**1)Дифференциальное уравнение. Общее решение. Частное решение. Задача Коши**

**Диф.ур-м наз-ся ур-е**, связывающее независим.перем. х сикомую ф-ию у, и ее производные.

.



. => ОДУ



.



**Общим решением** ОДУ первого порядка назся ф-ия , удовл.след.условиям:



1) явл.решением ур-я при



2) ∃ такое значение произв.пост. , при котором удовл.данному нач.условию. -общий интеграл



**Частн.решением** обыкн.диф.ур-я первого порядка наз-ся ф-ия кот.получ.из общего решения ) при конкретном значении с.



**Задача Коши**- задача нахождения обыкнов. диф.ур-я удовлет. начальному условию



**2)Уравнение с разделяющимися переменными.**

Наз-ся обыкновенное уравнеие1 порядка, кот.прив.к виду:



К ним относ. диф.ур.вида:

1) 2) умножим на =>



.- ур-е с раздел.перем.



**3)Однородные уравнения. Уравнения, приводящиеся к однородным**

**Ф-ия наз-ся однород.ф-ей** порядка или n-ой измерениями относительно переем если при .



. аргументом явл.дробь.



**4)Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель**

.Ур-е наз-ся ур-ем в полных диф.если сущ-ет такоя ф-ия



.



**5)Линейное дифференциальное уравнение первого порядка**

ДУ 1 порядка наз-ся линейным, если его можно записать в виде – заданные ф-ии, в частности – постоянные.



**а)Метод Бернулли**

Решение ур-яищется в виде произведения двух других ф-ий, т.е. сРер помощью подстановки – неизвестные ф-ии х, причем одна из них произвольна (но ≠0) – днйствительно любую ф-ию у(х) можно записать как:



, ).Тогда Подставляя выражение у и у’ в получаем: Подберем ф-ю так что бы



. Итак, , интегрируя получаем:



Ввиду свободы выбора ф-ии можно принять с=1=> v=



Подставляя найденную ф-ию в ур-е получаем: .



Получено уравнение с раздел.перем.Решаем его:



.



Возвращаясь к переменной у, получеам решение исходного ДУ



.сходного ДУ переменной у, получаем решение го поля. Нахождение потенциала по заданному примеру.



**б)Метод Лагранжа**

Рассмотрим однородное уравнение . Очевидно, это уравнение с разделяющимися переменными, его решение:



Решения исходного уравнения будем искать в виде:



Подставив полученное решение в исходное уравнение: , получаем: cгде c1 — произвольная константа.



Таким образом, решение исходного уравнения можно получить путем подстановки c(x) в решение однородного уравнения: .



**6)Уравнение Бернулли**

Ур-е вида



Если n=0, то ДУ – линейное, а при n=1 – с раздел.переменными.

Данное ур-е решается двумя способами:

**Первый способ**

Заменой

, уравнение приводится к линейному и может быть решено методом Лагранжа (вариации постоянной) или методом интегрирующего множителя.



**Второй способ**

Заменим .



Тогда .



Подберем так, чтобы было



.



для этого достаточно решить уравнение с разделяющимися переменными 1-го порядка.

После этого для определения получаем уравнение



- уравнение с разделяющимися переменными.



**7)Уравнение неразрешенное относительно Метод введения параметра**



– относительно производной



a)



б)



в)



.



где 𝜑 и 𝜓 известные ф-ии от наз-ся ур-ем Лагранжа.



Введем вспомогат.параметр, положив у’=p. Тогда ур-е примет вид: у=𝜑(p)+𝜓(p). Дифференц.по х, получим:



, т.е. или - линейное ур-е относит.неизвестной , решив его найдем: . Исключая параметр р из и получаем общий интеграл ур-я в виде . При делении на могли быть потеря решения, для которых ,т.е. . Это значение явл.корнем ур-я . Решение явл.особым для ур-я



**г)Уравнение Клеро**

Рассмотрим частный случай уравнения Лагранжа при Уравнение принимает вид



и называется урaвнeниeм Клеро. Положив , получаем:



.



Дифференцируя по х, имеем: или .



Если , то . Поэтому, с учетом , ДУ имеет общее решение .



Если, получаем частное решение уравнения в параметрической форме:



.



Это решение - особое решение уравнения Клеро: оно не содержится в формуле общего решения уравнения.

**8)Особое решение**

**9)Линейное уравнение n-го порядка. Запись с помощью L. Свойства**

,.



.



Если коэф. непрер.,то т.осущ.и един.доказана.



Линейный диф.оператор(ЛДО): , то



**Св-ва:**

1); 2); 3) .



**10)Линейная независимость функции. Определитель Вронского. Теорема линейной зависимости**.

Функции называются **линейно независимыми** на интервале если равенство , где , выполняется тогда и только тогда,



когда



Средством изучения линейной зависимости сестемы ф-ий явл.так называемый **определитель Вронсоко** или вронскиан. Для двух диф.ф-ий вронскиан имеет вид:



.



**Теорема лин. зависимости**: Если диф.ф-ии лин.зависимы на , то определитель Вронского на этом интервале тождественно равен нулю.



Так как функции линейно зависимы, то в равенстве значение отлично от нуля. Пусть , тогда поэтому для любого



.



**11)Если линейно независимы ⟹ Доказательство**



Если функции - линейно независимые решения уравнения на то определитель Вронского на этом интервале нигде не обращается в нуль.



Из теоремы следует, что вронскиан не равен нулю ни в одной точке интервала **(a; b)** тогда и только тогда, когда частные решения линейно независимы.

**12 Фундаментальная система решений. Теорема существования фундаментальной системы решений. Доказательство**

**Фундаментальная система решений (ФСР)** представляет собой набор линейно независимых решений однородной системы уравнений.

Совокупность любых двух линейно независимых на интервале (a; b) частных решений ЛОДУ второго порядка определяет **фундаментальную систему решений** этого уравнения: любое произвольное решение может быть получено как комбинация



**Теорема (о ФСР)**

Если два частных решения ЛОДУ образуют на интервале (а;b) фундаментальную систему, то общим решением этого уравнения является функция



, где и - произвольные постоянные.



**13) Построение общего решения ЛОДУ**

1. Построение общего решения ЛНДУ.
2. ЛДУ n- го порядка с постоянным коэффициентом. Общее решение. ЛОДУ, характеристические мн-н. Корни простые.
3. ЛОДУ, характеристические мн-н. Корни кратные.
4. ЛНДУ. Метод подбора частного решения.

18. Системы ДУ. Метод сведения к ДУ n-го порядка.

19.Системы ДУ. Метод интегрируемых комбинаций.

20. Система ЛДУ. Матричная запись. Свойства

21 Зависимые и независимые решения. Определитель Вронского.

1. Система ЛОДУ. Свойства
2. Фундаментальная система решений. Построение общего решения.
3. ЛН системы. Метод вариаций.
4. Л О системы с постоянным коэффициентом. Метод Эйлера.

**уравнение линейный решение бернулли**