ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное образовательное учреждение

Высшего профессионального образования

"Волгоградский государственный технический университет"

Камышинский технологический институт (филиал)

Волгоградского государственного технического университета

Кафедра "Высшей математики"

Типовой расчет

Часть III

по дисциплине: "Экономико-математические методы"

на тему:

"Транспортная задача"

Выполнила:

студентка гр. КБА-081(вво)

Титова Мария Дмитриевна

Проверила:

Старший преподаватель каф. ВМ

Мягкова Светлана Васильевна

Камышин - 2009 г.

## Задача I

Составить план перевозок зерна из районов А1, А2, А3, запасы которых составляют соответственно 250, 150 и 100 тыс. ц. в 5 пунктов В1, В2, В3, В4, В5, потребности которых 70, 110, 90, 130, 100 тыс. ц. Затраты на перевозку 1 тыс. ц. зерна приведены в таблице.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | В1 | В2 | В3 | В4 | В5 |
| А1 | 4 | 11 | 6 | 5 | 15 |
| А2 | 8 | 7 | 9 | 13 | 10 |
| А3 | 10 | 5 | 12 | 7 | 20 |

Минимизировать общие затраты на реализацию плана перевозок.

Решение:

а). Метод “северо-западного угла”. Установим характер задачи:

, итак



⇒ модель задачи закрытая.



Составим распределительную таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | ai |
| A1 | 10  70 | 4  110 | 6  70 | 8 | 20 | 250 |
| A2 | 5 | 11 | 12  20 | 7  130 | 4 | 150 |
| A3 | 9 | 7 | 15 | 10 | 5  100 | 100 |
| bj | 70 | 110 | 90 | 130 | 100 | 500  500 |

Итак, получили план X1 такой, что в пункт В1 надо отправить зерна 70 тыс. ц., а в В2 110 тыс. ц. из района А1. В пункт В3 70 тыс. ц. из района А1 и 20 тыс. ц. из района А2. В пункт В4 130 тыс. ц. из района А2 и наконец в пункт В5 100 тыс. ц из района А3. Суммарные расходы на перевозку зерна составляют:

Z(X1) =70⋅10+110⋅4+70⋅6+20⋅12+130⋅7+100⋅5 =

= 700+440+420+240+910+500=3210 руб.

б). Метод “ минимального элемента “. Составим распределительную таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | ai |
| A1 | 10  10 | 4  110 | 6 | 8  130 | 20 | 250 |
| A2 | 5  50 | 11 | 12 | 7 | 4  100 | 150 |
| A3 | 9  10 | 7 | 5  90 | 10 | 5 | 100 |
| bj | 70 | 110 | 90 | 130 | 100 | 500  500 |

В результате полного распределения зерна получаем план X2, для которого значение целевой функции:

Z(X2) =10⋅10+110⋅4+130⋅8+50⋅5+100⋅4+10⋅9+90⋅5=

=100+440+1040+250+400+90+450=2770 руб.

в). Построение нового улучшенного опорного плана по методу потенциалов.

Рассмотрим опорный план, найденный по методу “минимального элемента”.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | ai | ui |
| A1 | 10  10 | 4  110 | 6 | 8  130 | 20 | 250 | 0 |
| A2 | + 5  50 | 11 | 12 | 7 | - 4  100 | 150 | - 5 |
| A3 | - 9  10 | 7 | 5  90 | 10 | + 5 | 100 | - 1 |
| bj | 70 | 110 | 90 | 130 | 100 | 500  500 |  |
| υj | 10 | 4 | 6 | 8 | 9 |  |  |

Проверяем условие m+n-1=3+5-1=7, число занятых клеток удовлетворяет этому условию.

Для определения потенциалов составляем уравнения:

u1+υ1=10 Пусть u1=0, тогда υ1=10

u1+υ2=4 υ2=4

u1+υ4=8 υ4=8

u2+υ1=5 u2=5-10=-5

u2+υ5=4 υ5=4-(-5) =9

u3+υ1=9 u3=9-10=-1

u3+υ3=5 υ3=5-(-1) =6

Определяем оценки свободных клеток:

S13=6-(6+0) =0 S23=12-(6-5) =11 S34=10-(8-1) =4

S15=20-(9+0) =11 S24=7-(8-5) =4 S35=5-(9-1) =-3

S22=11-(4-5) =12 S32=7-(4-1) =4

Так как не все Sij≥0, то план не оптимальный. Наиболее перспективной клеткой является клетка (3;

5), так как S35 - наименьшая. С вершиной в клетке (3;

5) строим замкнутый цикл. В него войдут вершины: (3;

5), (3;

1), (2;

1), (2;

5).

Найдем λ=min(10; 100) =10, после пересчета получим новый цикл. Заменяя старый цикл на новый, получим следующую таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | ai | ui |
| A1 | - 10  10 | 4  110 | + 6 | 8  130 | 20 | 250 | 0 |
| A2 | + 5  60 | 11 | 12 | 7 | - 4  90 | 150 | - 5 |
| A3 | 9 | 7 | - 5  90 | 10 | + 5  10 | 100 | - 4 |
| bj | 70 | 110 | 90 | 130 | 100 | 500  500 |  |
| υj | 10 | 4 | 9 | 8 | 9 |  |  |

Для нового плана определяем новые потенциалы и находим новые оценки свободных клеток:

S13=-3 S22=12 S24=4 S32=7

S15=11 S23=8 S31=3 S34=6

Так как не все Sij≥0, то план не оптимальный. Наиболее перспективной клеткой является клетка (1;

3), так как S13 - наименьшая. С вершиной в клетке (1;

3) строим замкнутый цикл.

Найдем λ=min(90; 90;

10) =10, после пересчета получим новый цикл. Заменяя старый цикл на новый, получим следующую таблицу:

Таблица.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | ai | ui |
| A1 | 10 | 4  110 | 6  10 | 8  130 | 20 | 250 | 0 |
| A2 | 5  70 | 11 | 12 | 7 | 4  80 | 150 | - 2 |
| A3 | 9 | 7 | 5  80 | 10 | 5  20 | 100 | - 1 |
| bj | 70 | 110 | 90 | 130 | 100 | 500  500 |  |
| υj | 7 | 4 | 6 | 8 | 6 |  |  |

Для нового плана определяем новые потенциалы и находим новые оценки свободных клеток:

S11=3 S22=9 S24=1 S32=4

S15=14 S23=8 S31=3 S34=3

Так как все Sij>0, то план оптимальный и единственный. Затраты на перевозки по оптимальному плану составляют:

min Z=110⋅4+10⋅6+130⋅8+70⋅5+80⋅4+80⋅5+20⋅5=

=440+60+1040+350+320+400+100=2710 руб.

Ответ: затраты на перевозки по оптимальному плану составляют 2710 рублей.

## Задача II

Решить ТЗ с открытой моделью, если дана матрица планирования перевозок:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 6 | 30 | 25 | 7 | 15 | 35 |
| 5 | 29 | 21 | 4 | 13 | 40 |
| 18 | 22 | 5 | 28 | 1 | 25 |
| 19 | 23 | 8 | 2 | 14 | 15 |
| 24 | 25 | 30 | 20 | 21 |  |

Решение:

а). Установим характер задачи:

, итак



> ⇒



модель задачи открытая, значит, вводим фиктивный пункт отправления А5 с запасами груза a5= - = 120 - 115=5, а тарифы перевозки этого груза будут С51=С52=С53=С54= С55=0.



Составляем распределительную таблицу по методу "минимального элемента":

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | ai |
| A1 | 6 | 30  25 | 25  10 | 7 | 15 | 35 |
| A2 | 5  19 | 29 | 21  16 | 4  5 | 13 | 40 |
| A3 | 18 | 22 | 5  4 | 28 | 1  21 | 25 |
| A4 | 19 | 23 | 8 | 2  15 | 14 | 15 |
| A5 | 0  5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 |
| bj | 24 | 25 | 30 | 20 | 21 | 120  120 |

Итак, получили план X1. Суммарные расходы на перевозку зерна составляют:

Z(X1) =24⋅6+11⋅30+14⋅29+26⋅21+4⋅5+20⋅28+1⋅1+15⋅14+5⋅0 =

= 144+330+406+546+20+560+1+210=2217 руб.

б). Построение нового улучшенного опорного плана по методу потенциалов.

Рассмотрим опорный план, найденный по методу “минимального элемента”.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | ai | ui |
| A1 | 6 | - 30  25 | + 25  10 | 7 | 15 | 35 | 0 |
| A2 | + 5  19 | 29 | - 21  16 | 4  5 | 13 | 40 | - 4 |
| A3 | 18 | 22 | 5  4 | 28 | 1  21 | 25 | - 20 |
| A4 | 19 | 23 | 8 | 2  15 | 14 | 15 | - 6 |
| A5 | - 0  5 | + 0 | 0 | 0 | 0 | 5 | - 9 |
| bj | 24 | 25 | 30 | 20 | 21 | 120  120 |  |
| υj | 9 | 30 | 25 | 8 | 21 |  |  |

Проверяем условие m+n-1=5+5-1=9, число занятых клеток удовлетворяет этому условию.

Определяем потенциалы и находим оценки свободных клеток:

S11=-3 S25=-4 S41=16 S52=-21

S14=-1 S31=29 S42=-1 S53=-16

S15=-6 S32=12 S43=-11 S54=-1

S22=3 S34=40 S45=-1 S55=-12

S52 - наименьшая оценка.

С вершиной в клетке (5;

2) строим замкнутый цикл.

Найдем λ=min(5; 16; 25) =5, после пересчета получим новый цикл. Заменяя старый цикл на новый, получим следующую таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | ai | ui |
| A1 | 6 | 30  20 | 25  15 | 7 | 15 | 35 | 0 |
| A2 | 5  24 | 29 | - 21  11 | + 4  5 | 13 | 40 | - 4 |
| A3 | 18 | 22 | 5  4 | 28 | 1  21 | 25 | - 20 |
| A4 | 19 | 23 | + 8 | - 2  15 | 14 | 15 | - 6 |
| A5 | 0 | 0  5 | 0 | 0 | 0 | 5 | - 30 |
| bj | 24 | 25 | 30 | 20 | 21 | 120  120 |  |
| υj | 9 | 30 | 25 | 8 | 21 |  |  |

Определяем потенциалы и находим оценки свободных клеток:

S11=-3 S25=-4 S41=16 S51=21

S14=-1 S31=29 S42=-1 S53=5

S15=-6 S32=12 S43=-11 S54=22

S22=3 S34=40 S45=-1 S55=9

S43 - наименьшая оценка. С вершиной в клетке (4;

3) строим замкнутый цикл. Найдем λ=min(11; 15) =11, после пересчета получим новый цикл. Заменяя старый цикл на новый, получим следующую таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | ai | ui |
| A1 | + 6  - | 30  20 | - 25  15 | 7 | 15 | 35 | 0 |
| A2 | - 5  24 | 29 | 21  - | + 4  16 | 13 | 40 | - 15 |
| A3 | 18 | 22 | 5  4 | 28 | 1  21 | 25 | - 20 |
| A4 | 19 | 23 | + 8  11 | - 2  4 | 14 | 15 | - 17 |
| A5 | 0 | 0  5 | 0 | 0 | 0 | 5 | - 30 |
| bj | 24 | 25 | 30 | 20 | 21 | 120  120 |  |
| υj | 20 | 30 | 25 | 19 | 21 |  |  |

Определяем потенциалы и находим оценки свободных клеток:

S11=-14 S23=11 S34=29 S51=10

S14=-12 S25=7 S41=16 S53=5

S15=-6 S31=18 S42=10 S54=11

S22=14 S32=12 S45=10 S55=9

S11 - наименьшая оценка. С вершиной в клетке (1;

1) строим замкнутый цикл. Найдем λ=min(24; 15;

4) =4.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | ai | ui |
| A1 | + 6  4 | 30  20 | - 25  11 | 7 | 15 | 35 | 0 |
| A2 | - 5  20 | 29 | 21  - | 4  20 | + 13 | 40 | - 1 |
| A3 | 18 | 22 | + 5  4 | 28 | - 1  21 | 25 | - 20 |
| A4 | 19 | 23 | 8  15 | 2 | 14 | 15 | - 17 |
| A5 | 0 | 0  5 | 0 | 0 | 0 | 5 | - 30 |
| bj | 24 | 25 | 30 | 20 | 21 | 120  120 |  |
| υj | 6 | 30 | 25 | 5 | 21 |  |  |

Определяем потенциалы и находим оценки свободных клеток:

S14=2 S25=-7 S41=30 S51=24

S15=-6 S31=32 S42=10 S53=5

S22=0 S32=12 S44=14 S54=25

S23=-3 S34=43 S45=10 S55=9

S25 - наименьшая оценка. С вершиной в клетке (2;

5) строим замкнутый цикл. Найдем λ=min(20; 11; 21) =11.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | ai | ui |
| A1 | 6  15 | 30  20 | 25 | 7 | 15 | 35 | 0 |
| A2 | 5  9 | 29 | 21 | 4  20 | 13  11 | 40 | - 1 |
| A3 | 18 | 22 | 5  15 | 28 | 1  10 | 25 | - 13 |
| A4 | 19 | 23 | 8  15 | 2 | 14 | 15 | - 10 |
| A5 | 0 | 0  5 | 0 | 0 | 0 | 5 | - 30 |
| bj | 24 | 25 | 30 | 20 | 21 | 120  120 |  |
| υj | 6 | 30 | 18 | 5 | 14 |  |  |

Определяем потенциалы и находим оценки свободных клеток:

S13=7 S23=4 S41=23 S51=24

S14=2 S31=25 S42=3 S53=12

S15=1 S32=39 S44=7 S54=25

S22=0 S34=36 S45=10 S55=16

Так как все Sij>0, то план оптимальный и единственный. Затраты на перевозки по оптимальному плану составляют:

min Z=15⋅6+20⋅30+9⋅5+20⋅4+11⋅13+15⋅5+10⋅1+15⋅8+5⋅0=

=90+600+45+80+143+75+10+120+0=1163 руб.

Ответ: затраты на перевозки по оптимальному плану составляют 1163 рубля.