффициент эластичности в точке прогноза.

3. Провести эконометрический анализ линейной зависимости показателя от двух факторов. Сделать точечный прогноз для любой точки из области прогноза. Найти частичные коэффициенты эластичности в точке прогноза.

Производительность труда, фондоотдача и уровень рентабельности по плодоовощным консервным заводам области за год характеризуются следующими данными:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № района | Фактор | | Уровень убыточности продукции животноводства % |
| Удельный вес пашни в сельскохозяйственных угодьях % | Удельный вес лугов и пастбищ % |
|
|
| 1 | 80 | 20 | 20 |
| 2 | 87,2 | 12,8 | 37,5 |
| 3 | 90,8 | 9,2 | 43,4 |
| 4 | 94,7 | 11,3 | 45,6 |
| 5 | 81,4 | 18,6 | 23,4 |
| 6 | 79,2 | 10,8 | 25 |
| 7 | 71,3 | 28,7 | 17,2 |
| 8 | 86,2 | 13,8 | 33,3 |
| 9 | 71,4 | 28,6 | 15 |
| 10 | 77,7 | 22,9 | 18,7 |
| 11 | 75,4 | 14 | 24,8 |
| 12 | 77,9 | 13 | 34,5 |
| 13 | 87,2 | 12,8 | 33,1 |
| 14 | 68,1 | 25 | 19,2 |
| 15 | 86,2 | 13,8 | 31,8 |

Нелинейную зависимость принять 

Обозначим вес пашни в с/х % – Х, уровень убыточности (%) – У. Построим линейную зависимость показателя от фактора. Найдем основные числовые характеристики. Объем выборки n=15 – суммарное количество наблюдений. Минимальное значение Х=68,1, максимальное значение Х=94,7, значит, удельный вес пашни меняется от 68,1 до 94,7 %. Минимальное значение У=15, максимальное значение У=46,5, уровень убыточности животноводства от 15 до 46,5%. Среднее значение . Среднее значение пашни составляет 80,1%, среднее значение уровня убыточности составляет 28,2%. Дисперсия = **58,83**, = 92,965. Среднеквадратическое отклонение  7,67, значит среднее отклонение пашни от среднего значения, составляет 7,67%., 9,64, значит среднее отклонение уровня убыточности от среднего значения, составляет 9,64%. Определим, связаны ли Х и У между собой, и, если да, то определить формулу связи. По таблице строим корреляционное поле (диаграмму рассеивания) – нанесем точки  на график. Точка с координатами =(80; 27,08) называется центром рассеяния. По виду корреляционного поля можно предположить, что зависимость между y и x линейная. Для определения тесноты линейной связи найдем коэффициент корреляции: =0,88 Так как  то линейная связь между Х и У достаточная. Пытаемся описать связь между х и у зависимостью. Параметры b0, b1 находим по МНК.  Так как b1>0, то зависимость между х и y прямая: с ростом пашни уровень убыточности животноводства возрастает. Проверим значимость коэффициентов *bi*. Значимость коэффициента b может быть проверена с помощью критерия Стьюдента:

 -4,608. Значимость  равна 0,000490101, т.е практически 0%. Коэффициент *b0* статистически не значим.

6,744. Значимость  равна 1,375·10-5, т.е 0%, что меньше, чем 5%. Коэффициент *b1* статистически значим. Получили модель зависимости уровня пашни от убыточности животноводства 

После того, как была построена модель, необходимо проверить ее на адекватность.

Для анализа общего качества оцененной линейной регрессии найдем коэффициент детерминации: =0,777. Разброс данных объясняется линейной моделью на 77,7% и на 22,3% – случайными ошибками. Качество модели плохое.

Проверим с помощью критерия Фишера.

Для проверки найдем величины: 1012,166 и 1012,166. Вычисляем k1=1, k2=13. Находим наблюдаемое значение критерия Фишера 45.48. Значимось этого значения α=1,37610-5, т.е. процент ошибки равен 0%, что меньше, чем 5%. Модель  считается адекватной с гарантией более 95%.

Найдем прогноз на основании линейной регрессии. Выберем произвольную точку из области прогноза , х=80

Рассчитываем прогнозные значения по модели для всех точек выборки и для точки прогноза: 

Найдем полуширину доверительного интервала в каждой точке выборки *xпр*: ****

σе – средне квадратичное отклонение выборочных точек от линии регрессии

 4,72

ty = критическая точка распределения Стьюдента для надежности γ=0,9 и k2=13.

n =15.



или 

*xпр* – точка из области прогнозов.

Прогнозируемый доверительный интервал для любого х такой , где δ(х=80)=10,53, т.е. доверительный интервал для хпр=80 составит от 16,55 до 37,61 с гарантией 90%.

Совокупность доверительных интервалов для всех х из области прогнозов образует доверительную область.

Т.е. при пашни 80 % уровень убытка животноводства составит от 16% до 37,5%.

Найдем эластичность.

Для линейной модели 



Коэффициент эластичности показывает, что при изменении х=80 на 1% показатель y увеличивается на 3,29%.

## Обозначим пашни в с/х – Х, уровень убыточности – У. Построим нелинейную зависимость показателя от фактора вида . Найдем основные числовые характеристики. Объем выборки n=15 – суммарное количество наблюдений.

Минимальное значение Х=9.2, максимальное значение Х=28.7, значит, площадь пашен изменяется от 9.2 до 28.7%. Минимальное значение У=15, максимальное значение У=45.6, уровень убыточности животноводства изменяется от 15 до 45.6%. Среднее значение . Среднее значение пашни составляет 17.02%, среднее значение уровня убыточности животноводства составляет 28.17%.

Дисперсия =42.45, =92.965.

Среднеквадратическое отклонение 6.52, значит среднее отклонение объема пашни от среднего значения, составляет 6.52%, 9.64, значит среднее отклонение уровня убыточности животноводства от среднего значения, составляет 9.64%.

Определим, связаны ли Х и У между собой, и, если да, то определить формулу связи. По таблице строим корреляционное поле (диаграмму рассеивания) – нанесем точки  на график.

Точка с координатами =(17.02; 28.17) называется центром рассеяния.

По виду корреляционного поля можно предположить, что зависимость между y и x нелинейная.

Пытаемся описать связь между х и у зависимостью. Перейдем к линейной модели. Делаем линеаризующую подстановку: , . Получили новые данные U и V. Для этих данных строим линейную модель: 

Проверим тесноту линейной связи u и v. Найдем коэффициент корреляции: 0,864. Между u и v сильная линейная связь.

Параметры b0, b1 находим по МНК. 

Проверим значимость коэффициентов *bi*. Значимость коэффициента b может быть проверена с помощью критерия Стьюдента:

=0.845. Значимость  равна 0,413, т.е практически 41%. Коэффициент *b0* статистически не значим.

6.19 Значимость  равна 0,000032, т.е практически 0%. Коэффициент *b1* статистически значим.

Получили линейную модель 

После того, как была построена модель, необходимо проверить ее на адекватность.

Для анализа общего качества оцененной линейной регрессии найдем коэффициент детерминации: =0,747. Разброс данных объясняется линейной моделью на 75% и на 25% – случайными ошибками. Качество модели хорошее.

Проверим с помощью критерия Фишера.

Для проверки находим величины:  972.42 и 25.32. Вычисляем k1=1, k2=13. Находим наблюдаемое значение критерия Фишера 38.41. Значимось этого значения α=0,000032, т.е. процент ошибки практически равен 0%. Модель  считается адекватной с гарантией более 99%.

Так как линейная модель адекватна, то и соответствующая нелинейная модель тоже адекватна.

Находим параметры исходной нелинейной модели: *а=b1*=370.76; *b*= *b0*=3.53.

Вид нелинейной функции: .

Т.е. зависимость уровня убыточности от площади пашен имеет вид: .

Найдем прогноз на основании модели. Выберем произвольную точку из области прогноза [9.2; 28.7], х=15

Рассчитываем прогнозные значения по модели для всех точек выборки и для точки прогноза: 28.25

Найдем полуширину доверительного интервала в каждой точке выборки. Для этого найдем полуширину для линейной модели:

****

σе – средне квадратичное отклонение выборочных точек от линии регрессии 5.03



*uпр* – точка из области прогнозов. Прогнозируемый доверительный интервал для любого u такой 

Для нелинейной модели найдем доверительный интервал, воспользовавшись обратной заменой:  Совокупность доверительных интервалов для всех х из области прогнозов образует доверительную область.

Прогноз для х=15 составит от 17.03 до 39.48 с гарантией 90%.

Т.е. при площади пашен 15 уровень убыточности животноводства составит от 17.03% до 39.48%.

Найдем эластичность.

Коэффициент эластичности для точки прогноза:

,





Коэффициент эластичности для точки прогноза:



Коэффициент эластичности показывает, что при изменении площади паши 15 % на 1% уровень убыточности животноводства увеличивается на 13.12%.

Обозначим удельный вес пашни – Х1 %, удельный вес лугов и пастбищ - Х2 %, уровень убыточности продукции животноводства - У %. Построим линейную зависимость показателя от факторов. Найдем основные числовые характеристики. Объем выборки n=15 – суммарное количество наблюдений. Минимальное значение Х1=68.1, максимальное значение Х1=94.7, значит, удельный вес пашни изменяется от 68.1 до 94.7%. Минимальное значение Х2=9.2, максимальное значение Х2=28.7, значит, вес лугов и пастбищ изменяется от 9.2 до 28.7%. Минимальное значение У=15, максимальное значение У=45.6, уровень убыточности животноводства изменяется от 15 до 45.6%. Среднее значение .

Среднее значение веса пашни составляет 80.98 %, среднее значение веса лугов и пастбищ составляет 17.02, среднее значение уровня убыточности животноводства составляет 28.17%.

Дисперсия =58,83, =42,45 =92.96%.

Среднеквадратическое отклонение 7.67, значит среднее отклонение веса пашни от среднего значения, составляет 7.67%., среднеквадратическое отклонение 6.52, значит среднее отклонение удельного веса лугов и пастбищ от среднего значения, составляет 6.52%,9.65, значит среднее отклонение уровня убыточного животноводства от среднего значения, составляет 9.65%.

Прежде чем строить модель, проверим факторы на коллинеарность. По исходным данным строим корреляционную матрицу. Коэффициент корреляции между X1 и X2 равен 0,89. Так как , значит X1 и X2 – неколлинеарные

Определим, связаны ли Х1, Х2 и У между собой.

Для определения тесноты линейной связи найдем коэффициент корреляции: *r=*0,892. Так как  то линейная связь между Х1, Х2 и У достаточная.

Пытаемся описать связь между х и у зависимостью.

Параметры b0, b1,b2 находим по МНК. .

Проверим значимость коэффициентов *bi*.

Значимость коэффициента b может быть проверена с помощью критерия Стьюдента:

 -0,867. Значимость  равна 0.402, т.е приблизительно 40%. Так как это значение намного больше 5%, то коэффициент *b0* статистически не значим.

 3.04. Значимость  равна 0.0102, т.е 1%. Так как это значение меньше 5%, то коэффициент *b1* статистически значим.

-2.107. Значимость  равна 0.056, т.е 5%. Так как это значение больше 5%, то коэффициент *b2* статистически не значим.

Проверим адекватность.

Для анализа общего качества оцененной линейной регрессии найдем коэффициент детерминации: =0,8377. Разброс данных объясняется линейной моделью на 84% и на 16% – случайными ошибками. Качество модели хорошее.

Проверим с помощью критерия Фишера.

Для проверки найдем величины: 545.17 и 17.6. Вычисляем k1=2, k2=12. Находим наблюдаемое значение критерия Фишера 30.98 Значимость этого значения α=0.000018, т.е. процент ошибки равен 0,00018%. Так как это значение меньше 5%, то модель  считается адекватной с гарантией более 99%.

Получили модель зависимости уровня удельного веса пашни от удельного веса лугов и пастбищ и убыточности скотоводства 

Найдем прогноз на основании линейной регрессии. Выберем произвольную точку из области прогноза: х1=80, х2=30. Рассчитываем прогнозные значения по модели для всех точек выборки и для точки прогноза: 

Т.е. при удельном весе пашен 80% и весе лугов и пастбищ 30% уровень убыточности животноводства составит 19.86%.

Найдем эластичность по каждому фактору.

Для линейной модели

,

.

Коэффициент эластичности показывает, что увеличении пашен с 80 % на 1% и при уровне лугов 30 %, уровень убыточности увеличится с 19.86 грн на 2.89%.

Для линейной модели

,

.

Коэффициент эластичности показывает, что увеличении пашен с 80 % на 1% и при уровне лугов 30 %, уровень убыточности уменьшиться с 19.86 грн на 0.89%.

Для уменьшения убыточности животноводства целесообразней увеличивать вес лугов и пастбищ при неизменном весе пашен.

**Использованная литература**

1. Экономико-математические методы и прикладные модели: Учебное пособие для вузов / В.В. Федосеев, А.Н. Гармаш и др. - М.: ЮНИТИ, 1999. - 391 с.

2. Орлова И.В. Экономико-математические методы и модели. Выполнение расчетов в среде EXCEL. Практикум: Учебное пособие для вузов. - М.: Финстатинформ, 2000.- 136 с.

3. Компьютерные технологии экономико-математического моделирования: Учебное пособие для вузов / Д.М. Дайитбегов, И.В. Орлова. - М.: ЮНИТИ, 2001.

4. Эконометрика: Учебник / Под ред. И.И. Елисеевой. - М.: Финансы и статистика, 2001.

5. Практикум по эконометрике: Учебное пособие / Под ред. И.И. Елисеевой - М.: Финансы и статистика, 2001.