ЗАДАНИЕ №1

По предложенной выборке наблюдений результативного признака у и факторных признаков *х1,х2,х3* требуется с помощью корреляционного анализа выбрать факторные признаки для построения двухфакторной модели и пояснить свой выбор.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| n | *у* | *х1* | *х2* | *х3* |
| 1 | 88 | 38 | 54 | 87 |
| 2 | 71 | 49 | 92 | 57 |
| 3 | 62 | 44 | 74 | 68 |
| 4 | 49 | 78 | 76 | 42 |
| 5 | 76 | 62 | 41 | 76 |

Решение

Для получения искомых величин составим расчетную таблицу:



Получим: *x1 = 54,2, х2=67,4, х3= 66; у\*х1=3617; у\*х2=4542,4; у\*х3=4750,6; х1\*х2=3657,2; х1\*х3=3415,8; х2\*х3= 4256,4*

Рассчитаем r коэффициент корреляции между величинами *у и х1; у и х2; у и х3; х1 и х2; х2 и х3; х1 и х3;*

*Cov (x\*у)= х\*у –х\*у*

*Cov (x1\*у)=3617-54.2\*69.2 =-133,64*

*Cov (x2\*у)=4542,4-67,4\*69,2 =-121,68*

*Cov (x3\*у)=4750,6-66\*69,2 =183,4*

*Rх1у = cov(х1;у) = -133,64 = -133,64 =- 0,712*

*Var(x1)Var(y) 204,16\*172,56 187,696*

*Rх2у = cov(х2;у)=-121,68= -121,68 = -0,5179*

*Var(x2)Var(y) 319,84\*172,56 234,928*

*Rх3у = cov(х3;у)=183,4 =183,4 = 0,900*

*Var(x3)Var(y) 240,4\*172,56 203,675*

*Cov (x1\*x2)=x1\*x2-x1\*x*

*Cov(x1\*x2)=3657,2-54,2\*67,4=4,12*

*Cov(x1\*x3)=3415,8-54,2\*66=-161,4*

*Cov(x2\*x3)==4256,4-67,4\*66=-192*

*Rх1х2 = cov(х1;х2)=4,12= 4,12 = 0,016*

*Var(x1)Var(х2) 204,16\*319,84 255,5357*

*Rх1х3 = cov(х1;х3) = -161,4 = -161,4 = -0,728*

*Var(х1)Var(х3) 204,16\*240,4 221,54*

*Rх2х3 = cov(х2;х3) = -192 = -192 = -0,692*

*Var(х2)Var(х3) 240,4\*319,84 277,288*

Построим расчетную таблицу для двухфакторной модели

**

Для построения двухфакторной модели по модулю подходят х1 и х3 т.к у них более высокий показатель, но по факторному признаку х1 и х3> 0,6 значит выбираем х1 и х2

ЗАДАНИЕ № 2

Результаты обследования десяти статистически однородных филиалов фирмы в таблице (цифры условные). Требуется:

А. Построить модель парной линейной прогрессии производительности труда от фактора фондовооруженности, определить коэффициент регрессии, рассчитать парный коэффициент корреляции, оценить тесноту корреляционной связи, найти коэффициент эластичности и бета – коэффициент: пояснить экономический смысл всех коэффициентов;

Б. Построить модель множественной линейной регрессии производительности труда от факторов фондо- и энерго- вооруженности, найти все коэффициенты корреляции и детерминации, коэффициенты эластичности и - коэффициенты, пояснить экономический смысл всех коэффициентов.



Решение

А. Обозначим производительность труда через *у* – резтивный признак, два других признака фондовооруженость и энерговооруженность будут фак.х1 и х2. Рассмотрим линейную модель зависимости производительности труда – *у* от величины фондовооруженности – *х*1 это модель выражения линейной функции *f* вида у = а0 + а1\*х1, параметры которой находят в результате решения системы нормального уровня, сформированных на основе метода наименьших квадратов, суть которого заключается в то, что бы сумма квадратов отклонений фактических уравнений ряда от соответствующих, выровненных по кривой роста значений была наименьшей.

а0\*n+а\_х1=\_у

а0\*\_х1+а1\*\_х1^2=\_(у\*х1),

где суммирование приводится по всем

- n- группам,

- параметры *а*0 и *а*1можно рассчитать по формуле:

*а*1= *cov*(х1\*у) = *ух*1-*ух*1

*var*(х1) *х*2-2/*х*1

*а*0 = *у*-*а*1\**х*

10\**а*0+396\**а*1 = 959

396\**а*0+15838\**а*1 = 38856

Составим расчетную таблицу



Из расчета таблицы имеем

*ух*1 = 3885,60

*х*1 = 1583,80

Дополнительно рассчитываем

*ух*1 = 95,9\*39,6 = 3797,64

*х*1 = (39,6)^2 = 1568.16

*а*1 = 3885,6-3797,64 = 87,96 = 5,624040

1583,8-1568,16 15,64

*а*0 = 95,9-5,624040\*39,6 = -126,81,

таким образом однофакторная модель имеет вид:

*у* регр = *а*0+*а*1\**х*1

*у* регр = -126,812+5624041\**х*1

Полученное уравнение является уравнением парной регрессии, коэффициента *а*1 в этом уравнении называется коэффициентом регрессии. Знак этого коэффициента определяется направлением связи между *у* и *х*2. В нашем случае эта связь образуется *а*1 = +5,624040(+) – связь прямая.

*у*

*х*

Теснота связи между у и х1 определяется коэффициентом корреляции:

rух1 = V1-о у регр.^ 2/ оу^2 , где оу – средняя квадратная ошибка выборки у из значений таблицы

|  |  |
| --- | --- |
| rух1 | 0.8809071 |

rух1 = V1-142.79937/637.49 = 0.8809071

Чем ближе коэффициент корреляции к единице, тем теснее корреляционная связь: rух1=0,881, следовательно, связь между производительностью труда и фондовооруженностью достаточно тесная.

Коэффициент детерминации rух1^2

|  |  |
| --- | --- |
| rух1^2 | 0.7759974 |

Это означает, что фактором фондовооруженности можно объяснить 77,6% изменения производительности труда.

Коэффициент эластичности Эух1 = а1\*х1 ср./ у ср.; Эух1 = 5,624040\*39,6/95,9

|  |  |
| --- | --- |
| Эух1 | 2,322336 |

Это означает, что при увеличении фондовооруженности на 1%, производительность труда увеличится на 2,3223%.

Бета коэффициент \_ух1 = а1\*ох1/оу,

\_ух1 = 5,624040\*V15.64/ V637,49 = 0,8809072

|  |  |
| --- | --- |
| \_ух1 | 0,8809072 |

Это значит, что увеличение фондовооруженности на величину среднеквадратического отклонения этого показателя приведет к увеличению среднего значения производительности труда на 0,88 среднеквадратического отклонения.

Б. Модуль множественных регрессий рассматривается на периметре двухфакторной линейной модели, отражающей зависимость производительности труда у, от величины фондовооруженности (*х*1) и энерговооруженности (*х*2), модуль множественной регрессии имеет вид *у = а*0*+а*1*у*1*+а*2*х*2. Параметры модели *а*0,*а*1,*а*2, находятся путем решения системы нормальных уравнений:

*а*0\**n*+*а*1\*Σ*х*1+*а*2\*Σ*х*2=Σ*у*

*а*0\*Σ*х*1+*а*1*\**Σ*х*1^2+*а*2\*Σ(*х*1\**х*2) = Σ(*у\*х*1)

*а*0\*Σ*х*2*+а*1\*Σ(*х*1\**х*2)+а2\*Σ*х*2^2 = Σ*у*\**х*2)

10*\*а*0+396\**а*1+787\**а*2 = 959

396*\*а*0+15838\**а*1+31689\**а*2 = 38859

787*\*а*0+31689\**а*1+64005\**а*2 = 78094

Рассчитаем таблицу



Решаем систему нормальным уравнением,методом Гаусса (метод исключения неизвестных).

Разделим каждое уравнение системы на коэффициент при *а*0 соответственно:

*а*0+39,6\**а*1+78,7\**а*2 = 95,9

*а*0+39,994949\**а*1+80,022727\**а*2 = 98,128787

*а*0+40,26556\**а*1+81,327827\**а*2 = 99,229987

из первогоуравнения системы вычитаем второе уравнение системы

*а*0+39,6*а*+78,7*а*2 = 95,9

*а*0 +39,994949*а*1+30,022727*а*2 = 98,128787

-0,394949-1,322727 = -2,228787

Из первого вычитаем третье уравнение:

*а*0+39,6*а*+78,7*а*2 = 95,9

*а*0+40,26556\**а*1+81,327827\**а*2 = 99,229987

-0,665563-2,627827 = -3,329987

получим систему с двумя неизвестными

0,394949\**а*1+1,322727*а*2 = 2,228787

0,665565\**а*1+2,627827*а*2 = 3,329987

Делим каждое уравнение на β при *а*1 соответственно:

*а*1+3,349108*а*2 = 5,643227

*а*1+3,948265*а*2 = 5,003248

из первого вычитаем второе

-0,599157*а*2 *=* 0,639979

|  |
| --- |
| *а*2 = -1,0681323 |

Полученное значение *а*2 подставим в уравнение с двумя неизвестными:

*а*1+3,349108*а*2 = 5,643227

*а*1 = 5,643227-3,349108\*(-1,0681323)

*а*1 = 5,643227+3,577290

|  |
| --- |
| *а*1 =9,220517 |

Полученное значение *а*1 и *а*2 подставим в любое из уравнений с тремя неизвестными

*а*0+39,6*а*+78,7*а*2 = 95,9

*а*0 = 95,9-39,6 *а*1-78,7 *а*2

*а*0 = 95,9-39,6\*9,220517-78,7\*(-1,0681323)

*а*0 = 95,9-365,132473+84,062012

*а*0 = 185,170461

|  |
| --- |
| *а*0 = -185,170461 |

Получим модель:

у = *а*0+*а*1*х*1+*а*2*х*2

*у* = -185,170461+9,220517*х*1-1,0681323*х*2

Ответ: *у* = -185,170461+9,220517*х*1-1,0681323*х*2



Парные коэффициенты корреляции:

А. r*ух*1 = ((*у\*х*1)ср-*у*ср\**х*1ср)/(о*у*\*о*х*1)

|  |  |
| --- | --- |
| r*ух*1 | 0,881 |

Б. r*ух*2 = ((*у\*х*2)ср-*у*ср\**х*2ср)/(о*у*\*о*х*2), где о*х*2 = VΣ(*х*2-*х*2ср)^2/10

|  |  |
| --- | --- |
| r*ух*2 | 0,722 |
| о*х*2 | 14,38 |

В. r*х*1*х*2 = ((*х*1\**х*2)ср-*х*1ср\**х*2ср)/(о*х*1\*о*х*2)

|  |  |
| --- | --- |
| r*х*1*х*2 | 0,921 |

Чем ближе коэффициент корреляции к 1, тем теснее связь.

Коэффициент множественной корреляции:

А. r*ух*1*х*2 = V(r*ух*1^2+r*ух*2^2-2\*r*ух*1\*r*ух*2\*r*х*1*х*2)/(1-r*х*1*х*2^2)

|  |  |
| --- | --- |
| r*х*1*х*2 | 0,91 |

Таким образом, степень тесноты связи производительности труда с факторами фондовооруженности и энерговооруженности является высокой.

Совокупный коэффициент детерминации:

|  |  |
| --- | --- |
| *rух*1*х*2^2 | 0,829 |

Это означает, что совместное влияние двух факторов определяет 82,9% производительности труда.

Частные коэффициенты корреляции:

А*. rух*1(*х*2) = (r*ух*1-r*ух*2\*r*х*1*х*2)/V(1-r*ух*2^2)\*(1-r *х*1*х*2^2)

|  |  |
| --- | --- |
| *rух*1(*х*2) | 0,831 |

т.е. теснота связи между производительностью труда и фондовооруженностью, при энерговооруженности, значительная.

В. *Rух*2(*х*1) = (r*ух*2-r*ух*1\*r*х*1*х*2)/V(1-r*ух*1^2)\*(1-r *х*1*х*2^2)

|  |  |
| --- | --- |
| r*ух*2(*х*1) | -0,486 |

т.е. связи между производительностью труда и энерговооруженностью, при неизменной фондовооруженности, в данной выборке нет.

Частные коэффициенты эластичности:

А. э*ух*1(*х*2) = *а*1\**х*1ср/*у*ср

|  |  |
| --- | --- |
| э*ух*1(*х*2) | 3.807 |

т.е. при увеличении фондовооруженности на 1% и неизменной энерговооруженности, производительность труда увеличится на 3,807%.

Б. э*ух*2(*х*1) = *а*2\**х*2ср/*у*ср

|  |  |
| --- | --- |
| э*ух*2(*х*1) | -0,877 |

т.е. при увеличении энерговооруженности, производительность труда не изменится.

Частные бета β коэффициенты:

А. β*ух*1(*х*2) = *а*1\*о*х*1*/*о*у*

|  |  |
| --- | --- |
| β*ух*1(*х*2) | 1,444 |

это означает, что при неизменной энерговооруженности, увеличение на величину среднеквадратического отклонения размера фондовооруженности приведет к увеличению средней производительности труда на 1,444 среднеквадратического отклонения.

Б. Β*ух*2(*х*1) = *а*2\*о*х*2*/*о*у*

|  |  |
| --- | --- |
| β*ух*2(*х*1) | -0,6083377 |

это означает, что связи нет.