**1 Постановка задачи**

Составить и решить экономико-математическую модель по оптимальному суточному рациону кормления дойных коров на стойловый период. Критерий оптимальности – минимальная стоимость рациона. Провести анализ оптимального решения.

Живая масса - 400 кг, удой – 8кг. Корма: отруби овсяные, мука ячменная, комбикорм, сено луговое, сено клеверотимофеечное, солома овсяная, солома ячменная, силос травы луговой, силос подсолнечниковый, кормовая свекла, картофель, куузику, карбамид. Концентрированных кормов в рационе может быть не менее 0.9 кг и не более 3 кг, грубых – от 5 до 14 кг, силоса от 6- 18 кг, корнеклубнеплодов от 3 до 12 кг. Удельный вес комбикорма в концентрированных кормах может быть не более 30 %, соломы в грубых – не более 40%, силос травы луговой – не менее 25%, но не более 50% всего силоса, картофеля в корнеклубнеплодах не более 20% (по массе). Карбамид в общей потребности в переваримом протеине может занимать не более 20%.

Потребность в питательных веществах приведена в таблице 1. Справочные данные по характеристике кормов имеются в Таблице 2.

Таблица 1. Нормы кормления дойных коров.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Живая масса, кг | Суточный удой, кг | Рацион должен содержать не менее |
| корм. ед., кг | переваримого протеина, г | каротина, млг |
| 500 | 12 | 8.6 | 840 | 320 |

Таблица 2. Питательная ценность и цена кормов.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Наименование корма | Содержится в 1 кг корма | Стоимость 1 кг корма, руб. |
| Корм. ед., кг | Переваримого протеина, г | Каратина, мл |
| Концентрированные корма |
| 1 | Отруби овсяные | 0,84 | 34 | 1 | 7.10 |
| 2 | Мука ячменная | 1,17 | 96 | 0 | 9,00 |
| 3 | Комбикорм | 0.90 | 160 | 2 | 5.20 |
| Грубые корма |
| 4 | Сено луговое | 0.42 | 48 | 15 | 0.37 |
| 5 | Сено клеверотимофеечное | 0.50 | 52 | 30 | 0.45 |
| 6 | Солома овсяная | 0.31 | 14 | 4 | 0.18 |
| 7 | Солома ячменная | 0,36 | 12 | 4 | 0,18 |
| Силос |
| 8 | Силос подсолнечниковый | 0.16 | 15 | 15 | 2.00 |
| 9 | Силос травы луговой | 0.19 | 18 | 15 | 1.90 |
| Корнеклубнеплоды |
| 10 | Кормовая свёкла | 0,12 | 9 | 0 | 2.86 |
| 11 | Картофель | 0.30 | 16 | 0 | 6.00 |
| 12 | Куузику | 0,11 | 9 | 0 | 3,10 |
| Прочие корма |  |
| 13 | Карбамид | - | 2600 | - | 6,62 |

**2 Числовая экономико-математическая модель**

Определим перечень переменных и ограничений. Основными переменными в данной модели будет искомое количество кормов, которое может войти в суточный рацион. Основные переменные обозначим символами:

 - Отруби овсяные;

Концентрированные: - Мука ячменная;

 - Комбикорм;

 - сено луговое;

 Грубые корма: - сено клеверотимофеечное;

 - Солома овсяная.

 - Солома ячменная


###  - Силос подсолнечниковый;

 Силос: - силос травы луговой.

 - Кормовая свёкла;

 Корнеклубнеплоды: - картофель;

 - Куузику.

 Прочие: - Карбамид.

Функция цели – минимум стоимости рациона:

Ограничения:

1. Основные ограничения - по балансам кормовых единиц, т.е. по содержанию питательных веществ в рационе.

1.1 Рацион должен содержать не менее 8,6 кг кормовых единиц:

1.2 Рацион должен содержать не менее 840 г переваримого протеина:

1.3 Рацион должен содержать не менее 320 мг каротина:


##### 2. Дополнительные ограничения по зоотехническим допустимым границам содержания отдельных групп кормов в рационе (по массе):

2.1 Концентрированных кормов в рационе должно быть не менее 0.9 кг и не более 3 кг:

2.2 Грубых кормов должно быть от 5 до 14 кг:

3.3 Силоса должно быть от 6 до 18 кг:

2.4 Корнеклубнеплодов не менее от 3 до 12 кг:

3.Дополнительные ограничения по удельному весу отдельных кормов в соответствующей группе корма.

3.1 Удельный вес карбамида в концентрированных кормах может быть не более 30%(по массе):

3.2 Удельный вес соломы в грубых кормах - не более 40%:

3.3 Удельный вес силоса травы луговой - не менее 25%,но не более 50% всего силоса:

3.4 Удельный вес картофеля в корнеклубнеплодах - не более 20%:

3.5 Карбамид в общей потребности в переваримом протеине может занимать не более 20%:

Получили экономико-математическую модель. Её нужно решить с помощью компьютерной программы, реализующей алгоритм симплекс-метода.

3. Анализ оптимального решения

В итоге получаем следующее решение поставленной задачи:=33.301.



Таким образом, имеем, что оптимальная (минимальная) стоимость рациона одной коровы в сутки равна 33 рублей 01 копейки. При этом суточный рацион одной коровы должен включать 630 г отрубей овсяных; 270 г комбикорма; 9 кг 70 г сена клеверотимофеечного; 4 кг 930 г соломы ячменной, 3 кг силоса подсолнечникового; 3 кг силоса травы луговой;, 2 кг 400 г кормовой свёклы; 600 г картофеля; 44 г карбамида. Стоит заметить, что нерационально включать в рацион муку ячменную, сено луговое, солому овсяную и куузику.

В Таблице 3 представлен оптимальный кормовой рацион. Минимальная его стоимость – 89 рублей 94 копейки получается при следующем составе рациона.

Таблица 3. Состав оптимального рациона кормления.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № пер. | Вид корма | Количество корма, кг | Содержание питательных веществ | Стоимость, руб. |
| к. ед. | п.п. | Кар. |
| 1 | Отруби овсяные |  | 0,529 | 21,42 | 0,63 | 4,473 |
| 3 | Комбикорм |  | 0,243 | 43,2 | 0,54 | 1,404 |
| 5 | Сено клеверотимофеечное | 9,07 | 4,535 | 471,64 | 272,1 | 4,082 |
| 7 | Солома ячменная | 4,93 | 1,775 | 59,16 | 19,72 | 0,887 |
| 8 | Силос подсолнечниковый | 3 | 0,48 | 45 | 45 | 6 |
| 9 | Силос травы луговой  | 3 | 0,57 | 54 | 45 | 5,7 |
| 10 | Кормовая свёкла | 2,4 | 0,288 | 21,6 | 0 | 6,864 |
| 11 | Картофель | 0,6 | 0,18 | 9,6 | 0 | 3,6 |
| 13 | Карбамид | 0,044 | - | 114,38 | - | 0,291 |
|  | Итого | - | 8.60 | 840 | 382,99 | 33,301 |
|  | Задано по норме | - | 8,6 | 840 | 320 | - |
|  | Превышение потр. | - | 0 | 0 | 62,99 | - |

Проведенный расчет оптимального рациона показал, что для удовлетворения суточной потребности коровы необходимо включить в рацион 9 видов кормов из 13. Поскольку решали задачу на минимум себестоимости (стоимости) рациона, то конечной целью и было определить наиболее дешевые виды кормов, но при условии, чтобы они удовлетворяли задаваемую потребность в питательных веществах. Такими кормами оказались: отруби овсяные, комбикорм, сено клеверотимофеечное, солома ячменная, силос подсолнечниковый, силос травы луговой, кормовая свёкла, картофель, карбамид. В итоге для удовлетворения суточной потребности в кормах животному потребуется около 24 кг корма, при этом будет полностью удовлетворена зоотехническая потребность во всех ингредиентах питания.

Таблица 4. Состав суточного рациона по группам кормов.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Группы кормов | По условию | По решению | Возможное увеличение по условию |
| Не менее | Не более | Всего | В т.ч. сверх минимума |
| Концентраты | 0,9 | 3 | 0,9 | - | 2,1 |
| Грубые корма | 5 | 14 | 14 | 9 | - |
| Силос | 6 | 18 | 6 | - | 12 |
| Корнеклубнеплоды | 3 | 12 | 3 | - | 9 |

Из таблицы 4 следует, что только содержание грубых кормов в рационе достигло максимальной величины; силос, концентрированные корма и корнеклубнеплоды вошли в рацион по нижней границе; максимальной границы достигли лишь грубые корма. Они являются более эффективными, т. к. их превышение над минимумом составило 9 кг. Возможное увеличение концентрированных кормов по условию составляет 2,1 кг, силоса – 12 кг, корнеклубнеплодов – 9 кг.

Для анализа полученного состава рациона необходимо рассмотреть экономическую эффективность кормов, т.е. стоимость единицы питательного вещества каждого вида корма (табл. 5).

Таблица 5. Стоимость единицы питательного вещества, руб.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Группа и вид корма | 1 кг. корм.ед. | 1 г перев. прот. | 1 млг каротина |
| Концентрированные | 14,234 | 0,242 | 9,7 |
| В т.ч. Отруби овсяные | 8,456 | 0,209 | 7,1 |
|  Комбикорм | 5,778 | 0,033 | 2,6 |
| Грубые корма | 1,4 | 0,024 | 0,06 |
| В т.ч. Сено клеверотимофеечное | 0,9 | 0,009 | 0,015 |
| Солома ячменная | 0,5 | 0,015 | 0,045 |
| Силос | 22,5 | 0,239 | 0,26 |
| Силос подсолнечниковый | 12,5 | 0,133 | 0,133 |
| Силос травы луговой  | 10 | 0,106 | 0,127 |
| Корнеклубнеплоды | 43,833 | 0,693 | - |
| В т.ч. кормовая свекла | 23,833 | 0,318 | - |
|  картофель | 20 | 0,375 | - |
| Прочие корма | - | 0,003 | - |
| Карбамид | - | 0,003 | - |

Видно, что наиболее дешевые питательные вещества входят в состав грубых кормов. Наиболее дорогие питательные вещества входят в состав корнеклубнеплодов. При этом самую наименьшую стоимость имеет 1 г переваримого протеина в составе карбамида и сена клеверотимофеечного, а наибольшую стоимость имеет 1 кг кормовых единиц в составе картофеля. Питательные вещества в составе силоса и концентрированных кормов имеют среднюю стоимость.

Для определения типа кормления коров нужно рассмотреть структуру кормового рациона (Таблица 6).

Таблица 6. Состав и структура кормового рациона.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Группы кормов | Корм. ед. | Перевар. прот. | Каротин | Стоимость |
| кг | В % к итогу | г | В % к итогу | мг | В % к итогу | руб. | В % к итогу |
| Концентрированные | 0,772 | 8,977 | 64,62 | 7,693 | 1,17 | 0,305 | 5,877 | 17,648 |
| Грубые | 6,31 | 73,372 | 530,8 | 63,19 | 291,82 | 76,195 | 4,969 | 14,921 |
| Силос | 1,05 | 12,209 | 99 | 11,786 | 90 | 23,499 | 11,7 | 35,134 |
| Корнеклубнеплоды | 0,468 | 5,442 | 31,2 | 3,714 | 0 | 0 | 10,464 | 31,442 |
| Прочие корма | - | - | 114,38 | 13,617 | - | - | 0,291 | 0,874 |
| ИТОГО | 8,6 | 100 | 840 | 100 | 382,99 | 100 | 33,301 | 100 |

Данные таблицы свидетельствуют о том, что оптимальный рацион предусматривает силосно-сеновой тип кормления. Потребность в кормовых единицах большей частью покрывается за счет грубых кормов (73,372% от общего содержания кормовых единиц соответственно), также небольшой вклад вносят и силосовые корма – 12,209 %. Корнеклубнеплоды и концентрированные корма оказывают наименьшее влияние (8,977% и 5,442%). В структуре переваримого протеина наибольшая доля соответствует также грубым кормам (63,19%),немного влияют прочие(13,617)% и силосовые (11,786 %) корма. При рассмотрении структуры содержания каротина можно отметить доминирующее влияние грубых кормов (76,195 %). Кроме того, потребность в витаминах восполняется за счет силосовых кормов (23,499 %) и концентрированных (несущественно, 0,305 %). А вот корнеклубнеплоды вообще не содержат каротина и не вносят никакой вклад по обеспечению витаминной составляющей.

При рассмотрении стоимостной оценки рациона выявляется закономерность, которая свидетельствует о том, что наиболее дорогими кормами являются силосные и корнеклубнеплодные корма (35,134 % и 31,442% от стоимости рациона соответственно). Тогда как наиболее дешевыми являются прочие корма (0,874%).

Рассмотрим, как выполняются ограничения, и проанализируем значения двойственных оценок (Таблица 7).

Таблица 7. Выполнение ограничений и двойственных оценок.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Ограничения | Значения дополнительных переменных в неравенствах | Тип ограниче-ния и значение Вi | Значе-ние двойст-венных оценок |
| Типа больше | Типа меньше либо равно |
| Баланс кормовых единиц, кг | x 14=0 |  | >=8,6 | 8.549 |
| Баланс перевар. протеина, г | x 15=114.38 |  | >=840 | 0 |
| Баланс каротина, мг | x 16=0 |  | >=320 | 0.001 |
| Концентраты не менее, кг | x 17=0 |  | >=0,9 | 4.875 |
| Концентраты не более, кг |  | x 18=2.1 | <=3 | 0 |
| Грубые корма не менее, кг | x 19=0,9 |  | >=5 | 0 |
| Грубые корма не более, кг |  | x 20=0 | <=14 | 0.514 |
| Силос не менее, кг | x 21=0 |  | >=6 | 1.613 |
| Силос не более, кг |  | x 22=0,12 | <=8 | 0 |
| Корнеклубнеплоды не менее, кг | x 23=0 |  | >=3 | 2.629 |
| Корнеклубнеплоды не более, кг |  | x 24=0,9 | <=12 | 0 |
| Уд. вес карбамида, не более % |  | x 25=0 | <= | 2.016 |
| Уд. вес сена клеверотимофеечного, не более, % |  | x 26=5.6 | <= | 0  |
| Уд.вес соломы ячменной, не более % | x 27=1.441 |  | <= | 0 |
| Уд. вес силоса травы луговой, не менее, % | x 28=1.5 |  | >=0 | 0  |
| Уд. вес силоса травы луговой, не более, % |  | x 29=0 | <=0 | 0.158 |
| Уд. вес картофеля, не более, % |  | x 30=0.6 | <=0 | 0 |
| Карбамид в общей потребности в переваримом протеине, не более, % |  | x 31=0 | <=0 | 13.1 |

Данные таблицы показывают, что значение дополнительной переменной x 14 равно нулю. Следовательно, рацион содержит кормовых единиц в заданном количестве. Увеличение содержания в рационе на одну кормовую единицу, приведет к удорожанию рациона более чем на 8.5 рублей. Такая же ситуация наблюдается и для дополнительной переменной, характеризующей превышение потребности в каротине (x16=0). Следовательно, увеличение содержания каротина в рационе на 1 мг, приведет к повышению стоимости рациона менее чем на 1 копейку, что в принципе не значительно, при малых изменениях нормативов по содержанию каротина.

Анализируя баланс по переваримому протеину, можно отметить, что у нас имеется превышение потребности, предусмотренной условием задачи, на 114.38 г (более чем на 13.6%).

Значение дополнительной переменной x19 свидетельствуют о том, что грубые корма содержатся в рационе сверх нижней границы соответственно на 0,9 кг. Значения переменных x20 =0говорят о невозможности увеличения содержания в рационе грубых кормов. При увеличении содержания грубых кормов на 1 кг стоимость уменьшится на 0.514 руб. Содержание же сочных и концентрированных кормов можно увеличить на 120 г и 2.1 кг соответственно. Корнеклубнеплоды вошли в оптимальный рацион по нижней границе (недефицитный корм), возможно увеличение их количества в рационе на 900 г. Но увеличение содержания в рационе корнеклубнеплодов на 1 кг, приведет к удорожанию рациона на 2,629 рублей. Можно заметить, что дефицитными кормами являются силос травы луговой. При увеличении этого вида корма в соответствующей ему группе произойдет снижение стоимости рациона соответственно на 16 копеек. Картофель используется частично, возможное его увеличение составляет 600 г. Содержание карбамида в общей питательности рациона является дефицитным. При увеличении этого вида корма произойдет снижение стоимости рациона на 13.1 руб.