**1. Понятие о форме и размерах земли. Географические координаты**

При решении ряда геодезических задач требуется знать форму и размеры Земли, которая не является правильным геометрическим телом. Ее физическая поверхность (и в особенности поверхность суши) очень сложная, ее невозможно выразить какой-либо математической формулой. Поэтому в геодезии введено понятие уровенной поверхности.

*Уровенной* называют выпуклую поверхность, касательная к которой в любой точке перпендикулярна направлению отвесной линии. Следовательно, уровенную поверхность мысленно можно провести через любую точку на физической поверхности земли, под землей и над землей. Реально уровенную поверхность можно представить как водную поверхность пруда, озера, моря, океана в спокойном состоянии. Поверхность Мирового океана, мысленно продолженная под сушей, названа *поверхностью геоида,* а тело, ограниченное ею, – *геоидом.* Но и поверхность геоида из-за неравномерного размещения масс в теле Земли также очень сложная и не выражается какой-либо математической поверхностью, например поверхностью шара. Исследования формы Земли астрономо-геодезическими методами показали, что Земля сплюснута у полюсов (вследствие вращения Земли вокруг своей оси). Поэтому в качестве математической поверхности, характеризующей форму Земли, принимают поверхность такого эллипсоида вращения, т.е. тела, получающегося от вращения эллипса вокруг его малой (полярной) оси, который по форме наиболее близко подходит к поверхности геоида. Размерами эллипсоида являются длины его большой *а* и малой *b* полуосей, а также сжатие, которое определяют по формуле: а = *(а – b)/а.*

На протяжении двух последних столетий ученые неоднократно определяли размеры земного эллипсоида.

При приближенных расчетах поверхность эллипсоида принимают за поверхность шара (равновеликого по объему земному эллипсоиду) с радиусом 6371,1 км, округляя это значение до 6370 км, а в некоторых случаях до 6400 км. Для небольших участков земной поверхности поверхность эллипсоида принимают за плоскость.

Положения точек земной поверхности на карте и плане определяют координатами. Наиболее часто пользуются географическими и прямоугольными координатами.

*Географическими координатами* (рис. 1.17, а) являются широта и долгота точки. *Географическая* (астрономическая) *широта* ф точки *М* – угол между направлением отвесной линии, проходящей через эту точку, и плоскостью экватора. *Географическая* (астрономическая) *долгота* А, – двугранный угол, заключенный между плоскостью меридиана, проходящего через эту точку, и плоскостью начального меридиана.

Угол, составленный нормалью к поверхности эллипсоида и плоскостью экватора, называют *геодезической широтой,* а двугранный угол, заключенный между плоскостями геодезического и начального меридианов, – *геодезической долготой.*

Широты бывают северные и южные, изменяются от 0 (на экваторе) до 90° (на земных полюсах). Долготы бывают восточные и западные, изменяются от 0 (на начальном – Гринвичском меридиане) до 180° (на тихоокеанской ветви Гринвичского меридиана). Линию, проходящую через точки с одинаковыми широта ми, называют *параллелью,* а с одинаковыми долготами – *меридианом.*

**2. Понятие о картографических проекциях. Классификация проекций. Равноугольная поперечная цилиндрическая проекция Гаусса**

Чтобы изобразить земную поверхность на плоскости, вначале переходят от ее физической формы к математической, в качестве которой принимают поверхность эллипсоида вращения (сфероида) или шара, и только затем математическую поверхность Земли изображают на плоскости.

Так как без искажений поверхность шара (или эллипсоида) изобразить на плоскости невозможно, то строят условные изображения земной поверхности, основанные на некоторых заранее принятых математических зависимостях между координатами точек на шаре и их изображениями на плоскости. Такие способы условного изображения земной поверхности на плоскости называют картографическими проекциями.

Разработаны различные виды проекций по характеру искажений. В одних проекциях искажаются все элементы – горизонтальные углы, линии, но сохраняется отношение площадей. Такие проекции называют равновеликими (эквивалентными). В других не искажаются углы, вследствие чего сохраняется подобие бесконечно малых фигур. Такие проекции называют равноугольными (конформными). Для составления топографических карт на территории б. СССР с 1928 г. принята равноугольная проекция Гаусса–Крюгера.

Применяя проекцию Гаусса–Крюгера, всю земную поверхность делят меридианами на шести- или трехградусные зоны (рис. 11.1, а). Это вызвано тем, что при большом удалении точки осевого меридиана получают большие искажения в этой точке на карте. Выбор зоны шириной и 3 или 6° долготы зависит от масштаба составляемой карты. При составлении карты в масштабе 1:10 000 или мельче применяют шестиградусную зону, а при составлении карты в масштабе 1: 5000 или крупнее – трехградусную.

Шестиградусные зоны нумеруют арабскими цифрами, начиная от гринвичского меридиана, с запада на восток. Так как западная граница первой зоны совпадает с гринвичским (начальным) меридианом, то долготы осевых меридианов зон будут: 3, 9, 15, 21o… Долготу осевого меридиана можно определить по формуле:

Lo=6oN-3o

Всего на территории б. СССР создано 29 шестиградусных зон с номерами от 4 по 32 и соответственно установлено 29 осевых меридианов со стандартными долготами 21, 27,…, 183, 189°.

Трехградусные зоны располагаются на земной поверхности так, что все осевые и граничные меридианы шестиградусных зон являются осевыми меридианами трехградусных зон. Следовательно, долготы осевых меридианов трехградусных зон кратны трем.

Системы координат в каждой зоне проекции Гаусса–Крюгера совершенно одинаковы: плоские прямоугольные координаты *х* и *у,* вычисленные по геодезическим (географическим) координатам *В* и *L* в любой координатной зоне, имеют одни и те же значения. В проекции Гаусса–Крюгера осевой меридиан, представляющий ось абсцисс *(х),* и экватор – ось ординат *(у),* изображаются взаимно перпендикулярными прямыми линиями, а остальные меридианы – кривыми, сходящимися в полюсах (рис. 11. 1,6). Все абсциссы точек в северных частях зон (к северу от экватора) положительные. Чтобы все ординаты были положительные, ко всем ординатам (отрицательным и положительным) прибавляют 500 км. Кроме того, для полного определения положения точки на земной поверхности впереди измененной ординаты пишут номер зоны. Например, в зоне 7 точки *А и В* имеют действительные ординаты: *уА* = +14 837,4 м, *ув* = –206368,7 м. Преобразованные ординаты будут на 7500000 м больше, т.е. *уa* = 7514 Х37,4 м, *ув* = 7293631,3 м. Абсциссы точек на всей территории России положительны, их оставляют без изменения.

**3. Прямоугольные координаты Гаусса. Процесс преобразования**

Применяя проекцию Гаусса, всю земную поверхность делят меридианами на 6 и 3 зоны. Это вызвано тем, что при большом удалении точки осевого меридиана получают большие искажения в этой точке на карте. Выбор зоны зависит от масштаба. Для крупных 3-х зоны (1:500,1:1000,1:2000,1:5000), для мелких 6-и зоны (1:50000, 1:100000). Спроектировав зону на поверхность цилиндра, а затем развернув его на плоскость получают изобр. зоны на плоскости. В проекции Гаусса в кажд. из зон примен. прямоугольная система координат. За ось абцис (х) принимают осевой меридиан, за ось ординат(у) – экватор. Для преобразования плоских прямо-х координат принято +500 км к исходн. координатам и добавлять номер зоны впереди.

**4. Масштаб изображения и искажения длин линий проекции Гаусса**

Пр. Гаусса является равноугольной, т.к. в ней не икаж. горизонт. углы геометр. фигур земной поверхн. Длина линий измер. на плане или вычисл. по координатам точек всегда больше горизонт. проложений этих линий на местности, т.е.

Sг=S+∆S, ∆S=(1+у2/2R2),

где ∆S-поправка за редуцирование-вычисление длины линии на местности в проекции. ∆S всегда +, при вычислении ее поправки ординату(у) берут для середины редуцируемого отрезка. Поправки за редуцирование линий вводятся в измеренные линии, когда значение измеренных линий велико и в качестве исходных используются точки гос. геод. сети. Под масштабом плана понимают отношение длины линии на плане к горизонт. проложению длин этих линий на местности m=Sг/S. Масштаб во всех частях плана постоянен, но при изобр. больших террит. кривизна земли сказывается. Масштаб карты явл. велич. переменной. Он изм. при переходе из одной точки в другую→зависит от геогр. координат и азимута (m=f (B, L, α)), где m-масштаб. На картах бывают масштабы: 1. Главный устанавливает общее изменение всех элементов земной поверхн. при переходе от поверхн. земн. эллипсоида или шара к карте. Во всех остальных частях карты масштабы > или < главного назыв. частные. Масштаб изобр. в пределах одн. и той же зоны различен и зависит от удаленности отрезка от осевого меридиана. Наибольшее искаж. получ. длины отрезков находящихся на краю 6 зоны, на широте экватора.

**5. Искажение площадей в проекции Гаусса**

В проекции Г. сохран. подобие бесконечно малых фигур. Из геометр. известно, что площади подобных фигур относятся как квадраты их сходственных сторон

Рг/Р=S2г/S2, Sг=S (1+y2/2R2), Pг/Р=S2(1+y2/2R2)/S2, Pг=Р (1+у2//R2+y4/4R4).

Из-за малости у4/4R4 отбрасывают.

Рг=Р (1+у2/2R2), Pг=Р+∆Р, ∆Р=Ру2/R2.

∆Р - поправка в площади в поверхности шара на плоскость поверхности Гаусса. Для упрощения выводов земная поверхн. приним. за поверхн. шара

**6. Номенклатура листов топограф. карт мелких, ср., кр. масштабов**

Для удобства пользования топограф. картами их обознач. введя опр. систему. В основу деления положены сферические трапеции получаемые на поверхн. сфероида при делении его меридианами через 6 на 60 зон. Зоны № арабским цифрами с запада на восток, начиная от меридиана долготой 180°. Колоны делятся на ряды через 4°, ряды обознач. заглавн. букв. латинского алфавита, от экватора до севера, от А до З. Проведенные таким образом меридианы служат рамками листов карт масштабом 1:1000000 размерами по широте 4 и 6. В основу номенклатуры карт крупных масштабов положена трапеция масштаба 1:1000000, средних - 1:100000.

**7. Вычисл. координ. вершин трапеции м. 1:10000 в пр. Гаусса**

Сначала по специальным таблицам находят координаты и сближение меридианов углов рамки трапеции 1:25000, в которую входит трапеция м. 1:10000. Выбор данных производится по широте В и отклонению угла рамки от осевого меридиана l=L-L0. Найденные значения выписываются на схему. Затем вычисляют прям. координ. и сближ. меридианов для углов рамки трап. м. 1:10000 линейным интерполированием м/у соответствующими значениями для улов рамки трап. м. 1:25000. Результаты выпис. на схему. В абциссы углов, полученных при интерполировании, вводят поправку, которую берут из таблицы. Поправка вводится с -, т.к. параллели в пр. Г. изобр. дугами. Попр. водят в точки, расп. на среднем меридиане трап. м. 1:25000. Найденные знач. для трап. м. 1:10000, предварительно + к ординатам 500 км и указав впереди № зоны.

**9. Определ. дирекционного угла и длины линии между двумя точками на топограф. карте графич. и графоаналитич. методом**

Для определ. дир. угла по графич. координатам вычисл. румб линии, к пр. АВ, по ф.

rAB=arctg∆yAB/∆xAB.

Затем по румбу находят дир. угол αАВ. Для этого выч. гориз. пролож. SAB по ф.

SАВ=∆xAB/cosrAB, SAB=∆yAB/sinrAB, SAB=√∆xAB2+∆yAB2.

Для опр. дир. угла. по графич. методу нужно изм. дир. угол с помощью геодезич. транспортира. Горизонт. пролож. измерть с помощью циркуля и масшт. линейки. Расхождения между полученными значениями 2 способами на должны превышать в дир. угле 20', в гор. прол. - 4 м.

**10. Сущность и виды геод. изм.**

Изм. к-л величин. значит сравнить ее с другой однородной ей велич., принятой за 1-цу меры. В результате изм. находится число = отношению измеряемой величины к 1 меры, его назыв. результатом изм. Изм.: прямые - когда определяемую величину получают из непосредственного сравнения с эталоном; косвенные - знач. величины получают вычислением по другим уже изм. велич. Всякое изм. предусматривает наличие 5 факторов: объекта изм., человека, инструмента изм., метода изм., внешней среды. Изм проводимые в одинаковых условиях при котор. результ. можно считать одинаково достоверными – равноточные, изм. проводимые в неодинаковых условиях котор. отдельные изм. оказываются недостоверными назыв. неравноточными.

**11. Классиф. ошибок изм. Св-ва случ. ошибок изм.**

Отклонение результата изм. от его точного изм. назыв. ошибкой изм. ∆=l-x, ∆-ошибка, l-результат изм., х-точное знач. Классиф.: По характеру действия: грубые - величина которых совершенно недопустима при данных условиях изм.; систематические - при повторных изм. либо остаются без измен., либо измен. по к-л определенному закону, могут быть: постоянно, переменно, односторонне действующие; случайные - ошибки в последовательности появления которых нет никакой закономерности. По источнику происхождения: инструментальные, внешние, личные. Св-ва случ. ошибок: Ошибки по абсолютной величине не превосходят некоторого предела. Число + и – ошибок равных по абсолютной величине встречается одинаково часто. 3Чем меньше по абсолют. велич. ошибка тем она чаще встреч. и наобор. 4Чем больше число ошибок, те больш. среднеарифметическое из них стремится к 0.

**12. Сред., вероят., СКО и предельн. ошибки изм., связь м/у ними. Виды распр ошибок, Абсолют. и относит. ошибки изм.**

Средняя ош. получена как среднеарифм. знач. из истинных ош. Ее получ. по абсолютным знач. ош.

v=[|∆|2]/n,

∆ - среднеарифм., n-число изм. Вероятная ош.-такое знач. случ. ош. при данных условиях по отношению к которой ош. <и>по абсолют. велич. встречаются одинаково часто r=2/3m. СКО как мера точности изм. усиливает возвед. в квадр. знач. больших по абсолютной величине ош., что проектир. правильность суждения о надежности m=√[∆2]/n. При неогр. числе изм. знач. СКО будет приближенным → вычисл. СКО самой ош. и назыв. ее надежностью изм. mml=ml/√2n. Зная СКО установить предельную ош., абсолют. знач. которой счит. верхней границей допустимых при данных условиях изм. размеров ош. ∆пр=ґm, где ґ=2; 2,5; 3. Преимущество СКО: Учитывают влияние больших по величине ошибок. СКО определенная из небольшого числа изм. мало отлич от СКО большого числа таких же изм. Истинная, средняя, вероятная, СКО ош. назыв. абсолютными в тех случаях когда на точность изм. влияет размер определяемой величины, то оценка точности по абсолют. ош. становится недостаточной. Во всех таких случаях для точности применяют понятие относит. ош. - отвлеченное число выраж. отнош. абсолют. ош. измерения к его результату.

**13. Матем. обраб. равноточн. изм. Арифм. среднее, СКО арифмет. середины**

Имеется ряд равноточ. изм. l1, l2…, ln. За окончательное знач. изм. величины приним. среднее знач или L=(l1+l2+ … +ln)/n=[l]/n. Ряд случ. ош.

∆1=l1-x, ∆2=l2-x,….,∆n=ln-x,

где х-точное знач. изм. величины. Сложим все и получ. [∆]=[l] – nx. x=[l]/n – [∆]/n. При бесконечном числе изм. среднее арифм. знач. их находится ближе всего к точному их значению х, чем любой из результатов измерений (l1, l2…ln) поэтому его назыв. вероятнейшим знач. измеренной величины.

L=[l]/n, L=l0+[E]/n,

l0-наименьшее из всех результатов изм., Е-разница м/у каждым наименьшим и результатом изм. Е=l1-l0. Если возмем – м/у средним арифм. и каждым результатом изм. то получим v1=l1-L, v2=l2-L,…., vn=ln-L. Сложим все и получ.

[v]=[l] – [l]/n\*n.

Величину v назыв. уклонением от вероятнейшего знач. или вероятнейшими ош. СКО арифм. середины, если х-точное значение определ. велич., L-арифметич. середина, М-ош. вероятн. знач. М=L-x.

**8. Способы получ. размеров по меридиану и параллели литсов топограф. карт мелких и ср. м. в мере**

Разграфка листов крупномасштабн. планов произв. сл. способом: для съемки и составл. планов свыше 20 км2 за основу разграфки принимают лист карты 1:1000000, а в случае прямоугольной разграфки 1:5000.

1:1000000–4–6°, 1:500000–2–3°, 1:300000–1°20–2°, 1:200000–40'-1° 1:100000–20'-30', 1:50000–10'-15', 1:25000–5'-7'30», 1:10000–2'30»-3'45».

**16. Оценка точности рез. равноточ. изм. по 2-х изм. Ф., порядок вычисл.**

На пактике часто произв. 2-ые равноточные изм. Изм. некот. однородн. велич. и получ. результатыl1', l2'…ln' и l»1, l2»…ln», d=li'-li». При абсолютно точных знач. – этих велич. должны быть =0. Но этого не происх. т. к. влияют ош. можно их вычисл. по ф. Г. md=+-√[d2]/n. Ош 1-го изм. ml=√[d]2/2n, вероятнейшего измерения. ml=0.5√[d2]/n, предельное изм. ∆пр=3m. Эти ф. справедливы когда отсутств. систем. ош. Если есть систем. ош. то ее нужно опред. и искл. Если бы не было случ. ош. тогда знач. систематич. ош. можно получить применяя ф. арифм. середнего. Q=d, Q=[d]/n. Искл. знач. ош. из – получим остаточные разности i=di-Q.

**17.** **СКО арифметической середины**. **Вывод ф.**

M=L-x. Для вывода этой формулы примем ∆1=l1-x, ∆2=l2-x,…,∆n=ln-x. Сложим и разделим все и получим [∆]/n=[l]/n-xn/n. Возведем это равенство в квадрат

М2=(∆12+∆22+ … +∆n2+2∆1∆2+2∆1∆3+ … +2∆1∆n+2∆2∆3+2∆2∆4+ … +2∆2∆n+ … +2∆n-1∆n)/n2.

Т.к. в этой ф. на основании св-ва случ. ош. удвоенные произв. могут иметь разные знаки и при возрастании числа сумма их будет →0, поэтому отбросив их получим приближен. равенство.

M2=(∆12+∆22+ … +∆n2)/n2=[∆2]/n2.

М=ml/√n, ML=ml/√n-СКО вероятнейшего знач. Следовательно СКО арифм. серед. равноточ. изм. одной и той же велич. √n меньше СКО отдельного изм. → вероятн. знач. будет наиболее точным по сравнению с каждым результатом изм.

**18. СКО ф-и общего вида: U=f(X1, X2,…, Xn). Вывод ф.**

U=f(X1, X2,…, Xn),

где X1, X2, Xn непосредственно изм. велич. содерж. ош. ∆х1, ∆х2, ∆хn. Если меняются знач. аргументов ф-и на велич. ош., то меняется и сама ф-я

U+∆U=f(x1+∆х1, х2+∆х2, хn+∆хn).

**19. СКО ф-и вида U=KX (K-const).Вывод ф.**

U=KX, где K-const, х - непоср. изм. велич. Если х изм. ошибочно, то и ф-ия будет иметь ош. U+∆U=K (x+∆x), где ∆U-случ. ош. Произведем вычисл. и получ. ∆U=K∆x

mU=mx√∑Ki2.

**20. СКО ф-й вида U=X+Y. Вывод ф.**

U=X+Y(1), где х, у - независим. велич., получ. в результате неоднократных изм. величин. Если изм. велич. были определены со случ. ош., то и сумма их будет содерж. ош.

U+∆U=(x+∆x)+(y+∆y) (2).

Вычтем из (2) (1) ∆U=∆x+∆y. При многократных непостедств. изм. каждой велич. получ. многочлен

∆U1=∆x1+∆y1,∆U2=∆x2+∆y2,….,∆Un=∆xn+∆yn.

Возведем в квадрат и сложим почленно [∆U2]=[∆x2]+[∆y2]+2 [∆x∆y]. Отбросим последнее знач. т.к. оно обладает всеми св-ми случ. ош. и при увелич. числа изм. стремится к 0.

[∆U2]=[x2]/n+[y2]/n, m2U=mx2+my2.

СКО суммы двух изм. велич. равна сумме квадратов отдельных аргументов.

m=mx=my, mU= +-m√2, mU=√mx2+my2.