**Контрольная работа**

**по логике**

**Сущность логической системы**

**Содержание**

ВВЕДЕНИЕ

1 Логическое осмысление континуума

2. Расширение классической логики как следствие ее ограничения (переводы и погружения)

3 Алгебраизация логики

4 В поисках логической системы

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

**Введение**

Два традиционных направления развития логики остаются пока непоколебимыми. Это, с одной стороны, синтаксическое направление, проявившееся в наибольшей степени в фундаментальной работе Д. Габбая и получившее название “labelled” дедуктивные системы, а также непрекращающиеся попытки максимально обобщить генценовские исчисления. И в первом и во втором случае ставится цель единообразного охвата наибольшего числа различных логических систем и даже различных направлений в логике. С другой стороны, остается неизменной тенденция в выработке единого семантического основания для возможно большего разнообразия логических систем. На IX Международном конгрессе по логике, методологии и философии науки Г. фон Вригт констатировал: “С логикой случилось то, что она расплавилась в разнообразных исследованиях математики…”.

На самом деле это титанические усилия строгой науки представить в совершенно точных терминах понятие “логической системы” и удовлетворить требования компьютерных наук в вопросе о том, что такое дедуцирование? То, что с применением аппарата универсальной алгебры, с развитием теории категорий и с возрастающими потребностями в вычислениях и обработке информации представления о логических системах и о самой логике принимают всё более абстрактный характер, как раз говорит о непостижимой глубине данной науки, а может быть даже о некоторой тайне, скрываемой в недрах логического универсума.

Открытым остается главный вопрос: представляет ли собой логика как таковая некоторую единую конструкцию или это даже невозможно для систем искусственного интеллекта? Один из основных итогов современного развития логики как раз заключается в постановке этого вопроса.

**1 Логическое осмысление континуума**

Одновременно с оформлением классической логики, с построением на её основе грандиозного здания “Principia Mathematica” и с появлением первых метатеорем для двузначной пропозициональной логики (непротиворечивость, дедуктивная полнота, функциональная полнота), - наряду со всем этим проявляется тенденция к критике самих оснований классической логики. Это критика закона исключенного третьего Л. Брауэром и критика закона непротиворечия, начатая в 1910 г. Я. Лукасевичем и Н. А. Васильевым (см. [Васильев 1989]). В 1912 г. К. И. Льюис строит новую теорию логического следования взамен теории материальной (классической) импликации, изложенной в Principia Mathematica. Исходным мотивом Льюиса было избавиться от так называемых парадоксов материальной импликации. В результате вводится новая импликация, названная им “строгой”. Особо обратим внимание на серьезную критику Лукасевичем в начале 20-х годов принципа двузначности (бивалентности) в знаменитой статье “О детерминизме”. В итоге, соответственно, появляются интуиционистская логика Гейтинга, паранепротиворечивые логики, модальные логики Льюиса, трехзначная логика Лукасевича с её конечнозначные обобщения.

То, что эпоха бурного развития классической логики вплоть до великих ограничительных теорем К. Гёделя начала 30-х годов совпала с появлением и развитием различных неклассических направлений в логике, факт сам по себе примечательный. Но долгое время ему не придавали особого значения, поскольку классическая первопорядковая логика считалась и в основном считается и сейчас образцом математических рассуждений, а всё остальное от лукавого (и даже интуиционистская и конструктивная логики, представители которой бросили наиболее серьезный вызов классикам), пока У. Куайн не ввел термин “девиантная” логика, т.е. логика альтернативная к классической.

Применимость классической логики в строгих научных рассуждениях и особенно применимость ее в компьютерных науках оказались настолько плодотворными и впечатляющими, что ряд феноменов, проявившихся в логическом универсуме, вообще остался без внимания.

Во-первых, это множественность логик. Сначала появление различных классов конечнозначных логик и пяти льюисовских модальных систем S1 - S5 не навело на особые размышления. Но тогда же К.Гёдель заметил, что существует счётное число логик между интуиционистской логикой H и классической C2, которые впоследствии получили название суперинтуиционистских логик (si-логики). А это уже было событием в логическом мире. Исходя из этого факта Т. Умезава в 1955 г. начинает изучение целых классов логик. Параллельно С. Скрогс описывает нормальные расширения модальной логики Льюиса S5, а М. Дамметт и Е. Леммон рассмотрели логики между S4 и S5 и перевод si-логик в них.

Появляются всё новые логики, каждая из которых представляет особый интерес, например, цепная логика Дамметта LC или модальная логика Гжегорчика Grz. В середине 60-х годов в результате критики “парадоксов” строгой импликации Льюиса (т. е. истина следует из чего угодно и из лжи следует всё, что угодно) оформляется релевантное направление в логике во главе с системой R; добавление к R “безобидной” аксиомы приводит к логике RM с весьма необычными свойствами.

Анализируя объекты (логики) той же самой природы, например из класса si-логик, мы надеемся изучить и понять саму природу данного феномена и подняться на новый уровень знания. Поэтому открываются различные способы конструирования новых логик из данного класса с заданными свойствами. Так, Т.Хосои вводит понятие “слоя” для классификации si-логик. В течение долгого времени оставалась надежда найти полное описание решетки модальных и si-логик - тогда можно было бы “обозреть” любую логику и даже, может быть, представить их в виде исчисления.

В итоге, критика “основных” законов и принципов классической логики привела к феномену логической континуальности, выраженному как в континуальности самих классов логических систем, так и в наличии континуальности замкнутых классов логических функций. Отсюда возникает вопрос, является ли логическое мышление человека дискретным или континуальным? Ответ на этот вопрос также зависит от того, что мы понимаем под логикой или логической системой. И в рамках одной ли логической системы мыслит человек?

**2 Расширение классической логики как следствие ее ограничения (переводы и погружения)**

Если изучение функциональных свойств (замкнутые классы, полнота, предполнота, базисы и т.д.) является прерогативой специалистов в области дискретной математики, инженеров, программистов, физиков, то изучение логики как объекта в виде исчисления относится к сфере “чистой” логики.

Указанная в предыдущем разделе критика законов и основ классической логики носила бескомпромиссный характер в своей тенденции ограничить сферу последней, но никто из перечисленных авторов не мог даже предположить, что на самом деле неявным образом происходит процесс расширения средств и аппарата классической логики C2. Из результата В. Гливенко о погружении C2 в H следует, что интуиционистская логика даже “богаче” C2. Более того, Гёдель показал, что классические законы, включающие только отрицание, конъюнкцию и квантор всеобщности, являются интуиционистскими законами. Поскольку импликация, дизъюнкция и квантор существования определяются через указанные “интуиционистские” логические связки, то можно строго утверждать, что классическая логика предикатов есть подсистема интуиционистской, а значит, вторая есть расширение первой. Гёделем был также предложен метод аксиоматизации льюисовских модальных систем как расширение C2. Оказалось, что n-значные логики (в том числе и предикатные) аксиоматизируются подобным образом. Одним из самых первых примеров в этой области является аксиоматизация в 1971 г. трехзначной логики бессмысленности Д. А. Бочвара B3, которая по своим функциональным свойствам слабее Ł3, в то время как Ł3 не является функционально полной. Уже в 1938 г. Д. А. Бочвар при построении B3 выделяет её трехзначный фрагмент, изоморфный C2, т. е. этот фрагмент верифицирует всю классическую пропозициональную логику. Уже отсюда следует, что B3 можно строить на основе C2. Отметим также, что и релевантная логика R может быть построена на основе C2 (отрицание де Моргана заменяется на булево отрицание).

Погружение или перевод одной логической системы в другую (первым примером которого является теорема Гливенко) к концу нашего века становится темой тщательного исследования. Самое общее понятие перевода состоит в следующем: cистема S переводима в S', если существует функция (возможно, но не необходимо отображение) между двумя универсумами рассуждений, которая сохраняет (по крайней мере, в одну сторону) отношение дедуцируемости.

Исследование переводов логических систем обеспечивает: новые семантики для неклассических логик, сводит метаматематические и металогические свойства одной системы к другой, чтобы получить нужные результаты, позволяет точно выявить смысл дуальности между логиками (в первую очередь это относится к интуиционистской логике), проясняет и выявляет взаимоотношения между совершенно различными логическими системами.

**3 Алгебраизация логики**

Одновременно с традицией развития логики как дедуктивной системы, идущей от Фреге, Уайтхеда и Рассела, развивался совершенно другой подход к логике, наиболее полно выраженный Э. Шрёдером в его трехтомных “Лекциях по алгебре логики” (1890-1905). В третьем томе развивается исчисление отношений и вводятся кванторы, но нигде нет понятия формального доказательства. Предшественники Шрёдера Дж. Буль, В. Джевонс и Ч.С. Пирс, впервые применили алгебраические методы к логике. Отсюда и сам термин “алгебра логики”.

Первоначально алгебра логики имела своим предметом классы (как объемы понятий), соотношения между ними по объему и связанные с этим операции над ними. Поэтому исследования в области теории множеств сыграли существенную роль в становлении алгебры логики. Впоследствии основным предметом алгебры логики стало изучение свойств логических операций над множеством высказываний, рассматриваемых лишь со стороны их логических значений: исследуются равносильности между формулами, приведение к нормальным формам, минимизация формул и т.д.

Постепенно были выделены основные свойства (классических) логических операций в виде некоторого количества тождеств (равносильностей). В совокупности эти тождества образовали конструкцию под названием “булева алгебра”. Изящной аксиоматизацией класса булевых алгебр являются пары тождеств из раздела 5: (II), (III), (IV), (V) и (B1), (B2). Одно из тождеств (V) выводимо. Таким образом, булева алгебра есть результат алгебраической формализации классической логики высказываний.

Несмотря на простоту формулировки булевы алгебры исключительно богаты по своему содержанию и давно превратились в самостоятельный раздел абстрактной алгебры. Они нашли самое широкое применение в логико-математических исследованиях, в области инженерии контактно-релейных схем, компьютерных наук, аксиоматической теории множеств, теории моделей и в других областях науки и математики.

Результатом алгебраической формализации логики предикатов явились “цилиндрические алгебры”, введенные в 1961 г. Л. Хенкиным и А. Тарским.

В алгебраизации логики особую роль сыграла оригинальная идея А. Линденбаума (1926/27), который предложил рассматривать формализованный пропозициональный язык как универсальную алгебру с операциями, соответствующими логическим связкам этого же языка. Но самое главное, затем строится логическая матрица из формул и логических связок, которые составляют само логическое исчисление. Полное признание этот метод получил в 40-е годы в терминологии “алгебры Линденбаума”, или “алгебры Линденбаума–Тарского”.

Постепенно алгебраизация логики привела к появлению нового термина “алгебраическая логика”, который стал названием монографии П. Халмоша, где методы и аппарат универсальной алгебры стали систематически применяться к изучению логики. В следующем году выходит “Математика метаматематики”, а затем книга Расёвой, ставшая классической, в которой алгебраические методы применяются к неклассическим логикам. Имеется обзор результатов по алгебраической логике.

**4 В поисках логической системы**

Ровно через сто лет после выхода в свет знаменитой работы Г. Фреге, в которой вводятся предикаты, отрицание, условная связь и кванторы как основа логики, а также введена идея формальной системы, в которой демонстрации должны осуществляться посредством явно сформулированных синтаксических правил, после ста лет триумфального развития логики как самостоятельной науки появляется статья Я. Хэккинга под названием “Что есть логика?”. Хэккинг высоко оценивает введение Г. Генценом структурных правил, работа с которыми позволяет выражать те аспекты логических систем, которые не имеют непосредственного отношения к логическим константам. Статья Хэккинга переиздается и открывает собой большой сборник работ под названием “Что есть логическая система?”, который издается в Англии и Америке. В этом же году и с тем же названием, что и статья Хэккинга, публикуется философская работа логика с мировым именем Хао, которая открывается определениями логики, начиная от Канта и вплоть до Гёделя, и заканчивается характеризацией логики, данной Л. Витгенштейном в 1921 г. в его “Трактате…”: “Логика трактует каждую возможность, и все возможности суть её факты”.

В этом же году под названием “Что есть истинная элементарная логика?” появляется статья выдающегося логика и философа Яакко Хинтикки, в которой развивается новая концепция первопорядковой логики.

Приходится констатировать, что конец века и конец второго тысячелетия, а именно 1994 г. стал той критической точкой, когда под неимоверным давлением окончательно рухнула конструкция под названием “классическая логика”, тем самым ещё раз подтвердив неправоту Канта, который в предисловии ко второму изданию “Критики чистого разума” в 1787 г. писал, что “судя по всему, она (логика) кажется наукой вполне законченной и завершенной”.

Дедуктивная полнота логики предикатов ещё более укрепила убеждение Гильберта, что вся классическая математика в конечном счете выразима в первопорядковой логике. К этому времени были уже выявлены два важнейших теоретико-модельных свойства теорий в первопорядковом языке:

Теорема Лёвенгейма-Скулема. Если Т имеет бесконечную модель, то Т имеет модель любой бесконечной мощности t , большей или равной мощности теории Т.

Теорема компактности. Пусть Т - произвольное множество аксиом логики. Если для каждого конечного подмножества Т0 множества Т существует модель для всех аксиом из Т0, то существует модель для всех аксиом из Т.

Обе эти теоремы используются для доказательства неаксиоматизируемости теорий.

Вышеприведенный тезис Гильберта разделялся и разделяется многими логиками, отдающими предпочтение классической логике предикатов перед всеми другими логическими системами. К тому же в 1969 г. была выявлена уникальность первопорядковой логики, заключающейся в том, что классическая логика предикатов является наиболее сильной логикой, обладющей свойством Лёвенгейма-Скулема и свойством компактности.

Теорема Линдстрёма даёт определение первопорядковой логики в терминах её глобальных свойств. Интересно, что первоначально результат Линдстрёма не привлёк к себе особого внимания, о чём говорит издание в 1973 г. знаменитой книги Г. Кейслера и Ч. Ч. Чэна, где эта теорема вообще не обсуждается. Только в третьем издании уже в предисловии говорится, что этот результат является отправной точкой для развития абстрактной теории моделей и вводится новый раздел, где дается определение “абстрактной логики” как пары классов, где l есть класс предложений и л l есть отношение выполнимости, удовлетворяющее определенным условиям. Наиболее известным примером абстрактной логики как раз и является обычная первопорядковая логика, которая обозначается посредством lw ,w .

Абстрактная теория моделей претендует на обозрение всего спектра логик, связей между ними и их сравнение. С начала 70-х годов эта теория бурно развивается, а Дж. Барвайс назвал результат Линдстрёма “одним из первых и до сих пор наиболее поразительных результатов в абстрактной теории моделей”.

Имеется много интересных логик, которые богаче первопорядковой логики, такие, как слабая логика второго порядка, которая пытается построить понятие конечного в логике некоторым естественным образом; логики с формулами бесконечной длины; логики с различными экстра-кванторами типа “существует конечно много”, “существует бесконечно много”, “большинство” и т. д.; логики высших порядков. Однако не имеет значения, как мы будем расширять первопорядковую логику - в любом случае теряется или свойство компактности, или свойство Лёвенгейма-Скулема, или оба вместе. Уже второпорядковая логика, допускающая квантификацию по подмножествам, отношениям и функциям, кроме указанных свойств теряет также свойство полноты, и на самом деле является не столько логикой, сколько теорией множеств. Отсюда вся теоретико-множественная проблематика может быть сформулирована во второпорядковых терминах. Это является основным возражением против второпорядковой логики в недавно вышедшей монографии, посвященной расширениям первопорядковой логики, и поэтому автор отдает предпочтение многосортной первопорядковой логике, которая является переинтерпретацией второпорядковой логики или даже логики высших порядков в первопорядковую с различными видами объектов. Редукция к первопорядковой логике настолько сильна, что мы приходим к рекурсивно-аксиоматизируемому множеству истин. Еще ранее А. Мальцев, Хао Ван и С. Феферман, среди прочих, подчеркивали удобство работы с такой логикой, хотя, заметим, она только внешне выглядит более богатой. Хорошее введение можно найти у Фефермана.

Первой работой, поставившей вопрос о введении новых кванторов, является статья А. Мостовского, где на самом деле обсуждаются лингвистические операторы нового вида, представляющие “естественное обобщение логических кванторов”. Идея Мостовского заключается в том, что любое второпорядковое свойство рассматривается как логический квантор, если оно инвариантно относительно биективных преобразований (перестановок). Построение логики с обобщенными кванторами в последние десителетия привлекло к себе большое внимание лингвистов, математиков, философов, когнитологов. Некоторым итогом развития этого направления является фундаментальный труд “Модельно-теоретические логики”, где Дж. Барвайс приходит к следующему выводу: “Нет обратной дороги к точке зрения, что логика является первопорядковой”. А в монографии Г. Шер в связи с данной проблематикой ставится вопрос “Что есть логика?”, обсуждаются границы логики и делается вывод, что логика шире, чем традиционное мышление.

Появляются всё новые попытки расширения и изменения первопорядковой логики и построения искомой логической системы.

**Заключение**

1987 г. появилась логическая система под названием “линейная логика”, импликативный фрагмент которой представляет собой BCI-логику, т.е. логику без утончения и сокращения. Кроме обычных операций линейная логика снабжена различными другими операциями и нашла широкое применение в компьютерных науках. За удивительно короткое время образовалось новое направление.

Логика без утончения, сокращения и перестановки (комбинатор C) есть ассоциативное исчисление Ламбека для грамматических категорий или синтаксических типов. Логики проявили огромный лингвистический интерес к этой работе. Хотя первоначально исчисление Ламбека не было представлено как новая логика, но получила развитие в чисто логических работах, итогом чего явились полные (full) секвенциальные и гильбертовские исчисления без указанных выше трех структурных правил (или аксиом). Строится по существу интуиционистское исчисление без структурных правил, которое автор рассматривает как наиболее фундаментальное из всех субструктурных логик и играющее важную роль в теоретических приложениях компьютерной науки. На самом деле построение подобных логик можно считать результатом развития направления, названного “субструктурные логики”, где исчисления получаются за счёт элиминации, ограничения и комбинирования различных структурных правил.

**Практическая часть**

**Провести логический анализ высказываний. Построить их формулы**

1. Все люди, страдающие от подагры, лихорадки или болезни глаз - больны; но не все больные люди страдают от подагры, лихорадки и болезни глаз. Точно также все плотники, башмачники, скульпторы - ремесленники; но не все ремесленники суть плотники, башмачники, скульпторы. Подобным образом и все сумасшедшие неразумны, но не все неразумные люди - сумасшедшие.

Все люди, страдающие от подагры, лихорадки или болезни глаз - больны; - общеутвердительное высказывание «все S есть Р»

но не все больные люди страдают от подагры, лихорадки и болезни глаз. частноотрицательное высказывание: «некоторые S не есть Р».

Точно также все плотники, башмачники, скульпторы - ремесленники; общеутвердительное высказывание «все S есть Р».

но не все ремесленники суть плотники, башмачники, скульпторы. - общеутвердительное высказывание «все S есть Р» общеутвердительное высказывание «все S есть Р».

Подобным образом и все сумасшедшие неразумны, -общеутвердительное высказывание «все S есть Р»

но не все неразумные люди - сумасшедшие. - общеутвердительное высказывание «все S есть Р»

2. Желающие обогащаться впадают в искушение и в сеть и во многие безрассудные и вредные похоти, которые погружают людей в бедствие и пагубу. Либо корень всех зол есть сребролюбие, которому, предавшись, некоторые уклонились от веры и самих себя подвергли многим скорбям.

Превращение является непосредственным выводом, в котором заключение получается путем изменения качества посылки. Если посылка – утвердительное суждение, то в результате превращения оно становится отрицательным суждением. Отрицательное суждение, наоборот, превращается в утвердительное.

Все А есть В.

Ни одно А не есть не -В.

3. Роскошь в одно и то же время и вредна для общества, и полезна; ею пользуются, или же в ущерб другим людям, с которыми это лицо стоит в каких-нибудь отношениях, обязывающих его оказывать другим помощь и поддержку; но с другой стороны, роскошь ведет к трате денег, и потому она полезна для общества.

Нестрогая дизъюнкция — такое разделительное суждение, в котором входящие в него суждения связаны логическим союзом «или», имеющим неисключительное значение /«или А, или В, или то и другое вместе»/. Здесь истинность одного высказывания не отрицает истинности другого.

4. Мы можем быть счастливы только или отрешившись от страстей; или борясь с ними. - Разделительное /дизъюнктивное/ суждение - суждение, в котором выражается знание того, что данному предмету присущ /не присущ/ только один признак из числа указываемых в суждении.

Если мы отрешаемся от них, то это состояние несчастное, так как оно унижает человека, и мы никогда не можем быть им довольны.

Если мы боремся с ними, то это тоже положение несчастное, т.к. нет ничего тяжелее той внутренней борьбы, которую нам постоянно приходится вести с самим собой.

Следовательно, мы никогда не можем быть счастливы.

В том случае, когда исходные суждения объединяются в сложное логическим союзом «если...то», мы имеем дело с условным суждением. Условным суждением называется суждение, в котором отображается зависимость явления от определенных условий и в котором основание и следствие соединяются посредством логического союза «если... то». Логическую операцию связи основания и следствия с помощью союза «если...то» называют импликацией: «Если А, то В».

**Список литературы**

1. Бузук Г.Л., Ивин А.А., Панов М.И. Наука убеждать: логика и риторика в вопросах и ответах. М.: Высшая школа, 1992.

2. Гжегорчик А. Популярная логика. М.: ИНФРА-М, 1999.

3. Зегет В. Элементарная логика. М.: Мир, 1985.

4. Гетманова А.Д. Учебник по логике. М.: ЭКМОС, 1994.

5. Ивин А.А. По законам логики. М.: Мир, 1983.

6. Кириллов В.И., Старченко А.А. Логика. Учебник. М.: Политиздат, 1987.

7. Краткий словарь по логике. М.: Дело, Вита-Пресс, 1991.