**1. Замена платежей и их консолидация**

На практике нередко возникают случаи, когда необходимо заменить одно обязательство другим, например с более отдаленным сроком платежа, досрочно погасить задолженность, объединить несколько платежей в один (консолидировать платежи) и т.п. В таких ситуациях неизбежно возникает вопрос о принципе, на котором должно базироваться изменение контракта. Таким общепринятым принципом является финансовая эквивалентностьобязательств, которая предполагает неизменность финансовых отношений сторон до и после изменения контракта.

Для сопоставления альтернативных вариантов ставки, используемые в условиях контрактов, приводят к единому показателю.

Различные финансовые схемы можно считать эквивалентными в том случае, если они приводят к одному и тому же финансовому результату.

**Эквивалентная процентная ставка** – это ставка, которая для рассматриваемой финансовой операции даст точно такой же денежный результат (наращенную сумму), что и применяемая в этой операции ставка.

Классическим примером эквивалентности являются номинальная и эффективная ставка процентов:

i = (1 + j/m)m - 1

j = m[(1 + i)1/m - 1]

Эффективная ставка измеряет тот относительный доход, который может быть получен в целом за год, т.е. совершенно безразлично – применять ли ставку j при начислении процентов m раз в год или годовую ставку i, – и та, и другая ставки эквивалентны в финансовом отношении.

Поэтому совершенно не имеет значения, какую из приведенных ставок указывать в финансовых условиях, поскольку использование их дает одну и ту же наращенную сумму. В США в практических расчетах применяют номинальную ставку, а в европейских странах предпочитают эффективную ставку процентов.

Если две номинальные ставки определяют одну и ту же эффективную ставку процентов, то они называются эквивалентными.

**Пример.** Каковы будут эквивалентные номинальные процентные ставки с полугодовым начислением процентов и ежемесячным начислением процентов, если соответствующая им эффективная ставка должна быть равна 25%?

### Решение:

Находим номинальную ставку для полугодового начисления процентов:

j = m[(1 + i)1/m - 1] = 2[(1 + 0,25)1/2 - 1] = 0,23607

Находим номинальную ставку для ежемесячного начисления процентов:

j = m[(1 + i)1/m - 1] = 4[(1 + 0,25)1/12 - 1] = 0,22523

Таким образом, номинальные ставки 23,61% с полугодовым начислением процентов и 22, 52% с ежемесячным начислением процентов являются эквивалентными.

При выводе равенств, связывающих эквивалентные ставки, приравниваются друг к другу множители наращения, что дает возможность использовать формулы эквивалентности простых и сложных ставок:

простая процентная ставка

i = [(1 + j/m)mn - 1]/n

сложная процентная ставка



**Пример.** Предполагается поместить капитал на 4 года либо под сложную процентную ставку 20% годовых с полугодовым начислением процентов, либо под простую процентную ставку 26% годовых. Найти оптимальный вариант.

### Решение:

Находим для сложной процентной ставки эквивалентную простую ставку:

i = [(1 + j/m)mn - 1]/n = [(1 + 0,2/2)2 • 4 - 1]/4 = 0,2859

Таким образом, эквивалентная сложной ставке по первому варианту простая процентная ставка составляет 28,59% годовых, что выше предлагаемой простой ставки в 26% годовых по второму варианту, следовательно, выгоднее разместить капитал по первому варианту, т.е. под 20% годовых с полугодовым начислением процентов.

Находим эквивалентную сложную ставку процентов для простой ставки:



Таким образом, процентная ставка 18,64% годовых с полугодовым начислением процентов ниже 20% годовых с полугодовым начислением процентов, то первый вариант выгоднее.

В практической деятельности часто возникает необходимость изменения условий ранее заключенного контракта – объединение нескольких платежей или замене единовременного платежа рядом последовательных платежей. Естественно, что в таких условиях ни один из участников финансовой операции не должен терпеть убыток, вызванный изменением финансовых условий. Решение подобных задач сводится к построению **уравнения эквивалентности**, в котором сумма заменяемых платежей, приведенная к какому-то одному моменту времени, приравнена к сумме платежей по новому обязательству, приведенному к тому же моменту времени.

Для краткосрочных контрактов консолидация осуществляется на основе простых ставок. В случае с объединением (консолидированием) нескольких платежей в один сумма заменяемых платежей, приведенных к одной и той же дате, приравнивается к новому обязательству:

FVo = ΣFVj • (1 + i •╥tj),

где tj – временной интервал между сроками, tj = n0 - nj.

**Пример.** Решено консолидировать два платежа со сроками 20.04 и 10.05 и суммами платежа 20 тыс. руб. и 30 тыс. руб. Срок консолидации платежей 31.05. Определить сумму консолидированного платежа при условии, что ставка равна 10% годовых.

### Решение:

Определим временной интервал между сроками для первого платежа и консолидированного платежа (дата выдачи и дата погашения считается за один день):

t1= 11(апрель) + 31(май) - 1= 41 день;

для второго платежа и консолидированного платежа:

t2 = 22(май) - 1 = 21 день.

Отсюда сумма консолидированного платежа будет равна:

FVoб. = FV1 • (1 + t1/T • i) + FV2 • (1 + t2/T • i) =

= 20'000 • (1 + 41/360 • 0,1) + 30'000 • (1 + 21/360 • 0,1) = 50'402,78 руб.

Таким образом, консолидированный платеж со сроком 31.05 составит 50'402,78 руб.

Конечно, существуют различные возможности изменения условий финансового соглашения, и в соответствии с этим многообразие уравнений эквивалентности. Готовыми формулами невозможно охватить все случаи, возникающие в практической деятельности, но в каждой конкретной ситуации при замене платежей уравнение эквивалентности составляется похожим образом.

Если платеж FV1 со сроком n1 надо заменить платежом FVоб. со сроком nоб (nоб > n1) при использовании сложной процентной ставки i, то уравнение эквивалентности имеет вид:

FVоб. = FV1 • (1 + i)nоб.-n1

**Пример.** Предлагается платеж в 45 тыс. руб. со сроком уплаты через 3 года заменить платежом со сроком уплаты через 5 лет. Найти новую сумму платежа, исходя из процентной ставки 12 % годовых.

### Решение:

Поскольку nоб. > n1, то платеж составит:

FVоб. = FV1 (1 + i)nоб.-n1 = 45'000 (1 + 0,12)5-3 = 56'448 руб.

Таким образом, в новых условиях финансовой операции будет предусмотрен платеж 56'448 руб.

Таким образом, операции по консолидированию долга - преобразование краткосрочной задолженности с фиксированной ставкой процента в долгосрочную задолженность с фиксированной ставкой процента (консолидированный долг), консолидированная задолженность погашается примерно равными годовыми долями в течение *п* лет.

**2. Расчетные задания 9, 19, 29, 39, 49**

**Задание 9**

Под какую процентную ставку необходимо поместить в банк 750 грн, чтобы через 3 года при условии ежегодного компаундирования иметь на счету 1000 грн?

Решение.

Наращенная сумма определяется по формуле:

(1)



где *FV* – будущая стоимость инвестированного капитала, грн.;

PV –стоимость инвестированного капитала, грн.;

r – процентная ставка;

n – период начисления, год;

r = = 0,10



Таким образом, необходимо поместить в банк 750 грн на 3 года при условии ежегодного компаундирования под 10%, чтобы иметь на счету 1000 грн по окончанию срока.

**Задание 19**

Предприятие продало товар на условиях потребительского кредита с оформлением простого векселя. Номинальная стоимость векселя 150 тыс. грн. срок вескеля – 60 дней, ставка процента за предоставленный кредит – 15 % годовых.

Через 45 дней с момента оформления векселя предприятие решило учесть вексель в банке. Есть две возможности учета векселя:

1. банк «А» предлагает дисконтную ставку 20 %, способ 365/360;

2. банк «Б» предлагает дисконтную ставку 25 %, способ 365/365.

Рассчитать суммы, которые получит предприятие и банк в обоих случаях.

Будущая стоимость векселя на момент его погашения по простой ставке:

Для расчета дисконта используется учетная ставка:

D = FV - PV = FV • n • d = FV • t/T • d ,

где n – продолжительность срока в годах от момента учета до даты выплаты известной суммы в будущем.

Отсюда:

PV = FV - FV • n • d = FV • (1 - n • d),

где (1 - n • d) – дисконтный множитель.

Стоимость векселя на момент его погашения по простой учетной ставке:

РV = 150 (1 – 0,15) = 146,25 тыс. грн



Следовательно, предъявитель векселя получит сумму 146,25 тыс грн., а сумма дисконта в размере 3,75 тыс грн..

Рассчитаем стоимость векселя, если предприятие учтет его в банке:

PV2 = PV1 • (1 + n1 • i ) • (1 - n2 • d ),

где PV1 – первоначальная сумма долга;

PV2 – сумма, получаемая при учете обязательства;

n1 – общий срок платежного обязательства;

n2 – срок от момента учета до погашения.

Банк «А»:

150 = 147,2945 тыс грн



D =150 – 147,2945 = 2,7055 тыс грн.

Следовательно, сумма, полученная предприятием при учете данного обязательства в банке «А» составит 147294,5 грн, а банк получит 2705,5 грн.

Банк «Б»:

150 = 147,3822 тыс грн



D = 150-147,3822 = 2,6178 тыс грн.

Следовательно, сумма, полученная предприятием при учете данного обязательства в банке «Б»составит 147382,2 грн, а банк получит 2617,8 грн.

**Задание 29**

Рассматриваются три варианта (А, Б, В) размещения средств на депозитном счете банка.

По варианту А начисление процентов предусматривается осуществлять раз в год по ставке 30%, по варианту Б – ежемесячно по ставке 24% годовых, по варианту В – ежеквартально по ставке 28 % годовых.

Необходимо определить эффективную годовую ставку по каждому варианту и на основании этого выбрать наиболее выгодный вариант инвестирования средств.

Решение.

Используем формулу начисления несколько раз в год



где – количество начислений в году, раз.



По варианту А начисление процентов раз в год по ставке 30%:

= ((1+0,3)1 – 1) = 0,3



, по варианту Б – ежемесячно по ставке 24% годовых

= ((1+)12 – 1) = 0,268



по варианту В – ежеквартально по ставке 28 % годовых

= ((1+)4 – 1) = 0,311



По варианту «А» будет начислено 30%, по варианту «Б» – ежемесячно по ставке – эффективная годовая ставка составит 26,8 % годовых, а по варианту «В» – ежеквартально – 31,1% годовых, следовательно, наиболее выгодный вариант инвестирования средств «В», т.к. эффективная годовая ставка и наращенная сумма будут в этом варианте наибольшими.

**Задание 39**

На взнос в 30 тыс грн ежемесячно начисляются сложные проценты по номинальной годовой процентной ставке 40%. Оценить сумму взноса через 1,5 года с позиции покупательной способности, если ожидаемый темп инфляции 2% в месяц. Какой должна быть величина прибавленной процентной ставки? Как изменится ситуация, если темп инфляции составит 4% в месяц?

Решение.

Наращенная сумма с учетом инфляции определяется по формуле:



J – индекс инфляции:

J = (1+α)m

где α – темп инфляции за месяц, %,

m – длительность финансовой операции, мес.

Определим индекс инфляции, если ожидаемый темп инфляции 2% в месяц:

J = (1+0,02)18 = 1,428

= 37,907 тыс грн



Определим индекс инфляции, если ожидаемый темп инфляции 4% в месяц:

J = (1+0,04)18 = 2,0258

= 26,721 тыс грн



Прибавленная ставка определяется:

, следовательно, rп



rп = = 0,24



rп = = 0,48



Таким образом, сумма взноса размером 30 тыс грн через 1,5 года с позиции покупательной способности при ожидаемом темпе инфляции 2% в месяц составит 37907 грн, а при инфляции составит 4% в месяц – 26721 грн. Величина прибавленной процентной ставки должна составлять в первом случае 24 %, а во втором – 48%. Если темп инфляции вырастет до 4% в месяц, вкладчик потеряет 11186 грн.

**Задание 49**

Платеж в 6 тыс грн и сроком оплаты через 4 года необходимо заменить с использованием схемы сложных процентов по ставке 15 % годовых платежом со сроком оплаты 3 года.

Решение.

При использовании схемы сложных процентов для нахождения размера платежа используется формула:

Р0 = Р1(1+r)n0-n1

Р0 = 6 (1+0,15)3-4= 6 \* 1,15 -1  = 5,217 тыс. грн.

Таким образом платеж в 6 тыс грн и сроком оплаты через 4 года необходимо заменить с использованием схемы сложных процентов по ставке 15 % годовых платежом размером 5,217 тыс. грн. со сроком оплаты 3 года.

**Список литературы**

1. Ковалев В.В. Финансовый анализ: Управление капиталом. Выбор инвестиций. Анализ отчетности. – М.: Финансы и статистика, 1997. –512 с.
2. Малыхин В.И. Финансовая математика.: Учеб. пос. для вузов. – М.: ЮНИТИ – ДАНА,1999.- 247 с.
3. Четыркин Е.М. Методы финансовых и коммерческих расчетов. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: «Дело Лтд», 1995. – 320 с.