Содержание

[Задание 1 2](#_Toc142192689)

[Задание 2 6](#_Toc142192690)

[Задание 3 8](#_Toc142192691)

[Задание 4 10](#_Toc142192692)

[Задание 5 13](#_Toc142192693)

[Список литературы 17](#_Toc142192694)

Задание 1

1. Определите, на какой диаграмме показаны временные данные, а на какой пространственные (рис.1 и рис. 2).



Рисунок 1 – Структура использования денежных доходов за 2001 г



Рисунок 2 – Структура использования денежных доходов за 2001 г

Ответ:

Прогнозы часто осуществляются на основе некоторых статистических показателей, которые изменяются во времени. Если эти показатели имеют значения на определенные промежутки времени, следующие друг за другом, то образуются некоторые ряды данных с определенными тенденциями. Ряд расположенных в хронологической последовательности значений статистических показателей, представляют собой временной (динамический) ряд.

Динамическим рядом называется ряд чисел или ряд однородных статистических величин, показывающих изменения размеров какого-либо явления или признака во времени.

Каждый временной ряд состоит из двух элементов: отрезки времени (периоды), в рамках которых был зафиксирован определенный статистический показатель и статистические показатели, характеризующие объект исследования (уровни ряда). Эти данные представлены на рис. 1.

На рис. 2 представлены пространственные данные, т.е. совокупность каких-либо параметров (в данном случае структуры денежных расходов) за один временной период (за декабрь).

2. Дайте определение регрессии.

Исследуя природу, общество, экономику, необходимо считаться со взаимосвязью наблюдаемых процессов и явлений. При этом полнота описания так или иначе определяется количественными характеристиками причинно-следственных связей между ними. Оценка наиболее существенных из них, а также воздействия одних факторов на другие является одной из основных задач статистики.

Задачи регрессионного анализа лежат в сфере установления формы зависимости, определения функции регрессии, использования уравнения для оценки неизвестных значений зависимой переменной.

Аппроксимация данных с учетом их статистических параметров относится к задачам регрессии. Они обычно возникают при обработке экспериментальных данных, полученных в результате измерений процессов или физических явлений, статистических по своей природе (как, например, измерения в радиометрии и ядерной геофизике), или на высоком уровне помех (шумов). Задачей регрессионного анализа является подбор математических формул, наилучшим образом описывающих экспериментальные данные.

Математическая постановка задачи регрессии заключается в следующем. Зависимость величины (числового значения) определенного свойства случайного процесса или физического явления Y от другого переменного свойства или параметра Х, которое в общем случае также может относиться к случайной величине, зарегистрирована на множестве точек xk множеством значений yk, при этом в каждой точке зарегистрированные значения yk и xk отображают действительные значения Y(хk) со случайной погрешностью k, распределенной, как правило, по нормальному закону. По совокупности значений yk требуется подобрать такую функцию f(xk, a0, a1, … , an), которой зависимость Y(x) отображалась бы с минимальной погрешностью. Отсюда следует условие приближения:

yk = f(xk, a0, a1, … , an) + k.

Функцию f(xk, a0, a1, … , an) называют регрессией величины y на величину х. Регрессионный анализ предусматривает задание вида функции f(xk, a0, a1, … , an) и определение численных значений ее параметров a0, a1, … , an, обеспечивающих наименьшую погрешность приближения к множеству значений yk. Как правило, при регрессионном анализе погрешность приближения вычисляется методом наименьших квадратов (МНК). Для этого выполняется минимизация функции квадратов остаточных ошибок:

a0, a1, … , an) =[f(xk, a0, a1, … , an) - yk]2.

Для определения параметров a0, a1, … , an функция остаточных ошибок дифференцируется по всем параметрам, полученные уравнения частных производных приравниваются нулю и решаются в совокупности относительно всех значений параметров. [3]

Таким образом, регрессия – это односторонняя вероятностная зависимость между случайными величинами: y = f(x)

3. Определите виды регрессий:

y = 12,5 – 1,44 x1 + 5 x2 – 2.27 x3 + e

y = 1/ (11+10,.45x1 – 9,44 x2 + 3.33 x3 – 1.37x4 + e)

y = e45.45+100x + e

Покажите, где здесь результирующая, а где объясняющие переменные. Что обозначает е в уравнениях регрессии?

Виды регрессии обычно называются по типу аппроксимирующих функций: полиномиальная, экспоненциальная, логарифмическая и т.п.

Таким образом, можно говорить о том, что

y = 12,5 – 1,44 x1 + 5 x2 – 2.27 x3 + e – это полиномиальная регрессия

y – результирующая переменная

x1, x2, x3 - объясняющие переменные

e – ошибка регрессии

y = 1/ (11+10,.45x1 – 9,44 x2 + 3.33 x3 – 1.37x4 + e) - это гипербола

y – результирующая переменная

x1, x2, x3, х4 - объясняющие переменные

e – ошибка регрессии

y = e45.45+100x + e – это экспоненциальная регрессия

y – результирующая переменная

x - объясняющая переменные

e – ошибка регрессии

Задание 2

1. Дайте определение парной регрессии.

Аналитическое выражение связей между признаками может быть представлена виде уравнений регрессии:

yx = a0+a1x

где х – значение факторного признака

у – значение результативного признака (эмпирические)

ух – теоретические значения результативного признака, полученные по уравнению регрессии.

а0 и а1 – это коэффициенты регрессии, которые определяются путем решения следующей системы уравнений:

na0+a1∑x = ∑y

a0∑x+a1∑x = ∑xy2

В основе решения данной системы уравнений лежит метод наименьших квадратов, сущность которого заключается в минимизации суммы квадратов отклонений эмпирических значений признака от теоретических, полученных по уравнению регрессии:

∑(yi-yx)2 → min

а0 - показывает влияние неучтенных в модели факторов и четкой интерпретации не имеет

а1 – показывает на сколько в среднем изменяется значение результативного признака при изменении факторного признака на единицу собственного измерения [5]

2. По Российской Федерации за 2001 год известны значения двух признаков (табл. 1):

Таблица 1

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Месяц | Расходы на покупку продовольственных товаров в общих расходах, % (y) | Средний денежный доход на душу населения, руб. (x) |
| Январь | 69 | 1954,7 |
| Февраль | 65,6 | 2292,0 |
| Март | 60,7 | 2545,8 |
| Апрель | … | … |
| Май | … | … |
| Июнь | … | … |
| Июль | … | … |
| Август | … | … |
| Сентябрь | … | … |
| Октябрь | 53,3 | 3042,8 |
| Ноябрь | 50,9 | 3107,2 |
| Декабрь | 47,5 | 4024,7 |

Для оценки зависимости y от x построена парная линейная регрессионная модель с помощью метода наименьших квадратов:

y = a + bx + e, где а = 196/4, b = 1/196

Парный коэффициент корреляции rxy = 1/ (-196) \* 78

Средняя ошибка аппроксимации: А = 196/46 + 4,6

Известно, что Fтабл. = 4,96, а Fфакт = 196/2 + 5

Определите коэффициент детерминации. Определите линейную модель через среднюю ошибку аппроксимации и F-критерий Фишера.

Решение:

Найдем коэффициенты парной линейной регрессионной модели:

а = 196/4 = 49

b = 1/196 = 0,0051

Получим уравнение регрессии:

y = 49 + 0,0051x + e,

Значит, с увеличением среднего денежного дохода на 1 руб. доля расходов на покупку продовольственных товаров снижается в среднем на 0,0051 %.

Линейный коэффициент парной корреляции

rxy = 1/ (-196) \* 78 = -0,39

(связь умеренная, обратная)

Найдем коэффициент детерминации

rxy2 = (-0,39)2 = 0,158. Вариация результата на 15,8 % объясняется вариацией фактора x.

Средняя ошибка аппроксимации А = 196/46 + 4,6 = 8,86, что говорит о высокой ошибке аппроксимации (недопустимые пределы). В среднем расчетные значения отклоняются от фактических на 8,86 %.

Проверяем F-критерий Фишера. Для этого сравним Fтабл. и Fфакт.

Fтабл. = 4,96

Fфакт.=103

Fтабл. < Fфакт. (4,96<103), значит гипотеза о случайной природе оцениваемых характеристик отклоняется и признается их статистическая значимость и надежность с вероятностью 0,95.

Вывод: линейная парная модель плохо описывает изучаемую закономерность.

Задание 3

В табл. 2 приведены данные, формирующие цену на строящиеся квартиры в двух различных районах.

Таблица 2

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Район, а/б | Жилая площадь, м2 | Площадь кухни, м2 | Этаж, средние/крайние | Дом, кирпич/панель | Срок сдачи, через сколько мес. | Стоимость квартиры, тыс. долл |
| 1 | 17,5 | 8 | 1 | 1 | 6 | 17,7 |
| 1 | 20 | 8,2 | 1 | 2 | 1 | 31,2 |
| 2 | 23,5 | 11,5 | 2 | 2 | 9 | 13,6 |
| … | … | … | … | … | … | … |
| 1 | 77 | 17 | 2 | 1 | 1 | 56,6 |
| 2 | 150,5 | 30 | 2 | 2 | 2 | 139,2 |
| 2 | 167 | 31 | 2 | 1 | 5 | 141,5 |

Имеется шесть факторов, которые могут оказывать влияние на цену строящегося жилья:

район, где расположена строящаяся квартира (а или б);

жилая площадь квартиры;

площадь кухни;

этаж (средний или крайний);

тип дома (панельный или кирпичный);

срок сдачи квартиры (через сколько месяцев).

Определите минимальный объем выборки Nmin. Для оценки зависимости y от х построена линейная множественная регрессионная модель с помощью метода наименьших квадратов:

y = a0 + a1x1 + a2x2 + a3x3 + a4x4 + a5x5 + a6x3 + e

где a0 = -196/11,5

a1 = -196/8-10

a2 = 1/196+0,79

a3 = 0,1-1/196

a4 = 196/5 - 16

a5 = 0,12\*196

a6 = 1/196-0,4

Какие фиктивные переменные были использованы в модели? Дайте экономическую интерпретацию полученной модели.

Решение:

Найдем минимальный объем выборки Nmin. Число факторов, включаемых в модель, m = 6, а число свободных членов в уравнении n = 1.

Nmin. = 5 (6+1) = 35

Найдем коэффициенты линейной множественной модели:

a1 = -196/8-10 = -34,5

a2 = 1/196+0,79 = 0,79

a3 = 0,1-1/196 = 0,095

a4 = 196/5 – 16 = 23,2

a5 = 0,12\*196 = 23,52

a6 = 1/196-0,4 = -0,39

Получили уравнение регрессии:

y = a0 – 34,55x1 + 0,79x2 + 0,095x3 + 23,2x4 + 23,52x5 -0,39x3 + e

Экономическая интерпретация полученной модели: квартиры в районе а стоят на 34,55% дешевле, чем в районе b. При увеличении жилой площади на 0,79 % стоимость квартиры возрастает на 0,095 %. Квартиры на средних этажах стоят на 0,095 % дороже, чем на крайних. Квартиры в кирпичных домах стоят на 23,2 % дороже, чем в панельных. При увеличении срока сдачи дома на 1 % стоимость квартиры уменьшается на 0,39%.

Фиктивные переменные – это район (принимает значения а или б), этаж (средний или крайний); тип дома (панельный или кирпичный).

Задание 4

Постройте модель сезонных колебаний дохода торгового предприятия, используя первую гармонику ряда Фурье, по данным, приведенным в табл. 2, изобразите графически.

Таблица 2

|  |  |
| --- | --- |
| Месяц | Доход, тыс. руб. |
| Январь | 58,33+112\* (1/196) = 58,90 |
| Февраль | 52+112\* (1/196) = 52,57 |
| Март | 43,67+112\* (1/196) = 44,24 |
| Апрель | 41,02+112\* (1/196) = 41,59 |
| Май | 42,77+112\* (1/196) = 43,34 |
| Июнь | 50,01+112\* (1/196) = 50,58 |
| Июль | 56,6+112\* (1/196) = 57,17 |
| Август | 64,74 + 112\* (1/196) = 65,31 |
| Сентябрь | 71,04+112\* (1/196) = 71,61 |
| Октябрь | 73,54+112\* (1/196) = 74,11 |
| Ноябрь | 72,16+112\* (1/196) = 72,73 |
| Декабрь | 66,3+112\* (1/196) = 66,87 |

Воспользуйтесь вспомогательной таблицей 3.

Таблица 3

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| t | соs t | sin t |
| 0 | 1,00 | 0,00 |
| 0,523599 | 0,87 | 0,50 |
| 1,047198 | 0,50 | 0,87 |
| 1,570796 | 0,00 | 1,00 |
| 2,0944395 | -0,50 | 0,87 |
| 2,617994 | -0,87 | 0,50 |
| 3,141593 | -1,00 | 0,00 |
| 3,665191 | -0,87 | -0,50 |
| 4,18879 | -0,50 | -0,87 |
| 4,712389 | 0,00 | -1,00 |
| 5,235988 | 0,50 | -0,87 |
| 5,759587 | 0,87 | -0,50 |

Решение:

Если мы рассматриваем год как цикл, то n = 12. Параметры уравнения могут быть найдены по формулам:

a0 = ∑y/n

a1 =2/n ∑y соs t

b1 =2/n ∑y sin t

Составим вспомогательную табл. 4.

Таблица 4

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Доход, тыс. руб. | соs t | y соs t | sin t | y sin t |
| 58,90 | 1,00 | 58,85 | 0,00 | 0,00 |
| 52,57 | 0,87 | 45,69 | 0,50 | 26,26 |
| 44,24 | 0,50 | 22,09 | 0,87 | 38,44 |
| 41,59 | 0,00 | 0,00 | 1,00 | 41,54 |
| 43,34 | -0,50 | -21,64 | 0,87 | 37,66 |
| 50,58 | -0,87 | -43,96 | 0,50 | 25,56 |
| 57,17 | -1,00 | -57,12 | 0,00 | 0,00 |
| 65,31 | -0,87 | -56,77 | -0,50 | -32,63 |
| 71,61 | -0,50 | -35,78 | -0,87 | -62,26 |
| 74,11 | 0,00 | 0,00 | -1,00 | -74,06 |
| 72,73 | 0,50 | 36,34 | -0,87 | -63,23 |
| 66,87 | 0,87 | 58,13 | -0,50 | -33,41 |
| ∑= 699,02 |  | 5,83 |  | 96,13 |

Получили:

a0 = 699,02/12 = 58,25

a1 =2/12 \*5,83 = 0,97

b1 =2/12 \*96,13 = 16,02

Получили

yt = 58,25+0,97 соs t + 16,02 sin t

Подставим фактические значения t в полученную первую гармонику ряда Фурье (табл. 5).

Таблица 5

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Месяц | t | yt |
| Январь | 0 | 58,25+0,97\*1 +16,02 \*0 = 59,22 |
| Февраль | 0,523599 | 58,25+0,97\*0,87 +16,02 \*0,5 = 67,1 |
| Март | 1,047198 | 58,25+0,97\*0,5 +16,02 \*0,87 = 72,67 |
| Апрель | 1,570796 | 58,25+0,97\*0 +16,02 \*1 = 74,27 |
| Май | 2,0944395 | 58,25+0,97\*(-0,5) +16,02 \*0,87 = 71,7 |
| Июнь | 2,617994 | 58,25+0,97\*(-0,87) +16,02 \*0,5 = 65,41 |
| Июль | 3,141593 | 58,25+0,97\*(-1) +16,02 \*0 = 57,28 |
| Август | 3,665191 | 58,25+0,97\*(-0,87) +16,02 \*(-0,5) = 49,40 |
| Сентябрь | 4,18879 | 58,25+0,97\*(-0,5) +16,02 \*(-0,87) = 43,82 |
| Октябрь | 4,712389 | 58,25+0,97\*(0) +16,02 \*(-1) = 42,23 |
| Ноябрь | 5,235988 | 58,25+0,97\*(0,5) +16,02 \*(-0,87) = 44,79 |
| Декабрь | 5,759587 | 58,25+0,97\*(0,87) +16,02 \*(-0,5) = 51,08 |

Строим график исходных данных и первой гармоники ряда Фурье (рис. 3)



Рисунок 3 – Первая гармоника ряда Фурье

Задание 5

В торгово-розничную сеть поступило 3 вида взаимозаменяемой продукции разных производителей: А1, А2, А3. Предположим, что покупатели приобретают продукцию только одного из них. Пусть в среднем они стремятся поменять ее не более одного раза в год, и вероятности таких изменений постоянны.

Результаты маркетинговых исследований покупательского спроса на продукцию дали следующее процентное соотношение:

Х1 % покупателей продукции А1 переходит на продукцию А2,

Х2 % покупателей продукции А2 - на продукцию А3,

Х3 % покупателей продукции А3 – на продукцию А1,

Где Х1 = (196 – 90)/3

Х2 = (315-196)/5

Х3 = (196 – 90)/4

Требуется:

Построить граф состояний

Составить матрицу переходных вероятностей для средних годовых изменений

Предположить, что общее число покупателей постоянно, и определить, какая доля из их числа будет покупать продукцию А1, А2 и А3 через 2 года

Определить, какая продукция будет пользоваться наибольшим спросом

Решение:

Найдем значения Х1, Х2 и Х3.

Х1 = (196 – 90)/3 = 35,33

Х2 = (315-196)/5 = 24

Х3 = (196 – 90)/4 = 26,5

Построим граф состояний (рис. 4):

0,3533

0,24

0,265

Рисунок 4 – Граф состояний системы

Составим матрицу переходных вероятностей:

||Pij|| =  = 

Зададим вектор начальных вероятностей

Р(0) = 

Т.е. Р1 (0) = 1

Р2 (0) = 1

Р3(0) = 1

Определим вероятности состояния Рi (k) после первого шага (после первого года):

Р1(1) = Р1(0)Р11 + Р2(0)Р21 + Р3(0)Р31 = 1\*0,647 + 1\*0 + 1\*0,265 = 0,912

Р2(1) = Р1(0)Р12 + Р2(0)Р22 + Р3(0)Р32 = 1\*0,353 + 1\*0,76 + 1\*0 = 1,113

Р3(1) = Р1(0)Р13 + Р2(0)Р23 + Р3(0)Р33 = 1\*0+ 1\*0,24 + 1\*0,735 = 0,975

Определим вероятности состояний после второго шага (после второго года):

Р1(2) = Р1(1)Р11 + Р2(1)Р21 + Р3(1)Р31 = 0,912\*0,647 + 1,113\*0 + 0,975\*0,265 = 0,848

Р2(2) = Р1(1)Р12 + Р2(1)Р22 + Р3(1)Р32 = 0,912\*0,353 + 1,113\*0,76 + 0,975\*0 = 1,167

Р3(1) = Р1(1)Р13 + Р2(1)Р23 + Р3(1)Р33 = 0,647\*0+ 1,113\*0,24 + 0,975\*0,735 = 0,983

Вывод: через два года 84,8% покупателей будут приобретать продукцию А1, около 98,3 % покупателей – А3, число покупателей продукции А2 увеличится в 1,67 раза.

Продукция А2 будет пользоваться наибольшим спросом.

Список литературы

1. Бахтин А.Е. Математическое моделирование в экономике. Часть 1,2. – Новосибирск, 1995
2. Интрилигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория. – М., Прогресс,1975.
3. Кубонива Р. Математическая экономика на персональном компьютере. – М., Финансы и статистика,1991.
4. Лопатников Л.И. Экономико-математический словарь. – М., Наука,1987.
5. Рональд У. Ларсен. Инженерные расчеты в Excel : Научно-популярное издание. – М.: Издательский дом “Вильямс”, 2002. – 544 с.
6. Справочник по математике для экономистов. – М., Высшая школа,1987.
7. Эконометрика: Методические указания и задания контрольной работы/ Сост. канд.. тех.наук, доцент А.А. Алетдинова. – Новосибирск: СибУПК, 2003.