Содержание

Введение

1. Теоретические основы выбора инвестиционного портфеля по теории Г. Марковица

1.1 Проблема выбора инвестиционного портфеля

1.2 Вычисление ожидаемых доходностей и стандартных отклонений портфелей

2. Портфельный анализ

2.1 Выбор оптимального портфеля

2.2 Модель Марковица

2.3 Определение структуры и местоположения эффективного множества

Заключение

Расчетная (практическая) часть

Список литературы

## Введение

Инвестиционный процесс представляет собой принятие инвестором решения относительно ценных бумаг, в которые осуществляются инвестиции, объемов и сроков инвестирования. Следующая процедура, включающая пять этапов, составляет основу инвестиционного процесса:

1. Выбор инвестиционной политики

2. Анализ рынка ценных бумаг

3. Формирование портфеля ценных бумаг

4. Пересмотр портфеля ценных бумаг

5. Оценка эффективности портфеля ценных бумаг.

Третий этап инвестиционного процесса - формирование портфеля ценных бумаг - включает определение конкретных активов для вложения средств, а также пропорций распределения инвестируемого капитала между активами. при этом инвестор сталкивается с проблемами селективности, выбора времени операций и диверсификации.

Селективность, называемая также микропрогнозированием, относится к анализу ценных бумаг и связана с прогнозированием динамики цен отдельных видов бумаг.

Выбор времени операций, или макропрогнозирование, включает прогнозирование изменения цен на акции по сравнению с ценами для фондовых инструментов с фиксированным доходом.

Диверсификация заключается в формировании инвестиционного портфеля таким образом, чтобы при определенных ограничениях минимизировать риск.

Очевидно, что именно диверсификация является наиболее сложным этапом при формировании портфеля ценных бумаг.

Подход Марковица к проблеме выбора портфеля предполагает, что инвестор старается решить две проблемы: максимизировать ожидаемую доходность при заданном уровне риска и минимизировать неопределенность (риск) при заданном уровне ожидаемой доходности.

Инвестиционный риск представляет собой вероятность возникновения финансовых потерь в виде снижения капитала или утраты дохода, прибыли вследствие неопределенности условий инвестиционной деятельности. Соотношение риска и доходности. Доходность и риск, как известно, являются взаимосвязанными категориями. Наиболее общими закономерностями, отражающими взаимную связь между принимаемым риском и ожидаемой доходностью деятельности инвестора, являются следующие: более рискованным вложениям, как правило, присуща более высокая доходность; при росте дохода уменьшается вероятность его получения, в то время как определенный минимально гарантированный доход может быть получен практически без риска.

Оптимальность соотношения дохода и риска означает достижение максимума для комбинации "доходность - риск" или минимума для комбинации "риск - доходность". Однако поскольку на практике инвестиционная деятельность связана с множественными рисками и использованием различных ресурсных источников, количество оптимальных соотношений возрастает. В связи с этим для достижения равновесия между риском и доходом необходимо использовать пошаговый метод решения путем последовательных приближений. Осуществление инвестиционной деятельности предполагает не только принятие известного риска, но и обеспечение определенного дохода. Поэтому цель данной курсовой работы - рассмотреть портфельную теорию Г. Марковица как способом формирования оптимального и эффективного инвестиционного портфеля. Методологической основой структуры работы и логической связи в ней управленческих вопросов послужили разработки отечественных и зарубежных ученых в области менеджмента, инвестиционного менеджмента, маркетинга и инвестиций.

## 1. Теоретические основы выбора инвестиционного портфеля по теории Г. Марковица

## 1.1 Проблема выбора инвестиционного портфеля

В 1952 г. Гарри Марковиц опубликовал фундаментальную работу, которая является основой подхода к инвестициям с точки зрения современной теории формирования портфеля. Подход Марковица начинается с предположения, что инвестор в настоящий момент времени имеет конкретную сумму денег для инвестирования. Эти деньги будут инвестированы на определенный промежуток времени, который называется периодом владения (holding period). В конце периода владения инвестор продает ценные бумаги, которые были куплены в начале периода, после чего либо использует полученный доход на потребление, либо реинвестирует доход в различные ценные бумаги (либо делает то и другое одновременно).

Таким образом, подход Марковица может быть рассмотрен как дискретный подход, при котором начало периода обозначается t = 0, а конец периода обозначается t = 1. В момент t = 0 инвестор должен принять решение о покупке конкретных ценных бумаг, которые будут находиться в его портфеле до момента t = 1. Поскольку портфель представляет собой набор различных ценных бумаг, это решение эквивалентно выбору оптимального портфеля из набора возможных портфелей. Поэтому подобную проблему часто называют проблемой выбора инвестиционного портфеля.

Принимая решение в момент t = 0, инвестор должен иметь в виду, что доходность ценных бумаг (и, таким образом, доходность портфеля) в предстоящий период владения неизвестна. Однако инвестор может оценить ожидаемую (или среднюю) доходность различных ценных бумаг, основываясь на некоторых предположениях, а затем инвестировать средства в бумагу с наибольшей ожидаемой доходностью. Марковиц отмечает, что это будет в общем неразумным решением, так как типичный инвестор хотя и желает, чтобы "доходность была высокой", но одновременно хочет, чтобы "доходность была бы настолько определенной, насколько это возможно". Это означает, что инвестор, стремясь одновременно максимизировать ожидаемую доходность и минимизировать неопределенность (т.е. риск), имеет две противоречащие друг другу Цели, которые должны быть сбалансированы при принятии решения о покупке в момент t = 0.

Подход Марковица к принятию решения дает возможность адекватно учесть обе эти цели. Следствием наличия двух противоречивых целей является необходимость проведения диверсификации с помощью покупки не одной, а нескольких ценных бумаг. Последующее обсуждение подхода Марковица к инвестициям начинается с более конкректного определения понятий начального и конечного благосостояния.

Согласно уравнению (1) доходность ценной бумаги за один период может быть вычислена по формуле:

(1)



где "благосостоянием в начале периода" называется цена покупки одной ценном бумаги данного вида в момент t = 0 (например, одной обыкновенной акции фирмы), а "благосостоянием в конце периода" называется рыночная стоимость данной ценной бумаги в момент t = 1 в сумме со всеми выплатами держателю данной бумаги наличными (или в денежном эквиваленте) в период с момента t = 0 до момента t = 1. Поскольку портфель представляет собой совокупность различных ценных бумаг, его доходность может быть вычислена аналогичным образом:

(2)



Здесь W0 обозначает совокупную цену покупки всех ценных бумаг, входящих в портфель в момент t = 0; W1 - совокупную рыночную стоимость этих ценных бумаг в момент t = 1 и, кроме того, совокупный денежный доход от обладания данными ценными бумагами с момента t = 0 до момента t = 1.

Уравнение (2) с помощью алгебраических преобразований может быть приведено к виду:

(3)



Из уравнения (3) можно заметить, что начальное благосостояние, или благосостояние в начале периода (W0), умноженное на сумму единицы и уровня доходности портфеля, равняется благосостоянию в конце периода (W1), или конечному благосостоянию.

Ранее отмечалось, что инвестор должен принять решение относительно того, какой портфель покупать в момент t = 0. Делая это, инвестор не знает, каким будет предположительное значение величины для большинства различных альтернативных портфелей, так как он не знает, каким будет уровень доходности большинства этих портфелей.

Таким образом, по Марковицу, инвестор должен считать уровень доходности, связанный с любым из этих портфелей, случайной переменной. Так переменные имеют свои характеристики, одна из них - ожидаемое (или среднее) значение, а другая - стандартное отклонение.

Марковиц утверждает, что инвестор должен основывать свое решение по выбору портфеля исключительно на ожидаемой доходности и стандартном отклонении. Это означает, что инвестор должен оценить ожидаемую доходность и стандартное отклонение каждого портфеля, а затем выбрать "лучший" из них, основываясь на соотношении этих двух параметров. Интуиция при этом играет определяющую роль. Ожидаемая доходность может быть представлена как мера потенциального вознаграждения, связанная с конкретным портфелем, а стандартное отклонение - как мера риска, связанная с данным портфелем. Таким образом, после того, как каждый портфель был исследован в смысле потенциального вознаграждения и риска, инвестор должен выбрать портфель, который является для него наиболее подходящим.

Предположим, что два альтернативных портфеля обозначены А и В. Эти портфели представлены в табл.1. Портфель А имеет ожидаемую годовую доходность 8%, а портфель В - 12%. Предположим, что начальное благосостояние инвестора составляет 100000, а период владения равен одному году; это означает, что ожидаемые уровни конечного благосостояния, связанные с портфелями А и В, составляют 108000 и 112000 соответственно. Исходя из этого можно сделать вывод, что портфель В является более подходящим. Однако портфели А и В имеют годовое стандартное отклонение 10 и 20% соответственно.

Таблица 1 - Сравнение уровней конечного благосостояния двух гипотетических портфелей

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Уровень конечного благосостояния (в ден. ед) | Вероятность оказаться ниже данного уровня благосостояния (%) | |
| Портфель А[[1]](#footnote-1) | Портфель В[[2]](#footnote-2) |
| 70000 | 0 | 2 |
| 80000 | 0 | 5 |
| 90000 | 4 | 14 |
| 100000 | 21 | 27 |
| 110000 | 57 | 46 |
| 120000 | 88 | 66 |
| 130000 | 99 | 82 |

Как показывает табл.1, это означает, что вероятность того, что инвестор будет иметь конечное благосостояние в 70000 или меньше, составляет 2% при условии, что был приобретен портфель В, в то время как фактически вероятность того, что конечное благосостояние инвестора будет меньше 70000 при приобретении портфеля А, равняется нулю. Аналогично конечное благосостояние для портфеля В может с вероятностью 5% оказаться меньше 80000, в то время как для портфеля А эта вероятность опять равна нулю. Если продолжить рассмотрение, то можно обнаружить, что вероятность для портфеля В получить меньше 90000 равна 14%, а для портфеля А - 4%. Далее, с вероятностью 27% конечное благосостояние для портфеля В покажется меньше 100000, в то время как для портфеля А такая вероятность составляет всего лишь 21%.

Так как инвестор обладает начальным благосостоянием в 100000, то это означает, что существует большая вероятность получить отрицательную доходность (27%) при покупке портфеля В, чем при покупке портфеля А (21%). В конечном счете из табл.1 можно увидеть, что портфель А является менее рисковым портфелем, чем В, а это означает, что в этом смысле он более предпочтителен. Конечное решение о покупке портфеля А или В зависит от отношения конкретного инвестора к риску и доходности.

Метод, который будет применен для выбора наиболее желательного портфеля, использует так называемые кривые безразличия. Эти кривые отражают отношение инвестора к риску и доходности и, таким образом, могут быть представлены как двухмерный график, где по горизонтальной оси откладывается риск, мерой которого является стандартное отклонение (обозначенное ), а по вертикальной оси - вознаграждение, мерой которого является ожидаемая доходность (обозначенная ).



На графиках кривых безразличия гипотетического инвестора каждая кривая линия отображает одну кривую безразличия инвестора и представляет все комбинации портфелей, которые обеспечивают заданный уровень желаний инвестора. Отсюда следует первое важное свойство кривых безразличия: все портфели, лежащие на одной заданной кривой безразличия, являются равноценными для инвестора. Следствием этого свойства является тот факт, что кривые безразличия не могут пересекаться. Это приводит ко второму важному свойству кривых безразличия: инвестор будет считать любой портфель, лежащий на кривой безразличия, которая находится выше и левее, более привлекательным, чем любой портфель, лежащий на кривой безразличия, которая находится ниже и правее.

В заключение следует заметить, что инвестор имеет бесконечное число кривых безразличия. Это просто означает, что, как бы не были расположены две кривые безразличия на графике, всегда существует возможность построить третью кривую, лежащую между ними.

Здесь уместно спросить; как инвестор может определить вид его кривых безразличия? В конце концов, каждый инвестор имеет график кривых безразличия, которые, обладая всеми вышеперечисленными свойствами, в то же время являются сугубо индивидуальными для каждого инвестора. Один из методов требует ознакомления инвестора с набором гипотетических портфелей вместе с их ожидаемыми доходностями и стандартными отклонениями. Из них он должен выбрать наиболее привлекательный. Исходя из сделанного выбора, может быть произведена оценка формы и местоположения кривых безразличия инвестора. При этом предполагается, что каждый инвестор будет действовать так, как будто бы он исходит из кривых безразличия при совершении выбора, несмотря на то, что осознанно их не использует.

В заключение можно сказать, что каждый инвестор имеет график кривых безразличия, представляющих его выбор ожидаемых доходностей и стандартных отклонений. Это означает, что инвестор должен определить ожидаемую доходность и стандартное отклонение для каждого потенциального портфеля, нанести их на график и затем выбрать один портфель, который лежит на кривой безразличия, расположенной выше и левее относительно других кривых.

При обсуждении кривых безразличия мы сделали два неявных предположения. Первое: предполагается, что инвестор, делающий выбор между двумя идентичными во всем, кроме ожидаемой доходности, портфелями, выберет портфель с большей ожидаемой доходностью.

Более полно можно сказать, что при использовании подхода Марковица делается предположение о ненасыщаемости, т.е. предполагается, что инвестор предпочитает более высокий уровень конечного благосостояния более низкому его уровню. Это объясняется тем, что более высокий уровень конечного благосостояния позволяет ему потратить больше на потребление в момент t = 1 (или в более далеком будущем).

Таким образом, если заданы два портфеля с одинаковыми стандартными отклонениями, то инвестор выберет портфель с большей ожидаемой доходностью.

Однако все не так просто в случае, когда инвестору нужно выбирать между портфелями, имеющими одинаковый уровень ожидаемой доходности, но разный уровень стандартного отклонения. Это тот случай, когда стоит принять во внимание второе предположение, состоящее в том, что инвестор избегает риска.

В общем случае предполагается, что инвестор избегает риска, т.е. он выбирает портфель с меньшим стандартным отклонением. Что значит, избегает риска? Это означает, что инвестор, имеющий выбор, не захочет выбрать "честную игру", при которой, по определению, ожидаемое вознаграждение равняется нулю. Например, предположим, что мы подкидываем монету, причем если выпадает "орел", то мы получаем $5, а если выпадает "решка", то мы платим $5. Так как существует 50% -ная вероятность выпадения "орла" (или "решки"), то ожидаемое вознаграждение составляет $0 [ (0,5 х $5) + (0,5 х (-$5))].

Соответственно инвестор, избегающий риска, будет инстинктивно избегать эту азартную игру. Это объясняется тем фактом, что "количество разочарования" при потенциальном проигрыше оказывается выше, чем "количество удовольствия" при потенциальном выигрыше.

Эти два предположения о ненасыщаемости и об избегании риска являются причиной выпуклости и положительного наклона кривой безразличия. Несмотря на предположение о том, что все инвесторы избегают риска, нельзя предположить, что степень избегания риска одинакова у всех инвесторов. Некоторые инвесторы могут избегать риска в значительной степени, в то же время другие могут слабо избегать риска. Это означает, что различные инвесторы будут иметь различные графики кривых безразличия.

## 1.2 Вычисление ожидаемых доходностей и стандартных отклонений портфелей

В предыдущем разделе была рассмотрена проблема выбора портфеля, с которой сталкивается каждый инвестор. Кроме того, был изложен подход к инвестициям Гарри Марковица как метод решения данной проблемы.

При этом подходе инвестор должен оценить все альтернативные портфели с точки зрения их ожидаемых доходностей и стандартных отклонений, используя кривые безразличия.

В случае когда инвестор избегает риска, для инвестиций будет выбран портфель, лежащий на кривой безразличия, расположенной "выше и левее" всех остальных. Однако определенные вопросы остаются без ответов. Например, каким образом инвестор вычисляет ожидаемую доходность и стандартное отклонение портфеля.

а) Инвестор с высокой степенью избегания риска

б) Инвестор со средней степенью избегания риска

в) Инвестор с низкой степенью избегания риска



Рисунок 1 - Кривые безразличия инвесторов с различной степенью избегания риска

Исходя из подхода Марковица к инвестициям, инвестор должен обратить особое внимание на конечное (в конце периода) благосостояние W1. Это означает, что, принимая решение, какой портфель приобрести, и используя свое начальное (в начале периода) благосостояние W0, инвестор должен обратить особое внимание на эффект, который различные портфели оказывают на W1. Этот эффект может быть выражен через ожидаемую доходность и стандартное отклонение каждого портфеля.

Как было отмечено ранее, портфель представляет собой набор различных ценных бумаг. Таким образом, кажется логически правильным, что ожидаемая доходность и стандартное отклонение портфеля должны зависеть от ожидаемой доходности и стандартного отклонения каждой ценной бумаги, входящей в портфель. Также кажется очевидным, что значительное влияние оказывает то, какая часть начального капитала была инвестирована в данную ценную бумагу. Ожидаемая доходность портфеля может быть вычислена несколькими способами, все они дают один и тот же результат. Первый метод включает вычисление ожидаемой цены портфеля в конце периода и использование формулы для вычисления уровня доходности. Таким образом, начальная стоимость портфеля (W0) вычитается из ожидаемой стоимости портфеля в конце периода (W1) и затем эта разность делится на начальную стоимость портфеля (W0), результатом этих операций является ожидаемая доходность портфеля. Такая процедура может быть применена для любого количества ценных бумаг в портфеле.

Альтернативный метод вычисления ожидаемой доходности портфеля - эта процедура включает вычисление ожидаемой доходности портфеля как средневзвешенной ожидаемых доходностей ценных бумаг, являющихся компонентами портфеля. Относительные рыночные курсы ценных бумаг портфеля используются в качестве весов. В виде символов общее правило вычисления ожидаемой доходности портфеля, состоящего из N ценных бумаг, выглядит следующим образом:

(4)



где rp - ожидаемая доходность портфеля; Хi - доля начальной стоимости портфеля, инвестированная в ценную бумагу; ri - ожидаемая доходность ценной бумаги I; N - количество ценных бумаг в портфеле.

Таким образом, вектор ожидаемой доходности может быть использован для вычисления ожидаемой доходности любого портфеля, состоящего из N ценных бумаг. Вектор состоит из одной колонки цифр, где в i-ой строке находится ожидаемая доходность i-ой ценной бумаги.

Так как ожидаемая доходность портфеля представляет собой средневзвешенные ожидаемые доходности ценных бумаг, то вклад каждой ценной бумаги в ожидаемую доходность портфеля зависит от ее ожидаемой доходности, а также от доли начальной рыночной стоимости портфеля, вложенной в данную ценную бумагу. Никакие другие факторы не имеют значения. Из уравнения (4) следует, что инвестор, который просто желает получить наибольшую возможную ожидаемую доходность, должен иметь портфель, состоящий из одной ценной бумаги, той самой, у которой ожидаемая доходность наибольшая. Очень небольшое число инвесторов поступает таким образом, и очень небольшое число консультантов по инвестициям посоветует проводить такую экстремальную политику. Вместо этого инвесторы должны диверсифицировать портфель, т.е. их портфель должен содержать более одной ценной бумаги.

Это имеет смысл, так как диверсификация может снизить риск, измеряемый стандартным отклонением. Полезная мера риска должна некоторым образом учитывать вероятность возможных "плохих" результатов и их величину. Вместо того чтобы измерять вероятности различных результатов, мера риска должна некоторым образом оценивать степень возможного отклонения действительного результата от ожидаемого. Стандартное отклонение - мера, позволяющая это сделать, так как она является оценкой вероятного отклонения фактической доходности от ожидаемой. Может показаться, что простая мера риска в лучшем случае является очень грубой суммой "плохих" возможностей. Но в наиболее типичной ситуации стандартное отклонение является в действительности очень хорошей мерой степени неопределенности оценки перспектив портфеля. Наилучшим примером является случай, когда распределение вероятностей доходности портфеля может быть аппроксимировано известной кривой, имеющей форму колокола, которая носит название нормального распределения. Это часто рассматривается как правдоподобное предположение при анализе доходности диверсифицированных портфелей, когда изучаемый период владения относительно короток (до квартала).

В результате возникает вопрос о стандартном отклонении, как о мере риска; зачем вообще учитывать "счастливые неожиданности" (т.е. случаи, когда доходность превышает ожидаемую) при измерении риска? Почему бы просто не рассмотреть отклонения ниже ожидаемой доходности? Меры риска, при которых поступают таким образом, имеют достоинства. Однако результат будет тем же самым, если вероятностное распределение симметрично как при нормальном распределении. Почему? Потому что левая часть симметричного распределения является зеркальным отображением правой части. Таким образом, перечень портфелей, упорядоченный на основе "риска снижения курса", не будет отличаться от перечня, упорядоченного на основе стандартного отклонения, если доходность нормально распределена.

Например, Гарри Марковиц изначально (в первой своей работе по эффективным наборам) предполагал, что мера риска включает в себя только негативные результаты. В дальнейшем он отказался от этого подхода в пользу стандартного отклонения, для того чтобы упростить вычисления. Тот факт, что результаты, превышающие ожидаемую стоимость, включаются в расчеты вместе с результатами, не достигающими ожидаемой стоимости, не имеет значения. Стандартное отклонение суммирует "плохую" часть распределения доходности инвестиций. Однако что будет, если доходность инвестиций не является нормально распределенной? Можно рассмотреть ситуацию, где доходность обыкновенных акций не удовлетворяет данному предположению. Допустим, что инвестор на рынке обыкновенных акций столкнулся с ограниченной ответственностью. Самое большое, что он может потерять в данном случае, это первоначальные инвестиции. При этом потенциальный выигрыш от повышения не ограничен. Наконец, ожидается падение большинства доходностей по обыкновенным акциям до среднего рыночного значения. То, что мы только что описали, носит название распределения, смешенного вправо по отношению к нормальному.

Стандартное отклонение недостаточно характеризует риск "смещенной вправо" ценной бумаги, т.к. при этом игнорируется факт, что большая часть изменчивости ценной бумаги приходится на "хорошую" сторону ожидаемой доходности ценной бумаги. Интересно, что простыми математическими действиями можно свести смешенное вправо распределение к нормальному. Если прибавить 1 к доходности ценной бумаги, а затем вычислить натуральный логарифм этого значения, тогда получившееся преобразованное распределение доходности может оказаться нормальным.

Поэтому исследователи часто интересуются тем, удовлетворяет ли доходность ценной бумаги "логнормальному" распределению более, чем нормальному распределению. Хотя эмпирическое доказательство может быть оспорено, большинство экспертов рассматривает "логнормальность" как адекватную характеристику доходности обыкновенных акций. Но доходность на некоторые виды ценных бумаг не является нормально или "логнормально" распределенной. Самым простым примером являются опционы. Например, опцион на покупку позволяет его владельцу получать прибыль в случае положительной доходности соответствующей акции, но в то же время избегать убытков в случае ее отрицательной доходности. По существу, опцион на покупку отсекает распределение доходности акций в той точке, где начинаются потери. Инвестору, таким образом, принадлежит только "хорошая", или правая, сторона в распределении доходности. Соответственно доходность опциона на покупку по определению не является нормально распределенной. Кроме того, некоторые ценные бумаги имеют включенные в них опционы. Например, отзывные облигации позволяют эмитентам осуществить их погашение по своему усмотрению. Они делают это только тогда, когда процентная ставка изменяется в их пользу.

Более сложные измерения риска получения доходности ниже ожидаемой производятся с помощью семейства статистических данных, известных как частичные моменты низких порядков. Полудисперсия является аналогом дисперсии, но в ее вычислении используются только те возможные доходности, которые лежат ниже ожидаемой доходности. Полудисперсия является среднеквадратичным отклонением вниз от ожидаемой доходности, она снижает привлекательность ценных бумаг с относительно высоким потенциальным недобором. Применительно к ценным бумагам, доходность по которым имеет распределение, отличающееся от нормального и "логнормального", эти измерители риска более приемлемы интуитивно и более гибки, чем традиционные измерители риска.

Стандартное отклонение измеряется на основе средней величины распределения доходности. Но инвестор может захотеть оценить инвестиции, используя какую-либо величину как цель, например доходность на индекс рынка, или просто число, такое как 0%. Измеритель риска понесения убытков может учитывать все эти предпочтения. Однако использование измерителей риска понесения убытков создает некоторые проблемы. В частности, они игнорируют возможность получения результатов, превышающих целевую доходность. Альтернативой использования этих измерителей риска является прямой учет смещенности при оценке инвестиций. В качестве альтернативы можно предположить, что инвестор анализирует потенциальные инвестиции, не только исходя из их ожидаемых доходностей и стандартных отклонений, но и с точки зрения величины их смещения вправо. В сущности, риск становится многомерным, т.к он включает и стандартное отклонение, и смещенность. Если две инвестиции имеют одинаковую ожидаемую доходность и одинаковое стандартное отклонение, то предпочтение отдается инвестиции, наиболее смещенной вправо. Ни от одной меры риска нельзя ожидать, что она будет показывать точные результаты в любых обстоятельствах. Стандартное отклонение доказало свою эффективность в большинстве ситуаций, с которыми сталкиваются практики. В тех случаях, когда оно не является адекватной мерой, альтернативы должны рассматриваться не только в свете того, как хорошо они описывают распределение доходности, но и с точки зрения сложностей, которые они вносят в анализ. Теперь рассмотрим, как вычисляется стандартное отклонение портфеля. Для портфеля, состоящего из трех ценных бумаг, формула выглядит следующим образом:

(5)



где - обозначает ковариацию доходностей ценных бумаг i и j.



Таким образом:

1. Подход Марковица к проблеме выбора портфеля предполагает, что инвестор старается решить две проблемы: максимизировать ожидаемую доходность при заданном уровне риска и минимизировать неопределенность (риск) при заданном уровне ожидаемой доходности.

2. Ожидаемая доходность служит мерой потенциального вознаграждения, связанного с портфелем. Стандартное отклонение рассматривается как мера риска портфеля.

3. Кривая безразличия представляет собой различные комбинации риска и доходности, которые инвестор считает равноценными.

4. Предполагается, что инвесторы рассматривают любой портфель, лежащий на кривой безразличия выше и левее, как более ценный, чем портфель, лежащий на кривой безразличия, проходящей ниже и правее.

5. Предположение о ненасыщаемости и избегании риска инвестором выражаются в том, что кривые безразличия имеют положительный наклони выпуклы.

6. Ожидаемая доходность портфеля является средневзвешенной ожидаемой доходностью ценных бумаг, входящих в портфель. В качестве весов служат относительные пропорции ценных бумаг, входящих в портфель.

7. Ковариация и корреляция измеряют степень согласованности изменений значений двух случайных переменных. Стандартное отклонение портфеля зависит от стандартных отклонений и пропорций входящих в портфель ценных бумаг и, кроме того, от ковариаций их друг с другом.

## 2. Портфельный анализ

## 2.1 Выбор оптимального портфеля

В предыдущей главе была рассмотрена проблема выбора портфеля, с которой сталкивается каждый инвестор. Кроме того, в ней был представлен подход Гарри Марковица к решению данной проблемы. При таком подходе инвестор должен оценить альтернативные портфели с точки зрения их ожидаемых доходностей и стандартных отклонений, используя кривые безразличия. В случае избегания риска инвестором портфель, лежащий на кривой безразличия, проходящей выше и левее остальных кривых, будет выбран для инвестирования.

Как было отмечено ранее, из набора N ценных бумаг можно сформировать бесконечное число портфелей. Рассмотрим ситуацию с компаниями А, Б и С, когда N равно трем. Инвестор может купить или только акции компании А, или только акции компании Б, или некоторую комбинацию акций двух компаний. Например, он может вложить половину средств в одну, а половину в другую компанию, или 75% в одну, а 25% в другую, или же 33% и 67% соответственно. В конечном счете инвестор может вложить любой процент (от 0% до 100%) в первую компанию, а остаток во вторую. Даже без рассмотрения акций компании С, существует бесконечное число возможных портфелей для инвестирования. Необходимо ли инвестору проводить оценку всех этих портфелей? К счастью, ответом на этот вопрос является "нет". Объяснение того факта, что инвестор должен рассмотреть только подмножество возможных портфелей, содержится в следующей теореме об эффективном множестве.

Инвестор выберет своп оптимальный портфель из множества портфелей, каждый из которых:

1. Обеспечивает максимальную ожидаемую доходность для некоторого уровня риска.

2. Обеспечивает минимальный риск для некоторого значения ожидаемой доходности.

Набор портфелей, удовлетворяющих этим двум условиям, называется эффективным множеством или эффективной границей. Достижимое множество представляет собой все портфели, которые могут быть сформированы из группы в N ценных бумаг. Это означает, что все возможные портфели, которые могут быть сформированы из N ценных бумаг, лежат либо на границе, либо внутри достижимого множества. В общем случае, данное множество будет иметь форму типа зонта. В зависимости от используемых ценных бумаг, оно может быть больше смещено вправо или влево, вверх или вниз.

Инвестор должен нарисовать свои кривые безразличия на одном рисунке с эффективным множеством, а затем приступить к выбору портфеля, расположенного на кривой безразличия, находящейся выше и левее остальных. Этот портфель будет соответствовать точке, в которой кривая безразличия касается эффективного множества. Желание находиться на какой-то конкретной кривой не может быть реализовано, если данная кривая нигде не пересекает множество достижимости. Чисто интуитивно теорема об эффективном множестве кажется вполне рациональной. В предыдущей главе было показано, что инвестор должен выбирать портфель, лежащий на кривой безразличия, расположенной выше и левее всех остальных кривых. В теореме об эффективном множестве утверждается, что инвестор не должен рассматривать портфели, которые не лежат на левой верхней границе множества достижимости, что является ее логическим следствием.

Кроме того установлено, что кривые безразличия для инвестора, избегающего риск, выпуклы и имеют положительный наклон. Эффективное множество в общем случае вогнуто и имеет положительный наклон, т.е. отрезок, соединяющий любые две точки эффективного множества, лежит ниже данного множества. Это свойство эффективных множеств является очень важным, так как оно означает, что существует только одна точка касания эффективного множества и кривых безразличия.

В начале 50-х годов Гарри Марковиц описал решение данных проблем. Используя математический метод, известный как квадратичное программирование, инвестор может обработать ожидаемые доходности, стандартные отклонения и ковариации для определения эффективного множества. Имея оценку своих кривых безразличия, отражающую их индивидуальный допустимый риск он может затем выбрать портфель из эффективного множества.

Используя средства обработки информации, доступные инвестору в то время, было практически невозможно вычислить эффективное множество даже для нескольких сотен ценных бумаг. Однако с появлением дешевых и высокопроизводительных компьютеров в 80-х годах 20 века, а также с развитием сложных моделей риска стало возможным определение эффективного множества для нескольких тысяч ценных бумаг за несколько минут. Необходимое компьютерное оборудование и программное обеспечение являются доступными фактически для любого инвестиционного института. В действительности данный процесс стал настолько банальным, что даже приобрел собственную терминологию. Использование компьютера для определения эффективного множества и формирования оптимального портфеля в разговорном языке называется оптимизацией. Портфели "оптимизируются", а про инвесторов говорят, что они применяют оптимизационную технику. Несмотря на доступность "оптимизаторов", относительно небольшое число менеджеров по инвестициям в действительности используют их при формировании портфеля. Вместо этого они в основном полагаются на некоторый набор правил и закономерностей.

Большинство менеджеров по инвестициям хорошо осведомлены о концепциях Марковица по формированию портфеля и о доступных технологиях, так как являются выпускниками школ бизнеса, в которых данные концепции детально рассматриваются. Причиной сопротивления являются два момента: профессиональные интересы и несоответствия в практическом воплощении концепций.

С точки зрения профессиональных факторов большинство инвесторов просто не чувствуют себя комфортно при использовании качественных методов. В их методах принятия решений подчеркивается значение интуиции и субъективных решений. Использование оптимизационной техники в формировании портфеля требует наличия системной и формальной структуры принятия решений. Специалисты по анализу ценных бумаг должны принять на себя ответственность за формирование количественных прогнозов ожидаемой доходности и риска. Управляющие портфелями должны выполнять решения компьютера. В результате этого "оптимизаторы" уничтожают "артистизм и грацию" управления инвестициями. Кроме того, с их внедрением возрастает влияние новой породы профессионалов по инвестициям - числовых аналитиков, которые координируют получение и применение оценок риска и доходности. Авторитет, приобретаемый числовыми аналитиками, уменьшает влияние аналитиков и менеджеров портфелей, использующих традиционные методы. Что касается перспектив применения "оптимизаторов", то здесь существуют серьезные проблемы. В частности, они имеют тенденцию к созданию чисто интуитивных портфелей, не подходящих для реальных инвестиций. Данная ситуация объясняется не столько проблемами "оптимизаторов", сколько ошибками операторов, обеспечивающих ввод данных. Здесь работает парадигма GIGO ("мусор на входе - мусор на выходе"). "Оптимизаторы" предпочитают ценные бумаги, обладающие высокими ожидаемыми доходностями, малыми стандартными отклонениями и малой величиной ковариации с другими ценными бумагами. Очень часто при оценке этих величин используется информация из старых баз данных, содержащих тысячи ценных бумаг. До тех пор пока информация о доходности и риске не будет тщательно проверена, ошибки (например, преуменьшение стандартного отклонения ценных бумаг) могут привести к тому, что "оптимизатор" будет рекомендовать произвести покупку некоторых ценных бумаг, исходя из неправильных предпосылок. Даже если информация является выверенной, экстремальные исторические события могут привести "оптимизатор" к практически неверным решениям.

До тех пор пока программа не будет принимать во внимание операционные издержки, "оптимизаторы" будут демонстрировать плохую привычку к операциям, приводящим к большому обороту, и рекомендациям о покупке ценных бумаг с низкой ликвидностью. Высокий оборот связан с существенными изменениями в портфеле от периода к периоду. Высокий оборот может являться причиной неприемлемо высоких операционных издержек, отрицательно сказывающихся на функционировании данного портфеля. Ликвидность означает возможность реального приобретения ценных бумаг, выбранных "оптимизатором". Выбранные бумаги могут обладать желательными характеристиками по доходности и риску, но продаваться в незначительных количествах, не позволяющих институциональным инвесторам приобрести их без ощутимых дополнительных расходов на покупку.

Существуют различные решения данных проблем, начиная с аккуратной проверки вводимой информации и кончая введением ограничений на максимальный оборот и минимальную ликвидность. Тем не менее ничто не может заменить прогноз квалифицированного специалиста о доходности и риске ценных бумаг, основанный на правильном применении понятия рыночного равновесия. Профессиональные проблемы и проблемы практического воплощения дают менеджерам по инвестициям удобный повод избегать применения "оптимизаторов" и сконцентрироваться на использовании традиционных методов формирования портфелей. Однако рассмотрение количественных методов формирования портфелей очень важно. Повышающаяся эффективность финансовых рынков заставляет менеджеров институциональных инвесторов обрабатывать больше информации о большем количестве ценных бумаг и с большей скоростью, чем когда-либо раньше. Как следствие, они вынуждены в большей степени увеличить использование количественных инструментов анализа инвестиций. Фактически они стали более восприимчивы к необходимости создания диверсифицированных портфелей, имеющих наивысший уровень ожидаемой доходности при удовлетворительном уровне риска.

Предположим, что доходность обыкновенной акции за данный период времени (например, месяц) связана с доходностью за данный период акции на рыночный индекс. В этом случае с ростом рыночного индекса, вероятно, будет расти и цена акции, а с падением рыночного индекса, вероятно, будет падать и цена акции. Один из путей отражения данной взаимосвязи носит название рыночная модель:

(6)



где riI - доходность ценной бумаги i за данный период; rI - доходность на рыночный индекс I за этот же период; - коэффициенты смещения и наклона соответственно; - случайная погрешность.



Предположив, что коэффициент наклона положителен, из уравнения (6) можно заметить следующее: чем выше доходность на рыночный индекс, тем выше будет доходность ценной бумаги (заметим, что среднее значение случайной погрешности равняется нулю).

Случайная погрешность просто показывает, что рыночная модель не очень точно объясняет доходности ценных бумаг. Другими словами, когда рыночный индекс возрастает на 10% или уменьшается на 5%, то доходность ценной бумаги не обязательно равняется 14% или - 4% соответственно. Разность между действительным и ожидаемым значениями доходности при известной доходности рыночного индекса приписывается случайной погрешности. Таким образом, если доходность ценной бумаги составила 9% вместо 14%, то разность в 5% является случайной погрешностью. Случайную погрешность можно рассматривать как случайную переменную, которая имеет распределение вероятностей с нулевым математическим ожиданием и стандартным отклонением.

## 2.2 Модель Марковица

Классическая формулировка проблемы выбора портфеля относится к инвестору, который должен выбрать из эффективного множества портфель, представляющий собой оптимальную комбинацию ожидаемой доходности и стандартного отклонения, исходя из предпочтений инвестора относительно риска и доходности. На практике, однако, это описание неадекватно характеризует ситуацию, с которой сталкивается большинство организаций, управляющих деньгами институциональных инвесторов.

Определенные типы институциональных инвесторов, такие, как, например, пенсионные и сберегательные фонды, обычно нанимают внешние фирмы в качестве агентов для инвестирования своих финансовых активов. Эти менеджеры обычно специализируются на каком-то одном определенном классе финансовых активов, таком, например, как обыкновенные акции или ценные бумаги с фиксированным доходом. Клиенты устанавливают для своих менеджеров эталонные критерии эффективности, которыми могут быть рыночные индексы или специализированные эталоны, отражающие специфику инвестиций (растущие акции с малой капитализацией).

Клиенты нанимают менеджеров, которые в результате своей работы должны достигнуть эталонного уровня. Такие менеджеры называются пассивными менеджерами. Клиенты нанимают и других менеджеров, которые должны превысить доходность, обеспечиваемую эталонными портфелями. Таких менеджеров называют активными менеджерами.

Для пассивных менеджеров проблема выбора портфеля является тривиальной. Они просто покупают и удерживают те ценные бумаги, которые соответствуют эталону. Их портфели называют индексными фондами. Для пассивных менеджеров нет никакой необходимости иметь дело с эффективными множествами и предпочтениями по риску и доходности. Данные понятия являются заботой их клиентов. Перед активными менеджерами стоят гораздо более сложные задачи. Они должны сформировать портфели, которые обеспечивают доходность, превосходящую доходность установленных эталонов постоянно и на достаточную величину.

Наибольшей проблемой, препятствующей активным менеджерам, является недостаток информации. Даже наиболее способные из них совершают многочисленное количество ошибок при выборе ценных бумаг. Менеджеры, работающие на рынке обыкновенных акций, которые превышают эталонную доходность (после всех выплат и издержек) на 1-2 процентных пункта ежегодно, рассматриваются как исключительно эффективные исполнители. Менеджеры с недостатком квалификации (под квалификацией в данном случае подразумевается умение точно прогнозировать доходность ценных бумаг) будут в проигрыше по сравнению с эталоном, т.к. их гонорары и операционные издержки уменьшают доходность. Так как результаты инвестиционных решений активного менеджера являются неопределенными, их доходность относительно эталонной меняется в течение времени. Активный риск и активная ожидаемая доходность может быть исключен, если включить в портфель все ценные бумаги в тех же долях, в которых они входят в установленный эталонный портфель. Пассивные менеджеры следуют этому подходу. Активные менеджеры принимают на себя активный риск, когда их портфель отличается от эталонного. Рациональные и искусные активные менеджеры идут на активный риск когда они ожидают роста активной доходности.

Теперь становится ясной суть проблемы выбора портфеля для активного менеджера. Его не волнует соотношение ожидаемой доходности портфеля и стандартного отклонения. Скорее менеджер выбирает между более высокой ожидаемой активной доходностью и более низким активным риском. Данный процесс требует предположений о способностях менеджера к предсказанию доходности ценных бумаг. Имея такую информацию, можно построить для данного менеджера эффективное множество (исходя из ожидаемой активной доходности и активного риска), которое показывает комбинации наивысшей активной доходности на единицу активного риска и наименьшего активного риска на единицу ожидаемой активной доходности. Эффективное множество более искусных менеджеров будет находиться выше и левее эффективного множества их менее квалифицированных коллег.

Кривые безразличия, аналогичные рассматриваемым в классической теории выбора портфеля, отражают различные комбинации активного риска и активной доходности, которые менеджер считает равноценными. Крутизна наклона кривых безразличия отражает степень избегания риска инвестором и имеет непосредственное отношение к оценке менеджером реакции клиентов на различные результаты своей деятельности.

Оптимальной комбинацией активного риска и активной доходности менеджера является та точка на эффективном множестве, в которой одна из кривых безразличия касается данного множества. Мы можем рассматривать данную точку как желаемый уровень агрессивности менеджера в реализации его прогнозов доходности ценных бумаг. Менеджеры (и их клиенты) с большей степенью избегания риска выберут портфель с меньшим уровнем активного риска, а менеджеры и их клиенты, в меньшей степени избегающие риска, выберут портфель с более высоким уровнем активного риска.

## 2.3 Определение структуры и местоположения эффективного множества

Ранее было отмечено, что существует бесконечное число портфелей, доступных для инвестора, но в то же время инвестор должен рассматривать только те портфели, которые принадлежат эффективному множеству. Однако эффективное множество Марковица представляет собой изогнутую линию, что предполагает наличие бесконечного числа точек на ней. Это означает, что существует бесконечное количество эффективных портфелей! Как может быть использован подход Марковица, если инвестору необходимо определить структуру каждого из бесконечного числа эффективных портфелей? К счастью, Марковиц видел эти потенциальные проблемы и внес основной вклад в их преодоление, представив метод их решения. Он включает в себя алгоритм квадратического программирования, известный как метод критических линий.

Для начала инвестор должен оценить вектор ожидаемых доходностей и ковариационную матрицу. Затем через алгоритм определяется количество "угловых" портфелей, которые связаны с ценными бумагами и полностью описывают эффективное множество. "Угловой" портфель - это эффективный портфель, обладающий следующими свойствами: любая комбинация двух смежных "угловых" портфелей представляет из себя третий портфель, лежащий в эффективном множестве между двумя "угловыми" портфелями.

Алгоритм начинается с определения портфеля с наивысшей ожидаемой доходностью. Данный портфель является эффективным портфелем. Он состоит только из одной ценной бумаги с наибольшей ожидаемой доходностью. То есть если инвестор хочет приобрести данный портфель, все, что он должен сделать, это купить акции компании с наивысшей ожидаемой доходностью. Любой другой портфель будет иметь меньшую ожидаемую доходность, так как в конечном счете часть фондов инвестора будет помещена в акции других компаний, имеющих ожидаемую доходность ниже.

Затем алгоритм определяет второй "угловой" портфель. Данный портфель располагается на эффективном множестве ниже первого "углового" портфеля. Говоря о первом и втором "угловых" портфелях, важно отметить, что они являются смежными эффективными портфелями и любой эффективный портфель, лежащий в эффективном множестве между двумя данными, будет представлять собой просто комбинацию их составов.

Определив второй "угловой" портфель, алгоритм затем определяет третий. Как и два предыдущих, данный "угловой" портфель является эффективным. Поскольку второй и третий портфели являются смежными, то любая их комбинация является эффективным портфелем, лежащим в эффективном множестве между двумя данными.

Ранее отмечалось, что только комбинация "угловых" смежных портфелей может дать эффективный портфель. Это означает, что портфели, представляющие собой комбинацию двух несмежных "угловых" портфелей, не будут принадлежать эффективному множеству. Например, первый и третий "угловые" портфели не являются смежными, следовательно, любой портфель, представляющий собой комбинацию двух данных, не будет являться эффективным. Далее алгоритм определяет состав четвертого "углового" портфеля. Определив данный портфель, имеющий наименьшее стандартное отклонение из всех достижимых портфелей, алгоритм останавливается. Четыре "угловых" портфеля полностью описывают эффективное множество, связанное с предложенными акциями. После того как были определены структура и местоположение эффективного множества Марковица, можно определить состав оптимального портфеля инвестора. Портфель соответствует точке касания кривых безразличия инвестора с эффективным множеством. Процедура определения состава оптимального портфеля начинается с графического определения инвестором уровня его ожидаемой доходности.

Проведя данную операцию, инвестор теперь может определить два "угловых" портфеля с ожидаемыми доходностями, "окружающими" данный уровень. То есть инвестор может определить "угловой" портфель, который имеет ближайшую ожидаемую доходность, большую, чем у данного портфеля и "угловой" портфель с ближайшей, меньшей ожидаемой доходностью.

Таким образом:

1. Эффективное множество содержит те портфели, которые одновременно обеспечивают и максимальную ожидаемую доходность при фиксированном уровне риска, и минимальный риск при заданном уровне ожидаемой доходности.

2. Предполагается, что инвестор выбирает оптимальный портфель из портфелей, составляющих эффективное множество.

3. Оптимальный портфель инвестора идентифицируется с точкой касания кривых безразличия инвестора с эффективным множеством.

4. Предположение о вогнутости эффективного множества следует из определения стандартного отклонения портфеля и из существования финансовых активов, доходности которых не являются совершенно положительно или совершенно отрицательно коррелированными.

5. Диверсификация обычно приводит к уменьшению риска, так как стандартное отклонение портфеля в общем случае будет меньше, чем средневзвешенные стандартные отклонения ценных бумаг, входящих в портфель.

6. Соотношение доходности ценной бумаги и доходности на индекс рынка известно как рыночная модель.

7. Доходность на индекс рынка не отражает доходности ценной бумаги полностью. Необъясненные элементы включаются в случайную погрешность рыночной модели.

8. Уровень наклона в рыночной модели измеряет чувствительность доходности ценной бумаги к доходности на индекс рынка. Коэффициент наклона носит название "бета"-коэффициент ценной бумаги.

9. В соответствии с рыночной моделью общий риск ценной бумаги состоит из рыночного риска и собственного риска.

10. Вертикальное смещение, "бета"-коэффициент и случайная погрешность портфеля являются средневзвешенными значениями смещений, "бета"-коэффициентов и случайных погрешностей ценных бумаг, входящих в портфель, причем вес каждой бумаги равен ее доле в общей стоимости портфеля.

11. Диверсификация приводит к усреднению рыночного риска.

12. Диверсификация может значительно снизить собственный риск.

## Заключение

Инвестиционная деятельность всегда связана с рисками. Ее успешное осуществление во многом зависит от того, насколько удастся выполнить задачу нахождения оптимального соотношения доходности и риска, квалифицированно управлять рисками.

Последовательность действий по регулированию риска включает: идентификацию рисков, возникающих в связи с инвестиционной деятельностью; выявление источников и объемов информации, необходимых для оценки уровня инвестиционных рисков; определение критериев и способов анализа рисков; разработку мероприятий по снижению рисков и выбор форм их страхования; мониторинг рисков с целью осуществления необходимой корректировки их значений; ретроспективный анализ регулирования рисков.

Портфельные инвестиции - основной источник средств для финансирования акций, выпускаемых предприятиями, крупными корпорациями и частными банками. В последнее время объем таких инвестиций растет, что свидетельствует об увеличении количества частных инвесторов. Посредниками же при зарубежных портфельных инвестициях в основном выступают инвестиционные банки. На движение данного вида инвестиций оказывает влияние разница в норме процентных ставок, выплачиваемых по различным ценным бумагам.

В начале 50-х годов Гарри Марковиц описал решение данных проблем. Используя математический метод, известный как квадратичное программирование, инвестор может обработать ожидаемые доходности, стандартные отклонения и ковариации для определения эффективного множества. Имея оценку своих кривых безразличия, отражающую их индивидуальный допустимый риск он может затем выбрать портфель из эффективного множества.

## Расчетная (практическая) часть

Задача:

Облигация со сроком погашения через 15 лет (n=15) и ставкой купона 3% (k = 0,03) была куплена через 2 года после выпуска.

По какой цене была куплена облигация, если норма доходности инвестора была равна 12% (r=0,12). Какова будет стоимость этой облигации через год, если рыночная ставка (норма доходности) упадет до 8%.

Решение:

1. Определим цену облигации, купленной через 2 года после выпуска, принимая номинал за 1 (N=1).

PV = = 0,415 или 41,5%,



2. Определим цену облигации, купленной через 3 года после выпуска, принимая номинал за 1 (N=1) при r1=0,08.

PV = = 0,6113 или 61,13%,



Задача:

По акции "Р" выплачен текущий дивиденд в размере 3,00 (D=3,0). Ожидается, что со следующего года рост дивидендов в течение 3 лет составит 20%, после чего снизится до среднеотраслевого уровня в 8%.

Определите стоимость акции на текущий момент, если норма доходности равна: а) 15%; б) 20%.

Решение:

1. Определим стоимость акции при Y=0.15 применяя комбинацию модели дисконтирования дивидендов и модели постоянного роста Гордона-Шапиро:

Р=;



Р = 30,4



2. Определим стоимость акции при Y=0.2 применяя комбинацию модели дисконтирования дивидендов и модели постоянного роста Гордона-Шапиро:

Р = 30,0



Задача:

Предположим, что текущая рыночная доходность составляет Е (Rм) =16%, а безрисковая ставка RF=10%. Ниже приведены доходности и бета-коэффициенты акций А, В и С.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Вид актива | Доходность (в%) |  |
| А | 16% | 1,2 |
| В | 19% | 1,4 |
| С | 13% | 0,75 |

а) Какие из акций являются переоцененными согласно САРМ;

б) Какие из акций являются недооцененными согласно САРМ;

в) Дайте графическую иллюстрацию ответу.

Решение:

1. Рассмотрим значение доходности акции по модели САРМ в виде уравнения характерной линии ценной бумаги: Е (Rt) = RF + i [Е (RM) - RF]



2. Ожидаемая доходность акции А: Е (RА) = 10 + 1,2 [16 - 10] = 17,2; заявленная доходность акции А - 16%, следовательно акция является недооцененной согласно САРМ;

3. Ожидаемая доходность акции В: Е (RВ) = 10 + 1,4 [16 - 10] = 18,4; заявленная доходность акции В - 19%, следовательно акция является переоцененной согласно САРМ;

4. Ожидаемая доходность акции С: Е (RС) = 10 + 0,75 [16 - 10] = 14,5; заявленная доходность акции С - 13%, следовательно акция является недооцененной согласно САРМ;

5. Построим график: все найденные значения доходностей акций лежат на характерной линии SML, первоначально указанные в таблице доходности не лежат на данной линии.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Е (Rt) |  |  |  |  |  |
| 18,4 |  |  |  |  |  |
| 17,2 |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
| 14,5 |  |  |  |  |  |
| 10 |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  | 0,75 | 1,0 | 1,2 | 1,4 | i |

Задача:

Стоимость компании без долговых обязательств V=10 млн. Компания собирается эмитировать долговые обязательства номинальной стоимостью F=7 млн. со сроком погашения через T=10 лет. Стандартное отклонение доходности компании S=0,6324, безрисковая ставка - 10% (r=0.1).

Определить стоимость собственного капитала компании.

Решение:

1. Долговые обязательства, выпускаемые компанией - это облигации с нулевым купоном. Если предположить, что безрисковая ставка одинакова для всех сроков и не меняется во времени, то стоимость облигаций можно оценить по формуле Биэка-Шоунза:

С=Fe [N (dz)] +VN (-d1);



d1===**1,6788**;



где ln1.4286=0.3577;

d2= d1 - S = 1,6788 - 0,6324 = - 0,321



2. Из таблицы нормального распределения получаем

N (-d1) =0.0358; N (d2) =0,1236.

С=7\*2,71828\*0,1236 + 10\*0,0358 = 676307 –



это стоимость облигаций, т.е. стоимость собственного капитала компании.

## Список литературы

1. Бланк И.А. Инвестиционный менеджмент. - Киев.: МП "ИТЕМ", 1995. - 448 с.;
2. Бочаров В.В. Инвестиции: учеб. - СПб.: Питер, 2002. - 288 с.;
3. Вахрина П.И. Инвестиции. - М.: "Дашков и К", 2004. - 384 с.;
4. Гитман Л. Дж. Основы инвестирования/пер. с англ. - М.: Дело, 1999. - 1008 с.;
5. Зимин И.А. Реальные инвестиции: учеб. пособие. - М.: ТАНДЕМ, 2000. - 304 с.;
6. Игонина Л.Л. Инвестиции: учеб. пособие. - М.: Экономистъ, 2004. - 478 с.;
7. Инвестиционная политика: учеб. пособие. - М.: КНОРУС, 2005, - 320 с.;
8. Крейнина М.Н. Финансовый менеджмент: учеб. пособие. - М.: "Дело и Сервис", 2001. - 400 с.;
9. Курс экономики: учеб. /под ред. Б.А. Райзенберга - М.: ИНФРА-М, 2001. - 716 с.;
10. Липсиц И.В. Экономический анализ реальных инвестиций: учеб. пособие. - М.: Экономистъ, 2004. - 347 с.;
11. Павлова Ю.Н. Финансовый менеджмент: Уч. - М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2001, - 269 с.;
12. Шарп У. Инвестиции/ пер. с англ. - М.: ИНФРА-М, 1998. - 1028 с.;

1. Ожидаемая доходность и стандартное отклонение портфеля А - 8 и 10% соответственно. [↑](#footnote-ref-1)
2. Ожидаемая доходность и стандартное отклонение портфеля В - 12 и 20% соответственно. Начальное благосостояние полагается равным 100000, кроме того, предполагается, что оба портфеля имеют нормально распределенную доходность. [↑](#footnote-ref-2)