Содержание

[Введение](#_Toc252884474)

[1. Экономическая сущность задачи](#_Toc252884475)

[2. Исходные данные](#_Toc252884476)

[3. Метод динамического программирования](#_Toc252884477)

[4. Метод полного перебора вариантов](#_Toc252884478)

[5. Интуитивные распределения](#_Toc252884479)

[5.1. Равномерное распределение](#_Toc252884480)

[5.2. Метод наибольшей плановой эффективности](#_Toc252884481)

[5.3. Самостоятельное интуитивное распределение](#_Toc252884482)

[Заключение](#_Toc252884483)

[Литература](#_Toc252884484)

## Введение

Цель работы - изучение экономической сущности и математической формализации задачи определения оптимального варианта распределения заданной суммы капитальных вложений между несколькими предприятиями отрасли, выпускающими взаимозаменяемую продукцию.

## 1. Экономическая сущность задачи

В отрасли имеется *М* предприятий, выпускающих однотипную взаимозаменяемую продукцию, спрос на которую пока не удовлетворяется полностью. С целью увеличения выпуска данной продукции на модернизацию этих предприятий выделена сумма капиталовложений в размере *Х* тыс. руб. Каждому предприятию с номером *m=1, 2, …, M* может быть выделена сумма *Xm>=0*, при этом сумма капиталовложений распределяется полностью, т.е.

 (1)

Оптимизация распределения капиталовложений производится по критерию максимума суммарного прироста выпуска продукции всеми предприятиями

 (2)

Здесь *gm (xm)* - прирост выпуска продукции на предприятии с номером *m* при условии, что ему выделена сумма капиталовложений *xm.*

## 2. Исходные данные

Исходными данными для решения задачи служат выполненные на каждом предприятии расчеты по обоснованию зависимостей прироста выпуска от размера капиталовложений *gm (xm).* Как правило, эти зависимости не удается получить в аналитической форме (в виде непрерывных и аналитических функций) и они представляются таблично, значениями функций при заданных дискретных значениях аргумента.

Для упрощения дальнейших вычислений будем считать, что величины *xm* кратны некоторой дискрете *h=X/N* где N - число дискрет в распределяемой сумме X. Дискрета *h* задается заранее, исходя из разумного компромисса между желательной точностью и трудоемкостью расчетов. Уменьшение величины дискреты *h*, вообще говоря, увеличивает точность, но при этом растет трудоемкость подготовки исходной информации и её последующей обработки.

С учетом принятого допущения величина капиталовложений *xm* меняемся дискретно, принимая значения *xm*=*nh, n=0, 1, …, N.* Каждое предприятие рассчитывает и представляет в министерство (*N+1) М* значений, которые удобно свести в табл.1.

При построении табл.1.1 принято *М* = 5; *Х* = 300 тыс. руб.; *N* = 6; *h* = 50 тыс. руб.

Таблица 1 - Прирост выпуска продукции при заданной величине капиталовложений, тыс. руб.

|  |  |
| --- | --- |
| Величина капиталовложений тыс. руб.  | Порядковый номер предприятия |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 50 | 30 | 20 | 20 | 40 | 30 |
| 100 | 83 | 75 | 61 | 62 | 72 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 150 | 98 | 100 | 112 | 97 | 108 |
| 200 | 127 | 150 | 140 | 134 | 122 |
| 250 | 158 | 165 | 152 | 160 | 148 |
| 300 | 195 | 20 | 180 | 185 | 190 |

## 3. Метод динамического программирования

Идея метода динамического программирования состоит в том, что выделенная сумма *Х* распределяется не между всеми *М* предприятиями (иначе получается полный перебор), а между двумя "предприятиями": последним предприятием (имеющем номер *М*) и группой из (*М*-1) - го предшествующего предприятия, для которого оптимальное распределение между ними любой частичной суммы уже известно. Это соответствует решению основного функционального уравнения динамического программирования *М*-го, последнего шага

 (3)

Здесь *fM (X) -* максимальный суммарный прирост продукции, получаемый от *М* предприятий при оптимальном распределении суммы *Х* между *M*-тым и группой из (*М*-1) - го первых предприятий, при условии, что выделяемая им частичная сумма (*Х-ХМ)* распределяется оптимально;

*fM-1 (X-ХМ)* - максимальный суммарный прирост продукции, получаемый от (*М*-1) - го первых предприятий при оптимальном распределении между ними частичной суммы (*Х-ХМ),* оставшейся, от М-го предприятия.

Решить уравнение (3) невозможно, так как функция *fM-1 (X-ХМ)* неизвестна. Однако её можно выразить с помощью основного функционального уравнения для (М-1) - го шага через функцию максимального суммарного прироста продукции, получаемого при оптимальном распределении частичных сумм в группе из (М-2) - х первых предприятий

 (4)

Снова неизвестна функция *fM-2 (nh-ХМ-1)* однако, используя основное *fM-3 (nh-ХМ-2)* функциональное уравнение, её можно определить аналогично через функцию и т.д. Эта процедура рекуррентных подстановок неизвестных функций максимального суммарного прироста продукции заканчивается точно через *М* шагов. Действительно, на последнем шаге подстановок (его номер *m*=1) получаем основное функциональное уравнение динамического программирования в виде

 (5)

Функция *f0 (nh-Х1)* формально есть максимальный прирост продукции при оптимальном распределении частичной суммы (*nh-Х1)* в группе, состоящей из "0" предприятий. Естественно, такой группе, в которой нет ни одного предприятия, никаких средств не выделяется поэтому

f0 (nh-Х1) =0 (6)

Отсюда следует, что на первом шаге основное функциональное уравнение имеет следующее решение:

 (7)

Это означает, что на первом шаге, когда рассматривается только одно первое предприятие, любая частичная сумма *nh* выделяется ему целиком, так как ее некому, кроме него, распределять. Таким образом, оптимальное управление на первой шаге

X1\* (nh) = nh (8)

Представим найденное решение основного функционального уравнения на первом шаге в виде табл.2.

Таблица 2 - Определение оптимальных управлений и максимальных прирос продукции на первом шаге

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Частичная распределяемая сумма | Сумма, выделяемая первому предприятию | Оптимальное управление | Максимальный прирост продукции |
| 0 | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 | 300 |
| 0 | 0 |  |  |  |  |  |  | 0 | 0 |
| 50 |  | 30 |  |  |  |  |  | 50 | 30 |
| 100 |  |  | 83 |  |  |  |  | 100 | 83 |
| 150 |  | - |  | 98 |  |  |  | 150 | 98 |
| 200 |  |  |  |  | 127 |  |  | 200 | 127 |
| 250 |  |  |  |  |  | 158 |  | 250 | 158 |
| 300 |  |  |  |  |  |  | 195 | 300 | 195 |

В табл.2 заполнена числами только главная диагональ. Эти числа берутся из табл.1 исходных данных для первого предприятия. Пустые клетки левее главной диагонали показывают, что на 1-м шаге вся частичная сумма *nh* целиком отдается первому предприятию, так как на атом шаге других предприятий нет. Пустые клетки справа от главной диагонали показывают, что не может распределяться частичная сумма, большая имеющейся.

ШАГ 1 тривиален, однако важен в том отношении, что позволяет начать процесс рекуррентного вычисления на последующих шагах по основному функциональному уравнению

fm (nh) =max{gm (xm) +fm-1 (nh-xm) }, n=1, 2, …, N;

0<=xm<=nh, m=1, 2, …, M.

ШАГ 2. Распределение частичных сумм между вторым предприятием и группой из "одного первого предприятия". Для второго шага основное функциональное уравнение имеет вид

F2 (nh) =max{g2 (x2) +f1 (nh-x2) },

0<=x2<=nh; 1<=n<=N

Его решение представлено в табл.3

Таблица 3 - Определение оптимальных управлений и максимальных приростов продукции на 2-м шаге.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Частичная распределяемая сумма | Сумма, выделяемая второму предприятию | Оптимальное управление | Максимальный прирост продукции |
| 0 | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 | 300 |
| 0 | 0+00 |  |  |  |  |  |  | 0 | 0 |
| 50 | 0+3030 | 20+020 |  |  |  |  |  | 0 | 30 |
| 100 | 0+8383 | 20+3050 | 75+075 |  |  |  |  | 0 | 83 |
| 150 | 0+9898 | 20+83103 | 75+30105 | 100+0100 |  |  |  | 100 | 105 |
| 200 | 0+127127 | 20+98118 | 75+83158 | 100+30130 | 150+0150 |  |  | 100 | 158 |
| 250 | 0+158158 | 20+127147 | 75+98173 | 100+83183 | 150+30180 | 165+0165 |  | 150 | 183 |
| 300 | 0+195195 | 20+158178 | 75+127204 | 100+98198 | 150+83233 | 165+30195 | 200+0200 | 200 | 233 |

В клетках таблицы записываются через знак "+" 2 числа, равные *g2 (x2)* и *f1 (nh-x2).* Величины *g2 (x2)* берутся из табл.1, а величины *f1 (nh-x2)* из последнего столбца табл.2.

В последнем столбце табл.3 проставлены максимумы сумм в соответствующих строках, предшествующем столбце - соответствующая этому максимуму оптимальная величина капитальных вложений, выделяемых второму предприятию.

ШАГ 3. Зная оптимальное распределение всех частичных сумм между первыми двумя предприятиями, перейдем к их распределению между третьим предприятием и группой из первых двух (табл.4).

Таблица 4 - Определение оптимальных управлений и максимальных прирост продукции на 3-м шаге

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Частичная распределяемая сумма | Сумма, выделяемая третьему предприятию | Оптимальное управление | Максимальный прирост продукции |
| 0 | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 | 300 |
| 0 | 0+00 |  |  |  |  |  |  | 0 | 0 |
| 50 | 0+3030 | 20+020 |  |  |  |  |  | 0 | 30 |
| 100 | 0+8383 | 20+3050 | 61+061 |  |  |  |  | 0 | 83 |
| 150 | 0+105105 | 20+83103 | 61+3091 | 112+0112 |  |  |  | 150 | 112 |
| 200 | 0+158158 | 20+105125 | 61+83144 | 112+30142 | 140+0140 |  |  | 0  | 158 |
| 250 | 0+183183 | 20+158178 | 61+105166 | 112+83195 | 140+30170 | 152+00 |  | 150 | 195 |
| 300 | 0+233233 | 20+183203 | 61+158219 | 112+105217 | 140+83233 | 152+30182 | 180+0180 | 0 | 233 |

ШАГ 4. Определение оптимального распределения на 4-м шаге.

Таблица 5 - Определение оптимальных управлений и максимальных приростов продукции на 4-м шаге

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Частичная распределяемая сумма | Сумма, выделяемая четвертому предприятию | Оптимальное управление | Максимальный прирост продукции |
| 0 | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 | 300 |
| 0 | 0+00 |  |  |  |  |  |  | 0 | 0 |
| 50 | 0+3030 | 40+040 |  |  |  |  |  | 50 | 40 |
| 100 | 0+8383 | 40+4080 | 62+062 |  |  |  |  | 0 | 83 |
| 150 | 0+112112 | 40+83123 | 62+40102 | 97+097 |  |  |  | 50 | 123 |
| 200 | 0+158158 | 40+112152 | 62+83145 | 97+40137 | 134+0134 |  |  | 0 | 163 |
| 250 | 0+195195 | 40+158198 | 62+112174 | 97+83180 | 134+40174 | 160+0160 |  | 50 | 198 |
| 300 | 0+233233 | 40+195235 | 62+158220 | 97+112220 | 134+83217 | 160+40200 | 185+0185 | 50 | 235 |

ШАГ 5. Определение оптимального распределения на 5-м шаге.

Таблица 6 - Определение оптимальных управлений и максимальных приростов продукции на 5-м шаге

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Частичная распределяемая сумма | Сумма, выделяемая пятому предприятию | Оптимальное управление | Максимальный прирост продукции |
| 0 | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 | 300 |
| 0 | 0+00 |  |  |  |  |  |  | 0 | 0 |
| 50 | 0+4040 | 30+030 |  |  |  |  |  | 0 | 40 |
| 100 | 0+8383 | 30+4070 | 72+072 |  |  |  |  | 0 | 83 |
| 150 | 0+123123 | 30+83113 | 72+40112 | 108+0108 |  |  |  | 0 | 123 |
| 200 | 0+158158 | 30+123153 | 72+83155 | 108+40148 | 122+0122 |  |  | 0 | 158 |
| 250 | 0+198198 | 30+158188 | 72+123195 | 108+83191 | 122+40162 | 148+0148 |  | 0 | 198 |
| 300 | 0+235235 | 30+198228 | 72+158230 | 108+123231 | 122+83205 | 148+40188 | 190+0190 | 0 | 235 |

Результаты расчетов на всех 5-и шагах представим в виде табл.7.

Таблица 7 - Сводная таблица оптимальных управлений и максимальных приростов продукции

|  |  |
| --- | --- |
| Распределяемая сумма | Номер шага распределения |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| *x1\** | *f1* | *x2\** | *F2* | *x3\** | *f3* | *x4\** | *f4* | *x5\** | *f5* |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 50 | 50 | 30 | 0 | 30 | 0 | 30 | 50 | 40 | 0 | 40 |
| 100 | 100 | 83 | 0 | 83 | 0 | 83 | 0 | 83 | 0 | 83 |
| 150 | 150 | 98 | 100 | 105 | 150 | 112 | 50 | 123 | 0 | 123 |
| 200 | 200 | 127 | 100 | 158 | 0 | 158 | 0 | 158 | 0 | 158 |
| 250 | 250 | 158 | 150 | 183 | 150 | 195 | 50 | 198 | 0 | 198 |
| 300 | 300 | 195 | 200 | 233 | 0 | 233 | 50 | 235 | 0 | 235 |

Таблица 8 - Оптимальное распределение частичных сумм между 5-ю предприятиями.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Распределяемая сумма | Выделяемые предприятиям суммы | Макс. Суммарный прирост продукции |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |
| 50 | 0 | 0 | 0 | 50 | 0 | 40 |
| 100 | 100 | 0 | 0 | 0 | 0 | 83 |
| 150 | 100 | 50 | 0 | 0 | 0 | 123 |
| 200 | 100 | 100 | 0 | 0 | 0 | 158 |
| 250 | 100 | 100 | 0 | 50 | 0 | 198 |
| 300 | 100 | 0 | 150 | 50 | 0 | 235 |

Оптимальное распределение суммы 300 тыс. руб.:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X1\* | 100 | x2\* | 0 | x3\* | 150 | x4\* | 50 | x5\* | 0 |

Максимальный прирост выпуска продукции при оптимальном распределении равен 235 тыс. руб. Эта величина находится на пересечении строки "Распределяемая сумма - 300"' и столбцов 5-го шага. Задача решена.

## 4. Метод полного перебора вариантов

Самый простой способ решения распределительных задач подобного типа состоит в полном переборе всех возможных вариантов распределения исходной суммы между предприятиями и выбор того варианта, при котором суммарный прирост выпуска продукции будет максимальным. Недостатком метода полного перебора является то, что число вариантов распределения быстро растет при увеличении количества предприятий и уменьшении дискреты распределения.

По условиям варианта имеем 6 предприятий и 7 дискрет.

Таблица 9 - Расчет числа вариантов распределения между 6-ю предприятиями суммы 300 тыс. руб. с дискретой 37,5 тыс. руб. по методу полного перебора

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № | Тип распределения | Число вариантов |
| 1 | Одному - 300 | С61=6 |
| 2 | Одному - 262,5, другому - 37,5 | С61 С51=30 |
| 3 | Одному - 225, другому - 75 | С61 С51=30 |
| 4 | Одному - 225, другому - 37,5, третьему - 37,5  | С61 С52=60 |
| 5 | Одному - 187,5, другому - 112,5 | С61 С51 =30 |
| 6 | Одному - 187,5, второму - 75, третьему - 37,5 | С61 С52С52=120 |
| 7 | Одному - 187,5, трем по - 37,5 | С61 С52=60 |
| 8 | Двум по - 150  | С62=60 |
| 9 | Одному - 150, второму - 112,5, третему - 37,5  | С61 С51С41=60 |
| 10 | Одному - 150, второму - 75, двум по - 37,5 | С61 С51 С42=180 |
| 11 | Одному - 150, двум по - 75 | С61 С52=60 |
| 12 | Одному - 150, четырем по - 37,5 | С61 С54=30 |
| 13 | Двум по - 112,5 другому - 75  | С62 С41=68 |
| 14 | Двум по - 112,5 двум по - 37,5 | С62 С42=90 |
| 15 | Одному - 112,5, второму - 75, трем по - 37,5 | С61 С51 С43=120 |
| 16 | Одному - 112,5, двум по - 75, третьему - 37,5 | С61 С52 С32=180 |
| 17 | Одному - 112,5, пятерым по - 37,5 | С61 С55=6 |
| 18 | Четырем по - 75 | С64=15 |
| 19 | Трем по - 75, двум по - 37,5 | С63 С32=60 |
| 20 | Двум по - 75, четырем по - 37,5  | С62 С44=15 |
|  Итого вариантов: 1287 |

Число вариантов распределения методом полного перебора можно также подсчитать по формуле коэффициентов биномиального распределения

 (9)

Сколько вариантов распределения пришлось рассмотреть при использовании метода динамического программирования?

 (10)

В нашем случае это составило 1287 вариантов, т.е. по сравнению с методом полного перебора число рассматриваемых вариантов сократилась более чем в 60 раза.

## 5. Интуитивные распределения

## 5.1 Равномерное распределение

При равномерном распределении суммы в 300 тыс. руб. между 5-ю предприятиями получается, что каждому из них нужно выделить по 60 тыс. руб.

Используя данные о приросте выпуска продукции на предприятиях при выделении им 50 и 100 тыс. соответственно, рассчитаем прирост выпуска продукции при выделении им по 60 тыс. рублей.

Из рис.1 можно найти прирост продукции при выделении предприятию 60-ти тыс. руб.

Величина прироста при распределении суммы капитальных вложений по 60тыс. руб. определяется путем решения ряда пропорций.

Для первого предприятия 50/10=53/y🡪 y=10,6 величина прироста на дополнительные 10 тыс. руб. капитальных вложений. Всего прирост будет равен 40,6.

Для второго предприятия 50/10=55/y🡪 y=11 50/10=22/y🡪 y=4,4 величина прироста на дополнительные 10 тыс. руб. капитальных вложений. Всего прирост будет равен 44,4

Для третьего предприятия 50/10=41/y🡪 y=8,2 величина прироста на дополнительные 10 тыс. руб. капитальных вложений. Всего прирост будет равен 28,2.

Для четвертого предприятия 50/10=22/y🡪 y=4,4 величина прироста на дополнительные 10 тыс. руб. капитальных вложений. Всего прирост будет равен 44,4.

Для пятого предприятия 50/10=42/y🡪 y=8,4 величина прироста на дополнительные 10 тыс. руб. капитальных вложений. Всего прирост будет равен 38,4.

Рисунок 1 - Равномерное распределение капиталовложений

10

20

30

40

50

60

70

80

90

100

тыс

10

20

30

40

50

60

70

80

90

100

1 предприятие

2 предприятие

3 предприятие

4 предприятие

5 предприятие

Итак максимальный прирост при равномерном распределении равен.

38,4+44,4+28,2+40,6+31=182,6тыс. руб.

## 5.2 Метод наибольшей плановой эффективности

При этом методе вся сумма 300тыс. руб. отдается предприятию с наибольшей плановой эффективностью, то есть тому, которое при капиталовложениях 300тыс. руб. дает максимальный прирост продукции. По данным таблицы 1 видно, что это предприятие № 2. Если ему выделить 300тыс. руб., то максимальный прирост продукции будет 200 тыс. руб.

## 5.3 Самостоятельное интуитивное распределение

Из предположения о том, что при увеличении суммы капиталовложений, выделяемых конкретному предприятию, увеличивается прирост продукции, которое оно дает. Распределение базирующее на основе оценки фондорентабельности каждого вложения.

Для осуществления данного распределения рассчитаем фондорентабельность. Всех вложений в предприятие. Расчеты представим в таблице 10.

Таблица 10 - фондорентабельность капиталовложений

|  |  |
| --- | --- |
| Распределяемая сумма | Фондорентабельность предприятий |
| 1 | 2  | 3 | 4 | 5 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 50 | 0,60 | 0,40 | 0,40 | ***0,80*** | 0,60 |
| 100 | ***0,83*** | 0,75 | 0,61 | 0,62 | 0,72 |
| 150 | 0,65 | 0,67 | ***0,75*** | 0,65 | 0,72 |
| 200 | 0,64 | 0,75 | 0,70 | 0,67 | 0,61 |
| 250 | 0,63 | 0,66 | 0,61 | 0,64 | 0,59 |
| 300 | 0,65 | 0,07 | 0,60 | 0,62 | 0,63 |

Проанализировав величину фондорентабельности выделим максимальные. Максимальная эффективность вложений достигается при вложении во второе предприятие 50 тыс. руб., далее в четвертое 100 тыс. руб., в третье 150 тыс. руб.

Экономический эффект увеличения выпуска продукции.

40+83+112=235.

Таким образом интуитивное распределение с применением методик финансового анализа дало оптимальное распределение.

## Заключение

При выделяемой сумме 300тыс. руб. между пятью предприятиями и с дискретой 50тыс. руб, распределение капиталовложений методом динамического программирования дает оптимальное распределение капиталовложений, которое дает прирост продукции 235тыс. руб.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X1\* | 0 | x2\* | 50 | x3\* | 100 | x4\* | 0 | x5\* | 150 |

При методе динамического программирования число рассматриваемых вариантов - 198, а если бы задача решалась методом полного перебора, то число вариантов возросло бы до 1287.

Равномерное распределение дает максимальный прирост продукции -182,6тыс. руб.

Выделение всей суммы капиталовложений предприятию с наибольшей эффективностью дает прирост продукции 200тыс. руб.

Интуитивное распределение (сформулированное самостоятельно) дает прирост продукции 235тыс. руб.

## Литература

1. Мешковой Н.П. Лабораторные работы по экономике промышленности: Челябинск 2001.
2. Стандарты предприятия. Курсовые и дипломные проекты. Общие требования к оформлению: Челябинск 2007.