Кафедра общей и прикладной геофизики

**Курсовая работа**

на тему:

Автокорреляционные функции и энергетические спектры погрешностей наблюдений

Выполнил: студент группы 3151

Климов Ю. С.

Проверил: профессор

Серкеров С. А.

Дубна, 2005

## Содержание

## Введение

## Теоретическая часть

## Расчётная часть

## Заключение

## Список литературы

## Введение

В данной работе рассматриваются элементы теории случайных функций и их применение для интерпретации гравитационных и магнитных аномалий. Аппарат теории случайных функций и основанный на нём статистический подход можно применять в различных ситуациях. Во-первых, когда мало известно о параметрах аномалий или геологических объектах, которыми они вызваны. Во-вторых, когда поставленную задачу гравиразведки и магниторазведки можно решить только с применением аппарата теории случайных функций и, наконец, в-третьих, при решении задач различными детерминированными методами.

Получаемые данные, корреляционные функции и связанные с ними энергетические спектры аномалий имеют следующие свойства: малая чувствительность к погрешностям наблюдений; взаимозаменяемость; чётность получаемых выражений.

В работе также приведены примеры применения теоретического материала к практике. Представлены расчёты для бесконечной горизонтальной материальной линии, бесконечной вертикальной материальной полосы и бесконечной горизонтальной полосы.. Для исследуемых функций построены графики при различных исходных данных.

# Теоретическая часть

Автокорреляционные функции и энергетические спектры погрешностей наблюдений

При решении различных задач грави- и магниторазведки почти всегда возникает необходимость учета влияния погрешностей наблюдений. Поэтому очень важно выяснить законы изменения их автокорреляционной функции и энергетического спектра. Необходимо также выяснить чувствительность вычислительных схем к погрешностям наблюдений и получить формулы, позволяющие оценить их точность. Существующие формулы оценки их погрешности дают только предельное, следовательно, во многих случаях и завышенное значение погрешности.

Не менее важным является выяснение возможности корреляции погрешностей наблюдений с аномалиями. Обычно полагают, что они не коррелируются, но это не всегда так. Во многих реальных случаях и, особенно, когда искомая аномалия небольших размеров, погрешности наблюдений могут коррелироваться с аномалией. И тогда неучет коррелируемости может привести к значительным погрешностям в решаемой задаче. В таких случаях необходимо пользоваться способами, учитывающими корреляцию.

Под погрешностями наблюдений понимаются сумма случайных погрешностей наблюдений и влияний самых верхних плотностных неоднородностей. Рассмотрим основные энергетические характеристики погрешностей наблюдений [38].

Высокочастотные случайные помехи можно аппроксимировать белым шумом с ограниченной полосой частот, для которой

Bп(τ) = Bп(0)[sin(πτ / Δx)](πτ / Δx), (3.70)

где Δx - расстояние между пунктами наблюдений; Bп(0) -максимальное значение автокорреляционной функции - средний квадрат ошибок наблюдений. Это для случая, когда радиус корреляции погрешностей наблюдений r = Δx. В остальных случаях, т.е. когда r > Δx, автокорреляционную функцию погрешностей наблюдений можно выразить функциями

Bп(x)=Bп(0)exp[-(τ / d)2], (3.71)

Bп(x)=Bп(0)exp[-τ / d1], (3.72)

где d и d1 - постоянные, зависящие от радиуса корреляции ошибок наблюдений r.

Если ошибки между пунктами наблюдений взаимонезависимы, то

r = Δx.

Но обычно r > Δx, и это происходит из-за наличия в погрешностях наблюдений, кроме некоррелируемых между соседними точками измерений помех (ошибка в отсчете, ошибка в нивелировке и др.), случайной составляющей, коррелируемой между несколькими пунктами наблюдений. Последняя может быть обусловлена неравномерными в течение рейса условиями транспортировки, неравномерным изменением температуры, неравномерными атмосферными условиями (ветер, дождь), ошибками учета нуль-пункта и другими причинами. Для определения более правильных законов изменения автокорреляционной функции, энергетического спектра ошибок наблюдений и оценки соотношения между r и Δx были получены экспериментальные данные погрешностей наблюдений с гравиметрами (выборка из 400 значений).

Анализ этих данных показал, что их наилучшим образом можно аппроксимировать выражением

Bп(τ) = Bп(0)exp(-ατ)cosβτ (3.73)

при значениях постоянных α = 0,80 / r, β = π / 2r.

Значения радиуса корреляции погрешностей наблюдений r, найденные по этим экспериментальным данным, колеблются от l,3Δx до 2,0Δx (при разных выборках из 400 - при 50, 100, 200 и 400 значениях). При этом среднее и наиболее вероятное значение r=1,6Δx (это значение соответствует кривой автокорреляционной функции, построенной по всем 400 значениям погрешностей наблюдений). Поэтому здесь и в дальнейшем в качестве радиуса корреляции ошибок наблюдений г будет принято это уточненное значение r = 1,6Δx. Что же касается систематических ошибок, то для определения их радиуса корреляции можно воспользоваться формулой для определения радиуса корреляции суммарного поля, полагая, что

fп(x) = fс(x) + fо(x),

где индексы “c” и “о” указывают соответственно на случаи систематических ошибок и инструментальных ошибок, не коррелирующих между двумя соседними пунктами наблюдений. При значениях их средних квадратов Bс(0), Bо(0) значение rп можно определить из равенства

Данные анализа наблюденных погрешностей показывают, что Bc(0) ≈ Bo(0). Поэтому

rп = (rc+Δx) / 2.

Отсюда rc = 2rп - Δx.

Подставляя в это равенство вместо rп предельные значения rп = 1,ЗΔx и rп = 2Δx, найдем rc = 1,6Δx и rc = ЗΔx, т.е. можно принять, округляя до целых, что rc меняется примерно от 2Δx до ЗΔx.

Некоторые авторы полагают, что rc должен меняться от Δx до 2Δx. Более уточненные данные показывают, что rc меняется от 2Δx до ЗΔx (значению rп = 1,6Δx соответствует величина rc = 2,2Δx). Эти же данные, как более обоснованные, можно принять за основу при исследованиях в дальнейшем.

Учитывая изложенное выше, в дальнейшем в зависимости от решаемой задачи в качестве автокорреляционной функции ошибок наблюдений будем принимать выражения, определяемые равенствами (3.70) и (3.73). Им соответствуют следующие выражения энергетических спектров.

Для равенства (3.70)

 (3.74)

Для равенства (3.73)

 (3.75)

Можно также пользоваться выражениями (3.71) и (3.72), но только для получения отдельных прикидочных оценок или с целью получения менее громоздких выражений из интегралов.

Для трехмерных аномалий, предполагая значения ошибок наблюдений симметричными относительно вертикальной оси, автокорреляционные функции ошибок наблюдений для законов, аналогичных равенствам (3.70) и (3.73) двухмерного случая, опишем соответственно формулами

Bп(τ)н = 2J1(eτ) / eτ, (3.76)

Bп(τ)н = exp(-pτ)J0(tτ) (3.77)

при следующих наиболее вероятных значениях постоянных [38]:

e = 2,4 / Δx, p = 0,5 / Δx, t = 1,5 / Δx.

Для энергетических спектров ошибок наблюдений, определяемых равенствами (3.76), (3.77), получим соответственно следующие выражения [для равенства (3.77) из-за громоздкости выражения приводим значение Qп(0)]:

 (3 78)

 (3.79)

Связь между энергетическими характеристиками исходных и трансформированных аномалий

Выразим энергетический (взаимный энергетический) спектр или корреляционную функцию трансформированной аномалии через энергетический (взаимный энергетичекий) спектр или корреляционную функцию исходной аномалии.

Так как спектр трансформированной аномалии ST выражается через спектр S [см. равенство (2.5)], то на основании формулы (3.16) для энергетического спектра трансформированной аномалии получим

QT(u,v) = Q(u,v)|Ф(u,v)|2, (3.80)

где Q — спектр исходной аномалии, а Ф - частотная характеристика преобразования. Из этой формулы можно получить энергетический спектр трансформированной аномалии, зная энергетический спектр исходной и частотную характеристику преобразования. Пользуясь равенствами (2.5), (3.17), такое же соотношение можно написать и для взаимных энергетических спектров:

QT(u,v)12 = Q(u,v)12|Ф(u,v)|2. (3.81)

Что же касается корреляционных функций (автокорреляционной и взаимной корреляционной), то, как видно из равенств (3.12), (3.15), (3.20), (3.80), (3.81), для получения корреляционной функции трансформированной аномалии по известной корреляционной функции исходной необходимо последнюю подвергать трансформации с частотной характеристикой |Ф(u,v)|2. Все это верно и для двухмерного случая. Рассмотрим несколько частных случаев.

1. Аналитическое продолжение на уровень Н аномалий в области верхнего или нижнего полупространства

Как известно, в этом случае

Ф(u,v) = ехр(±ρH),

где знак "минус" относится к аналитическому продолжению в области верхнего полупространства, знак "плюс" - в области нижнего. Тогда

|Ф(u,v)|2 = ехр(±2ρH).

Отсюда видно, что для получения корреляционной функции, аналитически продолженной на уровень Н в области верхнего или нижнего полупространства аномалии, необходимо корреляционную функцию исходной аналитически продолжить на уровень 2Н. На основании этого положения для корреляционных функций можно записать интеграл Пуассона, заменив в нем значение Н на значение 2Н.

2. Вычисление n-й горизонтальной производной

В этом случае (рассматриваем произвольную по оси x)

Ф(u,v) = (iu)n. (3.82)

Следовательно,

|Ф(u,v)|2 = u2n = (-1)n(iu)2n. (3.83)

Аналогичный результат получим и при дифференцировании по направлению оси у. Из последних двух равенств видно, что для получения корреляционной функции аномалии n-й горизонтальной производной необходимо продифференцировать корреляционную функцию исходной аномалии по направлению соответствующей оси 2n раз и умножить полученный результат на (-1)n. Например, для оси x верно равенство

 (3.84)

где B(ξ, η) и Bn(ξ, η) - автокорреляционные функции исходной аномалии и аномалии n-й производной по направлению оси х.

3. Вычисление n-й вертикальной производной

Так как для данного случая

Ф(ρ) = (-ρ)n, (3.85)

то

|Ф(ρ)|2 = (-ρ)2n. (3.86)

Отсюда видно, что вывод такой же, как и в предыдущем случае, только результат не нужно умножать на (-1)n. На основании этого положения в двухмерном и трехмерном случаях для автокорреляционных функций получим

 (3.87)

где B(τ) и Bn(τ) - автокорреляционные функции исходной аномалии и аномалии n-й вертикальной производной (здесь учтено, что в выражение B(τ) глубина залегания аномального тела входит в виде 2h).

В двухмерном случае из-за равенства автокорреляционных функций аномалий горизонтальных и вертикальных производных следует, что

 (3.88)

Усреднение и применение вычислительных схем

При усреднении (например, по двум точкам, на отрезке профиля, по окружности, по площади круга) также верно равенство

|Ф(u,v)|2 = Ф2(u,v).

Поэтому во всех этих случаях для получения корреляционной функции усредненной соответствующим образом аномалии необходимо корреляционную функцию исходной аномалии усреднить дважды.

Вывод о применении трансформации дважды относится и к преобразованиям с помощью различных вычислительных схем, основанных на усреднении по точкам или по окружности. Полученные соотношения в двухмерном и трехмерном случаях позволяют определить автокорреляционные функции и энергетические спектры трансформированных аномалий через автокорреляционную функцию и энергетический спектр одной исходной аномалии, минуя процесс самой трансформации. Приведенными равенствами широко пользуются на практике (см., например, работы К.В. Гладкого, В.Н. Глазнева, В.Н. Луговен-ко и других исследователей).

# Расчётная часть

Возьмём нормированную автокорреляционную функцию погрешностей наблюдений. Рассмотрим ёе поведение для радиуса корреляции погрешностей наблюдений r = Δx, для r > Δx.

1. Радиус корреляции погрешностей r = Δx.

Bн(t)=exp[-(t / d)2],

Рассматриваем для значений d = 1, 5, 10.

График изменения автокорреляционной функции при различных d

Bн(t)=exp[-t / d1],

Рассматриваем для значений d = 1, 5, 10.

График изменения автокорреляционной функции при различных d

2. Радиус корреляции погрешностей r > Δx.

Bн(t) = exp(-αt)cosβt; где α = 0,80 / r, β = π / 2r;

Рассматриваем для значений r = 1, 5, 10.

График изменения автокорреляционной функции при различных r


# Заключение

С помощью графиков можно судить о поведении значений автокорреляционной функции. Очевидно, что при малых d функции для аномалий более пологие. Видно, что при τ = 0 функции имеют все общую точку равную 1. Графики функций для выбранных тел имеют относительное сходство.

# Список литературы

1. Серкеров С. А. Спектральный анализ гравитационных и магнитных аномалий. — М.: Недра, 2002.