**1)Дифференциальное уравнение. Общее решение. Частное решение. Задача Коши**

**Диф.ур-м наз-ся ур-е**, связывающее независим.перем. х сикомую ф-ию у, и ее производные.

.

. => ОДУ

.

**Общим решением** ОДУ первого порядка назся ф-ия , удовл.след.условиям:

1) явл.решением ур-я при

2) ∃ такое значение произв.пост. , при котором удовл.данному нач.условию. -общий интеграл

**Частн.решением** обыкн.диф.ур-я первого порядка наз-ся ф-ия кот.получ.из общего решения ) при конкретном значении с.

**Задача Коши**- задача нахождения обыкнов. диф.ур-я удовлет. начальному условию

**2)Уравнение с разделяющимися переменными.**

Наз-ся обыкновенное уравнеие1 порядка, кот.прив.к виду:

К ним относ. диф.ур.вида:

1) 2) умножим на =>

.- ур-е с раздел.перем.

**3)Однородные уравнения. Уравнения, приводящиеся к однородным**

**Ф-ия наз-ся однород.ф-ей** порядка или n-ой измерениями относительно переем если при .

. аргументом явл.дробь.

**4)Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель**

.Ур-е наз-ся ур-ем в полных диф.если сущ-ет такоя ф-ия

.

**5)Линейное дифференциальное уравнение первого порядка**

ДУ 1 порядка наз-ся линейным, если его можно записать в виде – заданные ф-ии, в частности – постоянные.

**а)Метод Бернулли**

Решение ур-яищется в виде произведения двух других ф-ий, т.е. сРер помощью подстановки – неизвестные ф-ии х, причем одна из них произвольна (но ≠0) – днйствительно любую ф-ию у(х) можно записать как:

, ).Тогда Подставляя выражение у и у’ в получаем: Подберем ф-ю так что бы

. Итак, , интегрируя получаем:

 Ввиду свободы выбора ф-ии можно принять с=1=> v=

Подставляя найденную ф-ию в ур-е получаем: .

Получено уравнение с раздел.перем.Решаем его:

.

Возвращаясь к переменной у, получеам решение исходного ДУ

.сходного ДУ переменной у, получаем решение го поля. Нахождение потенциала по заданному примеру.

**б)Метод Лагранжа**

Рассмотрим однородное уравнение . Очевидно, это уравнение с разделяющимися переменными, его решение:

Решения исходного уравнения будем искать в виде:

Подставив полученное решение в исходное уравнение: , получаем: cгде c1 — произвольная константа.

Таким образом, решение исходного уравнения можно получить путем подстановки c(x) в решение однородного уравнения: .

**6)Уравнение Бернулли**

Ур-е вида

Если n=0, то ДУ – линейное, а при n=1 – с раздел.переменными.

Данное ур-е решается двумя способами:

**Первый способ**

Заменой

, уравнение приводится к линейному и может быть решено методом Лагранжа (вариации постоянной) или методом интегрирующего множителя.

**Второй способ**

Заменим .

Тогда .

Подберем так, чтобы было

.

для этого достаточно решить уравнение с разделяющимися переменными 1-го порядка.

После этого для определения получаем уравнение

- уравнение с разделяющимися переменными.

**7)Уравнение неразрешенное относительно Метод введения параметра**

 – относительно производной

a)

б)

в)

.

 где 𝜑 и 𝜓 известные ф-ии от наз-ся ур-ем Лагранжа.

Введем вспомогат.параметр, положив у’=p. Тогда ур-е примет вид: у=𝜑(p)+𝜓(p). Дифференц.по х, получим:

, т.е. или - линейное ур-е относит.неизвестной , решив его найдем: . Исключая параметр р из и получаем общий интеграл ур-я в виде . При делении на могли быть потеря решения, для которых ,т.е. . Это значение явл.корнем ур-я . Решение явл.особым для ур-я

**г)Уравнение Клеро**

Рассмотрим частный случай уравнения Лагранжа при Уравнение принимает вид

и называется урaвнeниeм Клеро. Положив , получаем:

.

Дифференцируя по х, имеем: или .

Если , то . Поэтому, с учетом , ДУ имеет общее решение .

Если, получаем частное решение уравнения в параметрической форме:

.

Это решение - особое решение уравнения Клеро: оно не содержится в формуле общего решения уравнения.

**8)Особое решение**

**9)Линейное уравнение n-го порядка. Запись с помощью L. Свойства**

,.

.

Если коэф. непрер.,то т.осущ.и един.доказана.

Линейный диф.оператор(ЛДО): , то

**Св-ва:**

1); 2); 3) .

**10)Линейная независимость функции. Определитель Вронского. Теорема линейной зависимости**.

Функции называются **линейно независимыми** на интервале если равенство , где , выполняется тогда и только тогда,

когда

Средством изучения линейной зависимости сестемы ф-ий явл.так называемый **определитель Вронсоко** или вронскиан. Для двух диф.ф-ий вронскиан имеет вид:

.

**Теорема лин. зависимости**: Если диф.ф-ии лин.зависимы на , то определитель Вронского на этом интервале тождественно равен нулю.

Так как функции линейно зависимы, то в равенстве значение отлично от нуля. Пусть , тогда поэтому для любого

.

**11)Если линейно независимы ⟹ Доказательство**

Если функции - линейно независимые решения уравнения на то определитель Вронского на этом интервале нигде не обращается в нуль.

Из теоремы следует, что вронскиан не равен нулю ни в одной точке интервала **(a; b)** тогда и только тогда, когда частные решения линейно независимы.

**12 Фундаментальная система решений. Теорема существования фундаментальной системы решений. Доказательство**

**Фундаментальная система решений (ФСР)** представляет собой набор линейно независимых решений однородной системы уравнений.

Совокупность любых двух линейно независимых на интервале (a; b) частных решений ЛОДУ второго порядка определяет **фундаментальную систему решений** этого уравнения: любое произвольное решение может быть получено как комбинация

**Теорема (о ФСР)**

Если два частных решения ЛОДУ образуют на интервале (а;b) фундаментальную систему, то общим решением этого уравнения является функция

, где и - произвольные постоянные.

**13) Построение общего решения ЛОДУ**

1. Построение общего решения ЛНДУ.
2. ЛДУ n- го порядка с постоянным коэффициентом. Общее решение. ЛОДУ, характеристические мн-н. Корни простые.
3. ЛОДУ, характеристические мн-н. Корни кратные.
4. ЛНДУ. Метод подбора частного решения.

18. Системы ДУ. Метод сведения к ДУ n-го порядка.

19.Системы ДУ. Метод интегрируемых комбинаций.

20. Система ЛДУ. Матричная запись. Свойства

21 Зависимые и независимые решения. Определитель Вронского.

1. Система ЛОДУ. Свойства
2. Фундаментальная система решений. Построение общего решения.
3. ЛН системы. Метод вариаций.
4. Л О системы с постоянным коэффициентом. Метод Эйлера.

**уравнение линейный решение бернулли**