**О синтаксической связности.**

**I.**

1. Вследствие открытия антиномий и благодаря способу их решения проблемы синтаксиса языка стали важнейшими проблемами логики (это слово здесь понимается настолько широко, что охватывает также метатеоретические исследования). Среди этих проблем наибольшее значение для логики имеет вопрос синтаксической связности. В этом вопросе речь идет о нахождении условий, при выполнении которых словесное образование, составленное из простых осмысленных выражений, является осмысленным выражением, имеющим единое значение, хотя оно и составлено из значений отдельных выражений, составивших его. Такое сочетание выражений является синтаксически связанным.

Так, например, сочетание выражений "Иван любит Анну" построено синтаксически связанным образом из осмысленных выражений русского языка\* и само принадлежит к осмысленным выражением русского языка. Тогда как "может конь если хотя и светить" хотя и является сочетанием осмысленных слов русского языка, однако ему не хватает синтаксической связности и оно не является осмысленным выражением русского языка.

Существует несколько решений вопроса синтаксической связности. Одним из таких решений является, например, теория типов Расселла. Но особенно просто и удобно понятие синтаксической связности удается выразить при помощи разработанной проф. Станиславом Лесьневским науки о категориях значения.

Мы здесь будем основываться на результатах Лесьневского 1), а от себя предложим некоторую символику, которую в принципе можно применить почти ко всем языкам и при помощи которой можно построить исчисление, позволяющее определить и изучить синтаксическую связность сочетания слов.

2. Понятие и термин "категория значения" первым ввел Э.Гуссерль. В своем произведении "Логические исследования" Э.Гуссерль 2) замечает, что отдельные слова и составные выражения языка можно разделить на такие классы, что два принадлежащих к одному классу слова или выражения могут взаимно заменять друг друга в контексте, обладающим единообразным значением, причем измененный контекст после этого не становится какой-то несвязанной последовательностью слов и вообще не утрачивает единообразного значения, тогда как два слова или выражения, принадлежащих к разным классам, этим свойством не обладают. Возьмем предложение "солнце светит" как пример контекста, обладающего единообразным значением. Если в этом предложении мы заменим слово "светит" словом "жарит", или "свистит", или "танцует", то получим из предложения "солнце светит" иные истинные или ложные предложения, обладающие единообразным значением. Однако, если вместо "светит" подставим, например, "если" или "зеленеть", или "поскольку", то получим последовательность бессвязных слов. Так охарактеризованные классы слов или выражений Гуссерль называет категориями значения.

Определим это понятие несколько точнее: слово или выражение А, взятое в значении x, и слово или выражение В, взятое в значении y принадлежат к одной и той же категории значений тогда и только тогда, когда существует такое предложение (соотв. высказывательная функция) Sa, в котором А выступает в значении x и которое после замещения его компоненты А выражением В, взятом в значении y, при полном сохранении значений оставшихся слов и синтаксиса предложения Sa, преобразуется в выражение Sb, которое также является предложением (или высказывательной функцией).

Лестница категорий значения является ближайшей родственницей упрощенной иерархии логических типов, хотя и в значительно большей степени разветвлена, и, в сущности, образует ее грамматическо-семантический эквивалент 3).

Среди всех категорий значений можно выделить два вида, которые мы назовем подстановочными категориями и функторными категориями (термин "функтор" введен Котарбинским, понятие и термин "подстановочная категория" - мною). К сожалению, мы не можем определить эти понятия достаточно точно. Однако нетрудно понять, о чем здесь идет речь. Термин "функтор" означает то же, что "знак функции". Таким образом, это "ненасыщенный" знак, "сопровождаемый кавычками". Функторные категории - это такие категории значения, к которым принадлежат функторы. Подстановочной категорией я буду называть такую категорию значения, которая не является функторной категорией.

Из приведенного выше определения категории значения непосредственно следует, что два произвольных предложения принадлежат к одной и той же категории значения. Конечно, предложения не являются функторами, а поэтому категория значения, куда входят предложения, принадлежит к основным категориям. Кроме категорий предложений могут быть также иные основные категории. У Лесьневского наряду с категорией предложений выступает только одна единственная основная категория, а именно, категория имен, причем к ней принадлежат как единичные имена, так и общие. Если позволительным будет сравнивать упрощенную теорию типов с теорией категорий значения, то нужно было бы в теории типов тип предложений и тип собственных имен отнести к основным категориям. Оставшиеся типы принадлежали бы к категории функторов. Кажется, что в обычном языке не все имена образуют одну единственную категорию значений. По нашему мнению, в обычном языке можно среди имен выделить как минимум две категории значения, а именно, категорию значения, к которой принадлежат единичные имена индивидов, а также общие имена индивидов, поскольку они взяты in suppositione personali, и во-вторых, категорию значения общих имен, поскольку они выступают in suppositione simplici (т.е. как названия универсалий).

Если стремиться выразить понятие синтаксической связности во всей полноте, то следовало бы ничего не предрешать о числе и виде основных категорий значения и категорий функторов, поскольку они могут быть различными в разных языках. Однако для простоты мы ограничимся такими языками, в которых (как и у Лесьневского) выступают только две основные категории значения, а именно - категории предложений и имен. Кроме этих двух основных категорий значения примем вслед за Лесьневским в принципе неограниченную вверх и разветвленную иерархию функторных категорий, которые характеризу ются двояко: во-первых, числом и категорией значения аргументов, а также их последовательностью, во-вторых, категорией значения всего составного выражения, которое они образовывают совместно со своими аргументами. Таким образом, например, функторы с одним именем как аргументом, образующие предложения, представляли бы одну замкнутую категорию значения, функторы, образующие предложение с двумя именами как аргументами, представляли бы иную категорию значения и т.д. Функторы, которые образовывали бы имя из одного имени как аргумента составили бы еще одну категорию значения. Можно было бы в качестве отдельной категории значения назвать функторы, образующие предложения и имеющие аргументом одно предложение (как например, знак ~ в логике) и т.д.

3. Мы принимаем, что определенная категория значения слова устанавливается посредством значения, которым обладает простое выражение. Теперь в зависимости от категории значения, к которой принадлежат простые выражения, снабдим их индексами. А именно, припишем простым выражениям, принадлежащим к категории предложений, индекс "s", тогда как простым выражениям, принадлежащим к категории имен - индекс "n". Простым выражениям, не принадлежащим к какой-либо основной категории, а к категории функторов, припишем индекс дроби, образованной из числителя и знаменателя таким образом, что в числителе окажется индекс категории значения, к которой принадлежит выражение, составленное из знака функции и его аргументов, в знаменателе - последовательно категории значения, к которым принадлежат аргументы, с которыми функтор совместно образует осмысленное целое. Так, например, выражение, которое из двух имен как аргументов образовывает предложение, получит индекс дроби

s

----.

nn

Таким образом, каждая категория значения обладала бы характерным для себя индексом. Иерархия категорий значений выражалась бы в последовательности индексов следующего вида (далеко не полной):

s s s s s s s

s, n, ---, ----, ----, ... ----, ----, -----, ..., -----,

n nn nnn s ss sss ns

s

---

s s s n n n n

-- ,..., ---, -----, ..., ---, ----,-----,..., ----- и т.д.

sn s s s n nn sn s

---- -- -- ----

n n n n

Для иллюстрации этой символики на примере возьмем какое-либо предложение логистики, например,

~p-->p.-->.p. Приписывая отдельным словам их индексы, получим:

~ p ---> p. --->. p

s s s

---s --- s ---- s.

s ss ss

Если мы хотим применить символику индексов к обычному языку, то принятых (вслед за Лесьневским) категорий значения нам не всегда хватит, поскольку, как кажется, обычные языки много богаче категориями значений. Кроме того, решение, к какой категории значения следует отнести некоторое выражение, затруднено из-за непостоянства значений выражений. Вместе с тем временами появляется неуверенность, что следует понимать под единственным выражением. Однако как показывает следующий пример, в простых и недвухзначных случаях приведенный выше аппарат индексов достаточно хорошо приспособлен к естественному языку:

сирень пахнет очень сильно и роза цветет

n s s s s n s

----- ---- --- ---- ----

n n n ss n

----- ----

s s

--- ---

n n

------

s

---

n

----

s

--- .

n

4. В каждом осмысленном составном выражении некоторым образом отмечено, какие выражения входят как аргументы и к каким выражениям, выступающим как функторы, они принадлежат. Если функтор имеет несколько аргументов, то должно быть показано, какой из этих аргументов является первым, какой вторым и т.д., ибо последовательность аргументов играет существенную роль; различие между субъектом и предикатом или же между посылкой и следствием условного предложения является особенным случаем того важного различия, которое образует последовательность аргументов. Обобщенно говоря, эта последовательность не идентична внутреннему порядку, в котором выступают аргументы в данном выражении; она вообще ни в коей мере не является чисто структурной, т.е. чисто внутренним делом, но основывается на свойствах всего выражения, вытекающих из значения. Только в символических языках и в некоторых языках естественных последовательности аргументов соответствует их сугубо внутренний порядок.

Для выражения всевозможных взаимных принадлежностей частей выражения символические языки прибегают к условиям, касающимся "связывающей силы" различных функторов, к употреблению скобок и порядку выражений. В естественном языке эта принадлежность обозначается при помощи порядка выражений, их флективных форм, предлогов и знаков препинания.

Состав слов, в котором эта принадлежность вообще или полностью не обозначена, не имеет единообразного [einheitlichen] значения.

В каждом сложном осмысленном выражении отношения принадлежности, возникающие между функторами и их аргументами, должны быть так сформированы, чтобы все выражения можно было разложить на части таким образом, что одна из них является функтором (который сам может быть составным выражением), а оставшиеся части принадлежат ему как его аргументы. Такой функтор мы называем главным функтором этого выражения ( понятием главного функтора и основной идеей его определения мы обязаны Ст.Лесьневскому). В приведенном выше примере из логистики второй знак импликации является главным функтором всего предложения, в примере с естественным языком слово "и" является главным функтором. Если можно разложить составное выражение на главный функтор и его аргументы, то о таком выражении мы говорим, что оно составлено правильно [gut gegliedert]. Главный функтор выражения и его аргументы назовем членами первой ступени этого выражения. Если члены первой ступени выражения А сами являются простыми выражениями, или, если, будучи составными выражениями, сами правильно составлены, и если при дальнейшем продвижении к членам этих членов, и далее - к членам этих членов и т.д., короче: идя к членам n-ой ступени можно прийти всегда или к простым выражениям, или к выражениям правильно составленным, то мы называем выражение А насквозь [durchgehend] составленным правильно.

Следует обратить внимание, что в естественном языке часто появляются эллиптические выражения, вследствие чего в таком языке можно встретить осмысленное составное выражение, не являющееся насквозь составленным правильно, поскольку во внимание принимаются только explicite содержащиеся в нем выражения. Однако можно легко получить насквозь правильно составленное выражение, если мысленно добавить опущенные слова. Более значимые трудности возникают тогда, когда язык, например, немецкий, допускает разделимые слова. Тогда нельзя привести критерий для одного слова сугубо структурным образом.

5. Если сложное выражение является насквозь правильно составленным, то действительно, необходимое условие выполняется, однако оно еще не достаточно, чтобы это выражение обладало единообразным значением. Это условие должно быть дополнено другими. Чтобы насквозь правильно составленное выражение имело значение, оно должно содержать взаимно соответствующие члены одной и той же ступени, относящиеся к себе как функторы и аргументы. Иначе, каждому члену n-ой ступени, который выступает как главный функтор всего выражения, или же как главный функтор члена (n-1)-ой ступени, и который является функтором, требующим в своей категории значения столько-то и столько-то аргументов, принадлежащих к определенным категориям значения с тем, чтобы вместе с ними образовывать осмысленное выражение, такому члену должно быть сопоставлено в качестве его аргументов ровно столько же членов n-ой ступени, принадлежащих к соответствующим категориям значения. Таким образом, например, члену, принадлежащему к категории значения, обозначенной индексом

s

---

ns

(если он является главным функтором) должны, во-первых, соответствовать два аргумента, и во-вторых, первый аргумент должен принадлежать к категории имен, а второй - к категории предложений. Насквозь правильно составленное выражение, которое удовлетворяет обоим выше приведенным условиям, назовем выражением синтаксически связанным.

Эти условия можно еще иначе и более прецизионно сформулировать при помощи нашей символики индексов. С этой целью мы должны ввести понятие показателя выражения, которое и объясним сначала на примере. Возьмем, например, выражение

p \/ p. --->. p и присоединим к отдельным простым выражениям их индексы. Получим:

p \/ p. --->. p ..........................(A)

s s

s----s ---- s.

ss ss

Сейчас члены этого выражения упорядочим согласно следующему принципу. Сначала напишем главный функтор всего выражения, затем последовательно первый, потом второй (возможно третий, четвертый и т.д.) аргумент. Тогда получим:

---->, p\/p, p ............................(B)

s s

----- s---s s .

ss ss

Если какой-то входящий в эту последовательность член все еще остается составным выражением главного функтора и его аргументов, то этот член мы раскладываем на члены ближайшего высшего ряда и упорядочиваем их по тому же принципу, записывая сначала его главный функтор, затем первый, второй и т.д. аргументы этого функтора.

Для нашего примера мы получим:

---->, \/, p, p, p ..........................(C)

s s

---- ---- s s s .

ss ss

Если бы в этой последовательности нашелся еще один составленный из нескольких выражений член, то мы разложили бы его по тому же принципу и продолжали бы так поступать до тех пор, покаместь не получили бы в этой последовательности такие части, которые были бы только простыми выражениями. Последовательность простых выражений, входящих в состав данного составного выражения, упорядоченного выше описанным способом, мы называем ХАРАКТЕРНОЙ [eigentliche] ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬЮ выражений , входящих в состав этого выражения. Для нашего примера характерная последовательность выражений оказалась достигнутой уже на втором шаге, т.е. (С) является характерной последовательностью выражений для выражения (А). Если сейчас от выражений, упорядоченных свойственной выражению (А) последовательностью, мы оторвем их индексы и выпишем их в той же очередности, то получим т.н. ХАРАКТЕРНУЮ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ИНДЕКСОВ для выражения (А).

Итак, характерная последовательность индексов выражения (А) имеет следующий вид:

s s

----- ----s s s . .........................(1)

ss ss

Сейчас, идя слева направо, посмотрим, найдем ли мы в этой последовательности индексов такое сомкнутое сочетание индексов, которое на первом месте имеет индекс в виде дроби, после которого непосредственно следуют такие индексы, которые входят в знаменатель этого дробного индекса. Если мы найдем одно или несколько таких сочетаний, то вычеркиваем первое из них (идя слева направо) в последовательности индексов и заменяем числителем дробного индекса. Полученную таким образом новую последовательность индексов назовем первой производной характерной последовательности индексов данного выражения (А). Для нашего примера она имеет вид:

s

---- s s . ............................. (2)

ss

Первая производная - это дробный индекс, после которого непосредственно следует такое же сочетание индексов как то, которое образует знаменатель этого дробного индекса. Мы можем приведенным выше способом ее преобразовать, образуя вторую производную, которая имеет вид простого индекса

s ....................................(3)

и которую, поскольку она не ведет к новым производным, назовем последней производной характерной последовательности индексов выражения (А).

Последнюю производную характерной последовательности индексов данного выражения назовем ПОКАЗАТЕЛЕМ ЭТОГО ВЫРАЖЕНИЯ.

Определим еще показатель сформулированного в естественном языке предложения на стр.???. Его характерная последовательность индексов и его очередные производные представляются следующим образом:

s

---

n

---

s s

--- ---

s n n s s

--- ----- ---- -- n --- n (характерная последовательность

ss s s n n индексов)

--- ---

n n

----

s

---

n

s

---

s n s s

--- ----- -- n --- n ( 1. производная)

ss s n n

---

n

s s s

--- --- n -- n ( 2. производная)

ss n n

s s

--- s ---n ( 3. производная)

ss n

s

--- s s ( 4. производная)

ss

s ( 5. и последняя производная).

Теперь мы можем привести определение: выражение является синтаксически связанным тогда и только тогда, когда 1] оно насквозь правильно составлено, 2] каждому входящему в это выражение функтору в качестве главного функтора некоторой ступени соответствует ровно столько аргументов, сколько букв содержит знаменатель его индекса и 3] оно имеет показатель, который является единичным индексом 4).

Этот индекс может иметь вид единичной литеры, однако может иметь и вид дроби. Так, например, выражение

пахнет очень сильно

s s s

- - --

n n n

- --

s s

- -- ,

n n

-

s

-

n

-

s

-

n

характерной последовательностью индексов которых является

s

-

n

-

s s

- -

n n s

- - -

s s n

- -

n n

-

s

-

n

s

имеет в качестве показателя дробный индекс --- .

n

Как пример синтаксически несвязанного выражения приведем следующее сочетание слов:

F (ф) :<->: ~ ф (ф)

s s s s s s

-- -- -- -- -- --

s n ss s n n

--

n

Характерной последовательностью индексов этого выражения и его производными являются:

s s s s s s s s s s

-- -- -- -- -- -- --s -- -- --

ss s n s n n ss s n s

---

n

Первая производная, которая здесь является одновременно и последней, образует показатель, который, как легко заметить, состоит из нескольких индексов. Таким образом, приведенное выражение не является синтаксически связанным (исследованное в этом примере сочетание слов образует известное "определение", которое приводит к расселловской антиномии класса классов, не содержащих самих себя в качестве элементов).

Показатель синтаксически связанного выражения представляет категорию значения, к которой принадлежит это составное выражение как целое.

6. Символика, которая связала бы с отдельными словами их индексы, не потребовала бы скобок или иных средств с тем, чтобы указывать расчленение ее синтаксически связанных выражений (взаимную принадлежность функторов и их аргументов). Для этого было бы достаточно строго придерживаться той очередности слов, согласно которой определена очередность индексов в характерной последовательности индексов этого выражения. Это значит, что нужно бы таким образом упорядочить слова каждого составного выражения, чтобы они следовали друг за другом по принципу: сначала главный функтор, затем его первый, потом второй и т.д. аргументы.

Например, предложение, записанное в символике Расселла следующим образом:

p.q. --->.r:<->:~ r.q.-->~ p ......................(A) должно было бы согласно этому принципу быть записано так:

1

-------+-------

5 ¦ 3 4 ¦

--+- ----+---- -+-

¦ ¦ ¦ ¦ ¦ ¦

<-> --> . p q r ---> . ~ r q ~ p .............(B)

s s s s s s s s s s

--- --- -- --- --- -- s s -- s

ss ss ss ss ss s s

¦ ¦

L-----------T-------------

2

Назовем функтор n-аргументным, если знаменатель его индекса содержит n индексов. Тогда можно сказать, что выражение A тогда и только тогда является k-ым аргументом n-аргументного функтора F в выражении В, когда: I. из выражения В можно выделить не содержащую пропусков часть T, следующую непосредственно после F с правой стороны, причем показатель этой части имеет тот же вид, что и знаменатель показателя F, II. эту часть Т удается без остатка разложить на n составных частей, не содержащих дальнейших пропусков таким образом, что показатели этих последующих составных частей поочередно те же, что очередные индексы в знаменателе индекса F, III. A является k-ой среди этих последующих составных частей, IV. F и T совместно образуют целое выражение В или член В (если быть точным, это пояснение следовало бы заменить определением по индукции).

Согласно этому пояснению часть выражения В, обозначенная цифрой 3 является первым, часть обозначенная цифрой 4 - вторым аргументом знака импликации, обозначенного цифрой 5 в выражении В, ибо: I. из выражения В можно выделить часть, обозначенную цифрой 1 и не содержащую пропусков, непосредственно связанную с правой стороны с частью, обозначенной цифрой 5, причем показатель обозначенного цифрой 1 выражения имеет тот же вид, что и знаменатель индекса 5, II. часть, обозначенную цифрой 1, можно разделить без остатка на такие две части, которые не содержат пропусков и показатели которых поочередно являются такими же, что и индексы, содержащиеся в знаменателе индекса 5, причем III. часть, обозначенная цифрой 3, является первой, а часть, обозначенная цифрой 4 - второй, и IV.части, обозначенные цифрами 5 и 1 совместно образуют член выражения В.

Преимущество такой символики индексов, благодаря которой оказываются излишними все скобки, может показаться незначительным, если принимать во внимание примеры только предложений пропозиционального исчисления. Для исчисления предложений проф.Лукасевич ввел символику, которая, даже без помощи индексов, не требует никаких скобок либо подобных вспомогательных знаков для сигнализирования состава синтаксически связанных выражений 5).

Возможность устранения скобок без введения индексов в этом случае объясняется тем, что в исчислении высказываний используется небольшое (практически не больше трех) число категорий значения, причем все переменные принадлежат только к одной категории значения, а число постоянных ограничено, благодаря чему категорию значения данного выражения можно отметить посредством выделения какой-то подробности его строения. В этом случае правила построения можно попросту вычислить. Однако когда мы имеем дело с громадным, теоретически не ограниченным числом различных категорий значения, мы вынуждены прибегнуть к тому систематическому способу обозначения различных категорий значения, каковым является наша символика индексов.

Проводимые до настоящего времени исследования относились только к выражениям, не содержащим операторов (см. ниже $ 7). Сейчас мы займемся такими выражениями, в которые входят операторы.

**II.**

7. Выше мы предположили, что каждое простое выражение языка, благодаря тому значению, каким оно обладает, можно причислить к определенной категории значения и таким образом снабдить его соответствующим индексом. Все составные выражения можно анализировать по схеме "функторы и их аргументы" только тогда, когда это предположение выполнено. Для некоторых языков это предположение, возможно, и выполнимо, однако, как кажется, для некоторых символических языков оно не выполняется. Здесь мы имеем в виду такие языки, в которых используются т.н. операторы. Этот термин охватывает такие знаки, как например, логический знак всеобщности вида "(Пx)" или "(x)", называемый также квантификатором общности 6), затем логический знак существования или частичный квантификатор "(Еx)", затем алгебраический знак суммирования (сигма в пределах от к=1 до n - Б.Д.), знак произведения "П" (в пределах от x=1 до 100 - Б.Д.), знак определенного интеграла (dx от 0 до 1 - Б.Д.) и т.п. Все эти знаки имеют одно общее свойство: они всегда относятся к выражениям, содержащим одну или более переменных и низводят одну или более из них к роли мнимой переменной. Таким образом, если оператор относится, например, к выражению, содержащему только одну переменную, то возникает сложное выражение, имеющее определенное значение.

Так, например, выражения "(Еx).x есть человек", "Ex¤(знак суммирования сигма в пределах от x=1 до 10 - Б.Д.) имеют определенные значения, хотя в них и входят переменные. Благодаря оператору эти переменные становятся мнимыми переменными, или же, говоря иначе, переменными, связанными оператором.

Итак, разложение содержащего оператор выражения на функторы и их аргументы, категории значения которых были бы взаимно согласованы, например, общего предложения "(Пx).fx", кажется, встречается с непреодолимыми трудностями.

Не вникая во внутреннее строение составного оператора "(Пx)" сразу отбросим напрашивающуюся интерпретацию синтаксического строения общего предложения "(Пx).fx", согласно которой в таком предложении оператор "(Пx)" играл бы роль главного функтора, а принадлежащая ему пропозициональная функция - роль его аргумента. Если бы этот синтаксический анализ общего предложения соответствовал действительности, то нужно было бы причислить квантификатор всеобщности "(Пx)" к тем функторам, которые с одним предложением в качестве своего аргумента образуют предложение и таким образом принадлежат к категории s/s. Однако следует заметить, что в экстенсиональной логике функтор типа s/s должен быть истинностнозначным (truth functor). Тем самым пробег его значений должен соответствовать одной из четырех таблиц:

p ¦f1p p ¦f2p p ¦f3p p ¦ f4p

---+--- ---+--- ---+--- ----+----

0 ¦ 0 0 ¦ 1 0 ¦ 1 0 ¦ 0

--+--- --+--- --+--- ---+----

1 ¦ 1 1 ¦ 0 1 ¦ 1 1 ¦ 0

¦ ¦ ¦ ¦

Другими словами, если бы квантификатор всеобщности был функтором s/s, то предложение (Пx).fx должно было бы быть эквивалентно либо 1) fx, либо 2) ~fx, либо 3) независимо от x должно было бы быть всегда истинным, либо 4) всегда быть ложно. Однако все эти случаи не соответствуют смыслу, какой связывается с выражением "(Пx).fx". Следовательно, в экстенсиональной логике нельзя понимать оператор "(Пx)" как функтор типа s/s. Однако поскольку этот оператор совместно с предложением "fx" образует предложение, то он не может быть иным функтором.

Однако возникает догадка, что синтаксическое строение общего предложения (Пx).fx может быть также интерпретировано иначе, чем прежде. Может не "(Пx)" является в этом предложении главным функтором, а "fx" - его аргументом, но может знак "П" является главным функтором, а "x" его первым, тогда как "fx" - его вторым аргументом. Тогда следовало бы общее предложение правильно записывать в виде П(x,fx).

Поскольку "x"может принадлежать к разным категориям значения, постольку также и "П" должно было бы быть многозначным в смысле своего типа. Например, если "x" принадлежит к категории предложений, "f" - к категории s/n, то для того, чтобы "П(x,fx)" было предложением "П" должно было бы принадлежать к категории s/ss. В этом случае "П" должно было бы в экстенсиональной логике быть двузначным функтором истинности, а тем самым должно было бы соответствовать одной из 16 известных таблиц для двузначных функторов истинности. Однако можно легко показать, что это также не удается согласовать со значением общего предложения "(Пx).fx".

Таким образом, ни первым, ни вторым способом не удается интерпретировать синтаксическое строение общего предложения согласно схеме функторов и аргументов.

8. Вместо переменной, к которой в утверждаемом предложении относится оператор, нельзя ничего подставлять. Таков смысл того, что переменная является "мнимой" или "связанной". С этой точки зрения совершенно иначе ведут себя функторы.

Таким образом, если несвязывающую роль мы включим в понятие функтора, а связывающую роль - в понятие оператора, то непосредственно увидим, что оператор не может быть причислен к функторам.

Можно было бы привести еще и второстепенное различие между функтором и оператором, а именно то, что функтор может выступать в роли аргумента другого функтора, оператор же никогда не может быть аргументом функтора.

Кроме названных различий существует подобие оператора и функтора. С выражением, к которому оператор относится, он может образовывать обладающее единообразным значением сложное целое так же, как образовывает его функтор со своими аргументами. Тогда можно было бы и для операторов добавить индексы, однако эти индексы нужно было бы отличать от индексов, приписываемых функторам по той причине, что при определении показателя их нельзя трактовать также, как индексы функторов. А именно, поскольку оператор никогда не может быть аргументом, то и его индекс не может соединиться с предыдущим индексом в характерной последовательности индексов или в ее производных, но должен всегда рассматриваться совместно с последующим за ним индексом. Поэтому индекс для операторов мы предлагаем в виде соответствующей дроби с вертикальной чертой с левой стороны. Поскольку квантификатор общности "(Пx)" с предложением образует предложение, тогда он получил бы индекс

¦s

+---.

¦s

Оператору как целостности мы сразу приписываем один индекс, хотя на первый взгляд оператор составлен из нескольких слов. Однако этим мы не нарушаем принципа, по которому индекс с самого начала следует приписывать только отдельным словам, а индексы для составных выражений учитываются только как показатели (т.е. как последние производные последовательностей их индексов), ибо оператор не может трактоваться как выражение, составленное из нескольких слов. В конечном счете оператор является простым выражением, составленным из нескольких литер. Существуют методы записи операторов, в которых это проявляется явно. Так например, проф.Шольц пишет "x" после "(Пx)". Характер оператора как простого выражения проявляется очевидным образом и в обычной записи, когда пишут "(x)" вместо "(Пx)", или "Пx" вместо "(Пx)".

9. Если выражение содержит оператор, то его показатель должен вычисляться иначе, чем это показано выше, поскольку, если бы мы обращались с индексами операторов также, как с индексами функторов, то могло бы случиться так, что индекс оператора слился бы с предшествующим ему индексом, что, как уже упоминалось, недопустимо. Рассмотрим, например, следующее выражение:

F (Пx. x) ..................................(A)

s ¦s n

--- +--

n ¦s

-----

s

---.

s

Если бы мы образовывали его показатель согласно с ранее указанными предписаниями, то получили бы следующие производные:

1) s 2) 3)

---

n ¦s s

----- +--n --- n s

s ¦s n

---.

s

Таким образом мы получили бы индекс всего предложения как показатель, тогда как выражение А, очевидно, является синтаксическим нонсенсом.

Новое правило получения показателя выражения требует с самого начала отдельно трактовать ту часть характерной последовательности индексов, которая начинается с крайней правой вертикальной черты для того, чтобы для той части, которая только в начале имеет индекс с вертикальной чертой, выделить согласно старого правила последнюю производную. При этом индекс с чертой трактуется также, как индекс без черты, т.е. например, вместо

¦s , так же как и вместо

"s ставится индекс "s",

+--s

---s

¦s

s аналогично и в прочих случаях.

Вычислив последнюю производную части последовательности индексов, начинающихся с последней вертикальной черты, вставляем ее вместо этой части во всю последовательность индексов. При этом следует различать два случая. Или при вычислении последней производной части последовательности индексов, отделенной последней вертикальной чертой, индекс, стоящий в ее начале пропал (т.е. при образовании n-ой производной от (n-1)-ой он оказался вместе с последующими после него индексами заменен своим числителем), или нет.

Во втором случае, когда этот индекс не пропадает, мы останавливаемся и считаем всю последовательность индексов, измененную вследствие замены части последовательности индексов, отделенной вертикальной чертой, ее последней производной и эту измененную последовательность считаем последней производной всей характерной последовательности индексов, а тем самым и ее показателем.

В первом случае, когда пропадает последний индекс с вертикальной чертой, начинающий отделенную ею часть последовательности индексов, также и во всей последовательности индексов эта черта пропадает, а число всех вертикальных черт последовательности уменьшается на одну. В таком случае мы продолжаем продвижение согласно этому же предписанию так долго, покамест не придем к какому-то индексу с чертой, который уже не сокращается или же не пропадут все индексы с чертами и мы не придем к последовательности индексов без черт, которую уже больше не удается сократить. Последовательность индексов, являющуюся последней в этой процедуре, мы называем последней производной характерной последовательности индексов исследуемого выражения и его показателем.

Покажем эти новые действия на примере следующего выражения:

(Пfg):.(Пx).f x --> g x: -->: (Пx). f x .-->. (Пx). g x ....(A)

¦ s ¦s s s s s ¦ s s s ¦s s

+--- +-- ---n --- - n --- +--- --- n --- +-- -- n

¦ s ¦s s ss n ss ¦ s n ss ¦s n

характерная этому выражению последовательность имеет вид:

¦ s s ¦ s s s s s ¦ s s ¦ s s

+--- --- +--- --- ---n---n --- +--- -- n +-- -- n ....(I)

¦ s ss ¦ s ss n n ss ¦ s n ¦ s n

Сначала получим последнюю производную части, отделенной последней вертикальной чертой:

1) ¦ s s 2) ¦ s 3)

+--- -- n +--s s.

¦ s n ¦ s

Теперь заменим в (I) часть, отделенную последней вертикальной чертой, ее последней производной; таким образом, одной чертой стало меньше. Мы получим:

¦ s s ¦ s s s s s ¦ s s

+--- --- +--- --- ---n---n --- +--- -- n s ..............(II)

¦ s ss ¦ s ss s s ss ¦ s n

С последовательностью (II) мы поступаем также, как поступили с (I):

¦ s s ¦ s s s s s

+--- --- +--- --- ---n---n --- ss ........................(III)

¦ s ss ¦ s ss n n ss

К (I) опять применяем ту же процедуру. Таким образом мы ищем последнюю производную части, отделенную в (III) последней вертикальной чертой. Так как эта процедура несколько длиннее, то мы ее приводим:

¦ s s s s s

+--- --- ---n---n --- ss .................................(1)

¦ s ss n n ss

¦ s s s s

+--- ---s ---n --- ss ......................................(2)

¦ s ss n ss

¦ s s s

+--- ---ss --- ss ...........................................(3)

¦ s ss ss

¦ s s

+---s --- ss ..................................................(4)

¦ s ss

¦ s

+---ss..........................................................(5)

¦ s

ss..............................................................(6)

Это значение мы подставляем вместо части, отделенной в (III) последней чертой и получаем:

¦ s s

+--- ---ss....................................................(IV)

¦ s ss

Теперь легко вычисляем последнюю производную этой оставшейся последовательности индексов. Ею является s. Найденная таким образом последняя производная первичной последовательности индексов является показателем выражения (А).

Для примера исследуем еще случай, когда не все индексы с чертами пропадают. Возьмем выражение

(Пx). f x: -->: (Пx). g(x,z) (B)

¦s s s ¦s n

+-- -- n --- +-- ---n n

¦s n ss ¦s nn

характерная ему последовательность индексов имеет вид:

s ¦s s ¦s n

--- +-- -- n +-- ---n n (I)

ss ¦s n ¦s nn

Образуем последнюю производную части, отделенную последней вертикальной чертой. Она имеет вид:

¦s

+--n

¦s

Но при этом не пропал индекс с чертой. С учетом этого обстоятельства мы не опускаем черту и последняя производная I, а тем самым и показатель B имеют вид:

s ¦s s ¦s

--- +-- -- n +-- n.

ss ¦s n ¦s

Таким образом, выражение В не имеет показателя в виде единичного индекса.

Мы познакомились с методом получения показателя выражений, содержащих операторы. Очевидно, что этот метод содержит как частный случай ранее рассмотренный метод, пригодный для выражений без операторов (при его формулировании нужно было бы только вспомнить о "случайно" встречающихся индексах с чертами). Сейчас мы могли бы приведенную ранее дефиницию синтаксической связности повторить дословно и она также была бы обязательна для выражений, содержащих операторы.

10. Понятие синтаксической связности выражений без операторов совпадает с понятием их синтаксической связности. Однако для выражений с операторами к понятию синтаксической связности должно добавиться еще одно условие. Это условие требует, чтобы в аргументе каждого оператора, т.е. в выражении к которому оператор применим 7), каждой переменной, на которую указывает оператор, соответствовала эквиморфная переменная, не связанная внутри этого аргумента. Лишь тогда, когда это условие выполняется, синтаксически связанное выражение, содержащее операторы, является также и синтаксически правильным.

**III.**

11. Связывающую роль операторов мы посчитали их характерным свойством, отличающей операторы от функторов. Связывание одной или нескольких переменных является общей свойством всех операторов. Кроме этой связующей роли различные операторы играют и другие роли, чем и отличаются между собой. Однако существует оператор, роль которого исчерпывается связыванием одной или больше переменных. Как кажется, таким оператором является знак "^", введенный Расселлом и Уайтхедом. Расселл употребляет этот знак для различения того, что он называет "неопределенным значением функции" от того, что называется "самой функцией". Если "fx" есть символ неопределенного значения функции, то "fx^" представляет саму функцию. Однако при ближайшем рассмотрении оказывается, что то, что Расселл называет "неопределенным значением функции" является тем, что где-то в других местах называется "значением зависимой переменной". Зато то, что Расселл называет "самой функцией", не является никакой переменной, но чем-то постоянным. Более глубокое проникновение в замечания, при помощи которых Расселл выясняет понятие "собственно функции", приводит к допущению, что этим определением Расселл хочет ухватить то, что мы назвали бы объективным эквивалентом функтора. Итак, fx^ есть то же, что f, и символы "fx^" и "f" имеют один денотат. Если эта интерпретация верна, то знак "^" можно причислить к операторам, поскольку его роль заключается в "вычеркивании" или "связывании" переменной. Нужно еще вспомнить, что при помощи знака "^" можно одновременно связывать в одном выражении несколько переменных. Так, например, "fx^y^" представляет функтор двух аргументов "f".

В простейших случаях, когда знак "^" ставится над всеми аргументами главного функтора всего выражения, например, в часто используемых примерах "fx^" или "fx^y^", знак "^" действует так же, как черта, которой перечеркивают акцентируемую переменную (т.е. переменную, над которой находится знак "^") и таким образом ее элиминируют. Однако если не все аргументы главного функтора всего выражения акцентированы, то роль знака "^" уже не отождествима c обычным перечеркиванием. Так, например, "p^-->.a.~a" (причем "a" должно быть постоянным предложением) представляет функтор "f" типа s/s, для которого имеет место эквивалентность fp.<-->.p-->.a.~a . Сразу видно, что знак отрицания на месте "f" выполняет эту эквивалентность. Следовательно, "p^-->a.~a" означает то же, что "~". Зато выражение "-->.a.~a", которое можно было бы получить из "p-->.a.~a" посредством перечеркивания буквы "p", не представляет функтор типа s/s и вообще это выражение не является синтаксически связанным.

12. Если все выражение, в котором знак "^" соотносится с какой-то переменной, принадлежит к категории предложений, тогда в символике Расселла мы находим другой знак, с которым знак "^" можно отождествить. Им является знак (x^), используемый для образования символа класса, или же знак (x^y^), используемый в символике отношений. Ведь если "fx^" представляет функцию высказывания, то символ "(x^).fx" имеет денотатом то же, что и функтор "f", а следовательно то же, что "fx^" (если не обращать внимание на некоторые сложности, возникающие вследствие допущения интенсиональных функций, от рассмотрения которых Расселл отказался во втором издании Principia). То же можно сказать и об эквивалентности символов "(x^y^).fxy" и "fx^y^".

Мы будем пользоваться знаками (x^) или (x^y^) также и в тех случаях, когда выражение, к которому они относятся, не принадлежит к категории предложений, так что мы вообще будем писать "(x^).fx" вместо "fx^", а символ "fx^y^" можем заменить "(x^y^).fxy". Измененное написание знака "^" ту дает выгоду, что можно выделить всё выражение, на которое распространяется действие оператора, тогда как в предыдущем написании это не было возможно, что в сложных случаях может привести к многозначности. Кроме того, новое написание неоднократно позволяет поочередно применять оператор к выражению, т.е. допускает запись "(x^):(y^).fxy", которая отлична от "(x^y^).fxy" (в старом написании "fx^y^"). В новом написании более выразительно проявляется характер символа "^" как оператора.

13. Символ (x^) (или (x^y^) и т.п.) как оператор получает в нашей символике индексов индекс с чертой. Однако поскольку эти операторы могут быть применены к выражениям разных категорий значения и кроме того преобразуют их в выражения различных категорий значения, то символ "^" не всегда получает один и тот же индекс с чертой.

Обобщенное словесное определение (унарного) оператора "(x^)" звучит следующим образом: оператор "(x^)", относящийся к переменной X в выражении А, образует с этим выражением функтор, который с переменной X как со своим аргументом образует выражение, эквивалентное выражению А. Это можно продемонстрировать на следующем примере, в котором выражение А имеет вид "fx", а переменная X - вид "x": (x^).fx:x.:<-->.fx.

Из сказанного видно, что если выражение А, к которому относится оператор, имеет показатель "Е1", а переменная X - индекс "Е2", то оператор должен иметь индекс с чертой:

¦ Е1

¦----

¦ Е2

+-----

¦ Е1

В зависимости от того, какие индексы ставятся вместо "Е1" и "Е2", снабженный чертой индекс нашего оператора принимает различный вид.

Аналогично обстоит дело для многократных операторов типа (x^y^).

Как уже было отмечено, роль оператора "^", как кажется, исчерпывается связыванием переменной. Однако роль других операторов простирается дальше. Главное различие между функтором и оператором мы усматриваем в том, что оператор играет связывающую роль, которую функтор не выполняет. Это приводит к мысли, что роль таких операторов, которые не только связывают, возможно удастся разложить так, что связывающую роль оператора выполняет знак "^", тогда как вторую роль исполняет функтор. Введем, например, функтор "U", который получит индекс

s

---

s

---

n

т.е. с синтаксической точки зрения мы будем понимать его как такой функтор, который с функтором типа s/n как со своим аргументом образует предложение. Установивши таким образом категорию функтора "U", определим его, говоря: выражение "U(f)" является выполнимым на месте "f" всеми и только теми функторами типа s/n, которые с каждым именем образуют истинное предложение.

Итак, имеем: U(f).<-->.(Пx).fx .

Назовем такой функтор универсальным функтором. Тогда можно было бы заменить квантификатор всеобщности универсальным функтором везде в тех местах, где мы могли бы для высказывательной функции, к которой относится оператор "(Пx)", привести такой функтор, который со связанной оператором переменной как своим аргументом образовывал бы выражение, эквивалентное этой функции высказывания. Это всегда можно сделать при помощи оператора "x^", поскольку "(x^).fx как раз и является таким искомым для высказывательной функции "fx" функтором, в каком бы виде эта высказывательная функция не выступала. Следовательно, мы всегда можем вместо "(Пx).fx" писать U((x^).fx). Таким образом, роль квантификатора всеобщности удалось бы заменить комбинацией ролей универсального функтора и оператора "x^". Очевидно, что существует не только один универсальный функтор, но их много больше и отличаются они своими категориями значения в зависимости от категории значения функтора, который служит для них аргументом.

Благодаря эквивалентности U(f).<-->.(Пx).fx можно легко определить универсальный функтор при помощи квантификатора всеобщности. Зато его определение встречается с трудностями, если мы не хотим прибегать к квантификатору всеобщности. Однако по нашему мнению, суррогатом определения универсального функтора могли бы быть правила вывода, очерчивающие способ его использования в [теории] дедукции. Тогда символ "U" нашел бы в логике свое место открыто, как первичный знак и имел бы в системе этой науки выразительную позицию, чем контрабандный квантификатор всеобщности, который не принадлежит ни к определяемым, ни к первичным знакам логики.

Тогда нужно было бы или определить оператор "x^", или "протянуть" его в логику, подобно обычно протаскиваемому квантификатору всеобщности. Эту дилемму мы здесь разрешать не будем. Однако, если остановиться на контрабандном характере оператора x^, то позволим себе высказать допущение, что такая контрабанда, возможно, неплохо бы себя оправдала, поскольку все прочие операторы, которых в дедуктивных науках великое множество, можно заменить оператором "x^" и соответствующими функторами. По нашему мнению, была бы немалая польза, если бы мы везде могли бы пользоваться только одним видом операторов, а именно - оператором "x^".

К.Айдукевич, Перевод с немецкого Б.Т.Домбровского

**Примечания**

1) Stanislaw Lesniewski. Grundzuge eines neuen Systems der Grundlagen der Mathematik."Fundamenta Mathematicae".t.XIV,Warszawa 1929, str.13 и след., 67 и след. От Лесьневского мы принимаем только основную идею категорий значения и их разновидностей. За формулирование предлагаемых нами соответствующих дефиниций и пояснений, как и за подробности содержания, которое мы приписываем этому понятию, нельзя делать ответственным Лесьневского, поскольку он не устанавливает свои дефиниции вообще, но только для своей специальной символики и совершенно иным способом, в наивысшей степени точным и сугубо структурным.

2) Edmund Husserl Logische Untersuchungen. Bd.II, T.1 Zweite umgearbeitete Auflage. Halle a. d. S. 1913, str.294,295.305-312, 316-321,326-342.

3) R.Carnap Abriss der Logistik. Wien 1929, str.30; A.Tarski Pojecie prawdy w jezykach nauk dedukcyjnych.Warszawa 1933,str.67.

4) Выполнение первого и третьего условия еще не гарантирует синтаксической связности, ибо, например, выражение

"~ (ф, x)"

s s

--- -- n

s n

не является синтаксически связанным, хотя это выражение насквозь правильно составлено, а его показатель, к которому мы приходим следующим образом:

s s s

-- --n --s s

s n s

является простым индексом.

5) Ср. Jan Lukasiewicz Philosophische Bemerkungen zu mehrwertigen Systemen des Aussagenkalkul. Warszawa 1930, "Comptes rendus des seances de la Societe des Sciences et de Lettres de Varsovie" ,XXIII, Cl.III.

6) Ср. R.Carnap Abriss der Logistik. Wien 1929, str.13.

7) Строго говоря, не следует говорить об "аргументе" опера- тора, а вместо это нужно употреблять выражение, например, "опе- рандум". Наши предыдущие замечания, относящиеся к "правильному синтаксису" выражения, конечно, должны относится также и к отноше- ниям: оператор - операндум.