Помочь учащимся в полной мере проявить свои способности, развить инициативу, самостоятельность, творческий потенциал — одна из основных задач современной школы. Успешная реализация этой задачи во многом зависит от сформированности у учащихся познавательных интересов.

Приемы активизации познавательной деятельности очень разнообразны и имеют широкое применение в учебном процессе.

Мы рассмотрим использование приемов активизации познавательной деятельности при работе над простой задачей. Решение любой текстовой задачи состоит из нескольких этапов: восприятие и первичный анализ задачи; поиск и составление плана решения; выполнение решения и получение ответа на вопрос задачи; проверка решения и его корректировка (если последнее необходимо) ; формулировка окончательного ответа на вопрос задачи; дополнительная работа над решенной задачей.

Как показывает практика, учителя широко применяют приемы активизации на этапе поиска решения и составления плана решения. Недостаточно активизируется деятельность учащихся при восприятии и первичном анализе задачи. Часто учителя формально подходят к этапу проверки решения, а иногда данный этап и вовсе отсутствует. Ссылаясь на нехватку времени, опускается и дополнительная работа над уже решенной задачей.

Рассмотрим приемы активизации познавательной деятельности учащихся, используемые на разных этапах решения.

Основная цель ученика на первом этапе — это понять задачу. Ученик должен четко представить себе: о чем эта задача? Что в задаче известно? Что нужно найти? Как связаны между собой данные (числа, величины, значения величин)? Какими отношениями связаны данные и неизвестные, данные и искомое? Что является искомым: число, отношение, некоторое утверждение?

Можно выделить следующие возможные приемы выполнения первого этапа решения текстовой задачи.

1. Представление жизненной ситуации, описанной в задаче, мысленное участие в ней. С этой целью полезно после чтения задачи предложить учащимся представить себе то, о чем говорится в задаче, и предложить нарисовать словесную картинку.

2. Разбиение текста на смысловые части и выделение на этой основе необходимой для поиска решения информации.

Например: «Лара нарисовала 6 астр. /3 астры она раскрасила./ Сколько астр осталось раскрасить Ларе?»

3. Переформулировка текста задачи: замена описания данной в ней ситуации

другой, сохраняющей все отношения и зависимости и их количественные характеристики, но более явно их выражающие.

Цель переформулировки — опустить несущественные детали, уточнить и раскрыть смысл существенных элементов.

Например, решение задачи: «Утром в магазине было 30 книжных шкафов. К концу рабочего дня осталось 12 шкафов. Сколько шкафов продали за день?» — удобнее искать, если текст ее будет сформулирован так: «Было 30 шкафов.. Осталось 12 шкафов. Сколько шкафов продали?»

4. Очень важно при работе над задачей научить детей выделять основные (опорные) слова, которые связаны с действием, соответствующим сюжету. Например: «На вешалке было 8 пальто. Дети взяли 6 пальто. Сколько пальто о с т а-л о с ь?» Основные слова —было, взяли, осталось.

С этой целью проводится работа с опорными (основными) словами без числовых данных. Например, читая задачу: «Первоклассники сделали игрушки. Несколько игрушек они отдали в детский сад. Сколько игрушек осталось у первоклассников?»,— учитель выставляет на полотне карточки со словами', сделали, отдали, осталось. Учащиеся получают задание поставить между ними знаки «+», «—», «=» и обосновать, почему выбрали тот или иной знак, после чего выясняется, какое слово в задаче заменяет самое большое число, какое — самое маленькое число.

5. Исследование решения задачи (установление условий, при которых задача имеет или не имеет решение, имеет одно или несколько решений, а также установление условий изменения значения одной величины в зависимости от измерения другой).

Например, предлагается задача, в которой необходимо подобрать пропущенные числа и решить ее: «Вова прочитал за меся ... книг, а Толя на ... книг(и) меньше. Сколько книг прочитал Толя?»

Проводя беседу, учитель спрашивает:

— Каким действием будете решать задачу? (Вычитанием.)

— Что надо учитывать при подборе первого числа? (Надо взять столько книг, сколько можно прочитать за месяц.)

— Примерно сколько? (10 книг или меньше.)

— Что надо учитывать при подборе второго числа? (Оно должно быть меньше перврго или равняться ему.)

Подберите числа и прочитайте задачу. (Вова прочитал за месяц 10 книг, а Толя на 2 книги меньше. Сколько книг прочитал Толя?)

— Решите эту задачу. Может ли второе число равняться 10? (Может, тогда получится, что Толя прочитал нуль книг, т. е. не прочитал ни одной книги.)

— Может ли второе число равняться 11? (Нет, так как нельзя 10 уменьшить на 11.)

Перейдем к рассмотрению приемов активизации познавательной деятельности, которые используются на втором этапе решения задач.

Цель ученика на втором этапе — выделить величины, данные и искомые числа, входящие в задачу, установить связи между данными и искомым и на этой основе выбрать соответствующее арифметическое действие.

Использование различных методических приемов при обучении решению простых задач способствует развитию кругозора учащихся, правильному пониманию математического смысла различных жизненных ситуаций, активизирует их познавательную активность. На данном этапе используются различные способы моделирования.

1. Предметное моделирование.

Рассматривается, например, задача: «У Лены было 6 карандашей, а у Тани 4 карандаша. Сколько карандашей у обеих девочек?» К доске выходят две девочки. У одной из них в руке 6 карандашей, у другой — 4 карандаша. Такое воспроизведение уточняет представления детей, возникшие при восприятии ими задачи.

Для закрепления умения строить предметные модели можно предлагать учащимся такие задания:

1) Изобразите с помощью кружков красного и желтого цвета то, о чем говорится в задаче: «У дома 3 клумбы и у школы столько же клумб. Сколько всего клумб у дома и у школы?» Что обозначают кружки красного цвета? Кружки желтого цвета?

2) На фланелеграфе — синие прямоугольники условно изображают тетради у Тани, а зеленые — тетради у Димы. Составь те задачу. Покажите те тетради, число которых требуется узнать в задаче.

3) На фланелеграфе — предметные модели нескольких задач (рис. 1). Учитель читает задачу: «У Володи было 8 красных кружков, а синих в 2 раза меньше.

Сколько синих кружков было у Володи .Учащиеся должны показать соответствующую модель.

Рис. 1

2. Графические модели (это рисунки и чертежи, которые помогают понять задачу, организовать поиск ее решения).

 Рисунок может быть таким, что по нему, не выполняя арифметического действия, легко дать ответ на поставленный в задаче вопрос, например: «У Иры было 5 маленьких матрешек. 3 она подарила. Сколько матрешек стало у Иры?» (Рис. 2).

Рис. 2

3. Схематическая модель — это краткая запись задачи (в методической литературе рассматриваются различные виды краткой записи).

 Для формирования умения записыватькратко простую задачу используются опоры — таблицы, выполненные по принципу перфокарт.

Для закрепления умения составлять краткую запись простой задачи могут использоваться следующие задания:

1) Запишите кратко задачу: «В вазе лежало 9 груш. 3 груши съели. Сколько груш осталось?»

2) Ученик к задаче: «Сорока может прожить 27 лет, это в 3 раза больше, чем может прожить ласточка. Сколько лет может прожить ласточка?» — составил такую краткую запись:

С— 27 л. Л.— ?, в 3 р. б.

Правильно ли ой1 записал? Если есть ошибки, исправьте их.

3) Учитель читает задачу: «В двух коробках 10 карандашей. В первой 4. Сколько ВЫУЮ -\ Взяли -\ Осталось-

Рис. 3 карандашей во второй коробке?» Учащиеся должны среди схем (рис. 3) выбрать ту, которая соответствует условию этой задачи.

4) Сейчас мы решим задачу, которую кратко можно записать так: Было — 5 ш. Стало — ?, на 2 ш. б.

5) Прочитайте задачи на с. 69 Укажите те задачи, которые могут быть решены с помощью умножения.

Выбрав арифметическое действие, учащиеся переходят к его выполнению, т. е. к третьему этапу решения задачи.

Решение задачи может выполняться устно и письменно. В начальных классах решение примерно половины всех задач должно выполняться устно. В основном устно решаются задачи на третьем этапе обучения решению задач, т. е. при формировании умения решать задачи рассматриваемого вида. Письменно решение выполняется, как правило, в период ознакомления с задачами нового вида.

Основная форма записи решения простых задач — по действиям.

С целью активизации познавательной деятельности учащихся используют графический способ решения задач.

Например: «На детское пальто расходуют 2 м драпа. Сколько таких пальто можно сшить из 12 м драпа?» Условимся изображать 1 м драпа отрезком в 1 см. Тогда весь имеющийся материал можно изобразить в виде отрезка АВ (рис. 4). Опираясь на чертеж, легко дать ответ на вопрос задачи: «Можно сшить 6 пальто».

Рис. 4

Рассмотрим приемы активизации учащихся, используемые на четвертом этапе обучения решению задач, т. е. при проверке решенной задачи.

Для проверки простых задач используют следующие способы:

1. Составление и решение обратной задачи.

В этом случае детям предлагается составить и решить задачу, обратную данной. Если при решении обратной задачи в результате получится число, которое было известно в данной задаче, то можно считать, что данная задача решена правильно.

 Например, учащимся предлагается решить задачу: «На 12 р. купили конверты, по 6 р. за конверт. Сколько конвертов купили?» Решив задачу, дети узнали, что купили 2 конверта. Далее учитель предлагает составить обратную задачу, т. е. преобразовать данную задачу так, чтобы искомое данной задачи (2) стало данным числом, а одно из данных чисел (12 или 6) — искомым. Учащиеся формулируют одну из задач, например, такую: «На 12 р. купили 2 конверта. Сколько стоит один конверт?» Если в результате решения этой задачи получится число 6, значит, данная задача решена правильно.

Этот способ вводится во II классе. Он применим к любой простой задаче, лишь бы обратная задача была посильна детям, а учителю иногда полезно подсказать учащимся, какое число лучше взять искомым в обратной задаче.

Так, к задаче: «В параде участвовало 36 самолетов, а вертолетов в 9 раз меньше. Сколько вертолетов участвовало в параде?» •— можно составить такие обратные задачи: «В параде участвовало 4 вертолета, а самолетов в 9 раз больше. Сколько самолетов участвовало в параде?», «В параде участвовало 36 самолетов и 4 вертолета. Во сколько раз меньше участвовало в параде вертолетов, чем самолетов?» Но решить вторую задачу учащиеся не смогут, так как не знакомы с решением задач данного вида. Поэтому учителю следует указать, что в обратной задаче надо взять искомым количество самолетов.

2. Установление соответствия между числами, полученными в результате решения задачи, и данными числами.

При проверке решения задачи этим способом выполняют арифметическое действие над числом, которое получается в ответе на вопрос задачи, и одним из данных чисел; если при этом- получится другое данное" число, то задача решена правильно.

Рассмотрим задачу: «На прогулку вышли 10 ребят, из них 7 мальчиков. Сколько девочек вышло на прогулку?»

В результате решения этой задачи учащиеся найдут, что 3 девочки вышли на прогулку. Для проверки решения надо установить, будет ли общее количество детей равно 10; 7+3=10. Число, полученное при проверке, соответствует данному; значит, задача решена правильно.

Специфика простой задачи состоит в том, что данный способ совпадает со способом, составления и решения обратной задачи. Но учитывая то, что с обратными задачами школьники знакомятся во II классе, то получается, что у первоклассников остается единственный способ проверки — прикидка ответа. Это значительно обедняет дидактические возможности четвертого этапа. Поэтому мы считаем, что поскольку в I классе изучается взаимосвязь между действиями сложения и вычитания, то для проверки правильности выполнения арифметического действия при решении задач целесообразно использовать и этот метод.

3. Установление границ искомого числа (прикидка ответа).

Применение этого способа состоит в том, что до решения задачи устанавливаются границы искомого числа. После решения полученный результат сравнивается с этим числом, если он не соответствует установленным границам, значит, задача решена неправильно.

Пусть надо проверить способом прикидки решение следующей задачи. «У сестры было 16 открыток. Несколько открыток она отдала брату, и у нее осталось 9 открыток. Сколько открыток сестра отдала брату?»

До решения задачи выясняется, что сестра отдала брату меньше, чем 16 открыток. Если ученик ошибется и получит в ответе, например, число 25, то сразу "же заметит, что задача решена неправильно, так как искомое число должно быть меньше 16.

Таким образом, этот способ помогает заметить ошибочность решения, но он не исключает других способов проверки решения задач.

Проверка решения задач — дело сложное, но полезное. Она играет большую роль в развитии самоконтроля, формирует умение рассуждать, внимательно относиться к анализу задачи, активизирует познавательную деятельность.

Учителя часто недооценивают значения в обучении решению задач дополнительной работы над уже решенной задачей, которая является эффективным средством формирования творческой активности и мышления учащихся и дает возможность более полно реализовать обучающие, развивающие и воспитывающие функции задач. Рассмотрим виды дополнительной работы с уже решенной задачей с точки зрения активизации познавательной деятельности учащихся:

1. Изменение условия задачи. Например, после решения задачи: «Для рабочих построили 9 домов, по 4 квартиры в каждом доме. Сколько квартир построили для рабочих?» — учитель может предложить изменить данные в условии задачи так, чтобы число в ответе стало в 2 раза больше.

Учащиеся могут составить такие задачи:

1) Для рабочих построили 18 домов, по 4 квартиры в каждом доме. Сколько квартир построили для рабочих?

2) Для рабочих построили 9 домов, по 8 квартир в каждом доме. Сколько квартир построили для рабочих?

Цель этой работы: закрепить знания о зависимости между величинами, а также установить взаимосвязи между компонентами и результатами действий. Рассмотрим другой пример. Задача." «У Лены 5 тетрадей в клетку, а в линейку на 2 больше. Сколько тетрадей в линейку у Лены?»

После решения данной задачи учащиеся получают задания: 1) изменить в условии задачи отношение на 2 больше на отношение в 2 раза больше; 2) изменить условие задачи так, чтобы она решалась вычитанием.

После выполнения каждого задания условия и решения данной задачи и задачи, полученной после изменения условия, сравниваются.

Цель данной работы: формирование умения решать текстовые задачи различных видов; учить отличать отношения больше на…, меньше на…и больше в… раз; меньше в…раз, что способствует обобщению умений решать текстовые задачи.

2. Постановка нового вопроса к уже решенной задаче, постановка всех вопросов, ответы на которые можно найти по данному условию.

Задача: «В мебельный магазин привезли 15 шкафов и 25 диванов. Сколько всего шкафов и диванов привезли в магазин?»

После решения задачи учащимся можно предложить изменить вопрос задачи так, чтобы она решалась действием вычитания. Или дать задание назвать все вопросы, ответы на которые можно найти по данному условию. В этом случае учащиеся назовут такие вопросы: «На сколько больше привезли в магазин диванов, чем шкафов?», «На сколько меньше привезли в магазин шкафов, чем диванов?»

3. Сравнение содержания данной задачи и ее решения с содержанием и решением другой задачи.

Данный прием широко используется при формировании умения решать задачи нового вида. Учащиеся сравнивают содержание и решение задач нового вида с содержанием и решением задач ранее рассмотренных видов, но сходных в каком-то отношении с задачами нового вида. Такие упражнения предупреждают смешивание способов решения задач этих видов. Так, например, следует проводить сравнение задач на увеличение (уменьшение) числа на несколько единиц в прямой форме с задачами на увеличение (уменьшение) числа в несколько раз в прямой форме; задач на увеличение или уменьшение числа на несколько единиц, сформулированных в прямой и косвенной форме и др. С этой целью надо включать задачи парами, например:

1. а) Школьники посадили 30 лип, а дубов на 10 меньше, чем лип. Сколько дубов посадили школьники?

б) Школьники посадили 30 лип, а дубов на 10 больше, чем лип. Сколько дубов посадили школьники?

2. а) Карандаш стоит 27 р., а резинкав 3 раза дешевле. Сколько стоит резинка?

б) Карандаш стоит 30 р., а резинка на 3 р. дешевле. Сколько стоит резинка?

3. а) Неизвестное число больше, чем 15,на 8. Найти неизвестное число.

б) 12 больше неизвестного числа на 7. Найти неизвестное число.

Сравнивая задачи и их решения, учитель побуждает детей высказывать предположения, развивает интуицию, вызывает интерес к решению задач, т. е. активизирует их познавательную деятельность.

4. Анализ выполненного решения.

Если задача при решении вызвала у учащихся трудность, то полезно провести ее повторный анализ с обоснованием выполняемого действия.

Так, после решения задачи: «Колхоз купил 9 тракторов, их было в 3 раза меньше, чем сеялок. Сколько сеялок купил колхоз?» — учитель еще раз обращает внимание учащихся на выбор действия при решении и проводит беседу:

— Что означает число 9 в записи решения задачи? (Что означает первый множитель?)

— Что означает число 3? (Что означает второй множитель?)

— Каким действием мы решили задачу? (Умножением.)

— Почему? (Сеялок было в 3 раза больше, чем тракторов.)

— Что означает число 27? (27 сеялок купил колхоз.)

Эту работу полезно продолжить так:

— Измените одно слово в задаче так, чтобы она решалась действием деления.

Измените какое-либо данное так, чтобы в ответе получилось 36.

5. Обоснование правильности решения.

Пример. На доске записано два решения задачи: «Миша нашел 12 белых грибов, и Нина нашла несколько белых грибов. Всего они нашли 20 белых грибов. Сколько белых грибов нашла Нина?»,— одно из которых неверное:

 20+12= 20—12=

Учащиеся получают задание найти ответы записанных решений, выбрать верное решение и объяснить свой выбор.

Объяснения учащихся могут быть различными:

1) Всего дети нашли 20 грибов, значит самое большое число в задаче — 20. Число в ответе должно быть меньше 20. Так как 32 больше, чем 20, то решение: 20+12=32 —

неверное; решение: 20—12=8 — верное, так как 8 меньше 20.

2) К 12 грибам, которые нашел Миша, прибавим 8 грибов, которые нашла Нина, получится 20 грибов. В задаче сказано, что всего они нашли 20 грибов. Значит, решение: 20—12=8 — верное.

3) Составим и решим обратную задачу:«Миша нашел 12 белых грибов. Нина нашла 8 белых грибов. Сколько всего белых грибов они нашли?» Или: «Миша нашел несколько белых грибов, и Нина нашла 8 белых грибов.Всего они нашли 20 белых грибов. Сколько белых грибов нашел Миша?» Решение: 20—8=12 — верное.

Учителю важно внимательно отнестись к каждому из приведенных объяснений и обсудить их с классом. Это приучает учащихся уважительно относиться к мнению одноклассников, доброжелательно указывать на недостатки.

6. Составление задач по аналогии.

Например, после решения задачи: «Расстояние от города до поселка 24 км. Сколько времени потребуется пешеходу, чтобы пройти это расстояние со скоростью 6 км/ч?» — учитель предлагает учащимся составить похожую задачу с величинами: цена, количество, стоимость.

В качестве варианта такой работы может выступать задание — составить задачу аналогичную данной, используя те же числовые данные (изменяется только сюжет) или изменив одно (два) из них, придумать свою задачу с различными данными и т. д.

 20+12= 20—12=

Учащиеся получают задание найти ответы записанных решений, выбрать верное решение и объяснить свой выбор.

Объяснения учащихся могут быть различными:

4) Всего дети нашли 20 грибов, значи самое большое число в задаче — 20. Число в ответе должно быть меньше 20. Так как 32 больше, чем 20, то решение: 20+12=32 —

неверное; решение: 20—12=8 — верное, так как 8 меньше 20.

5) К 12 грибам, которые нашел Миша, прибавим 8 грибов, которые нашла Нина, получится 20 грибов. В задаче сказано, что всего они нашли 20 грибов. Значит, решение: 20—12=8 — верное.

6) Составим и решим обратную задачу:«Миша нашел 12 белых грибов. Нина нашла 8 белых грибов. Сколько всего белых грибовони нашли?» Или: «Миша нашел несколько белых грибов, и Нина нашла 8 белых грибов. Всего они нашли 20 белых грибов. Сколько белых грибов нашел Миша?» Решение: 20—8=12 — верное.

Учителю важно внимательно отнестись к каждому из приведенных объяснений и обсудить их с классом. Это приучает учащихся уважительно относиться к мнению одноклассников, доброжелательно указывать на недостатки.

6. Составление задач по аналогии.

Например, после решения задачи: «Расстояние от города до поселка 24 км. Сколько времени потребуется пешеходу, чтобы пройти это расстояние со скоростью 6 км/ч?» — учитель предлагает учащимся составить похожую задачу с величинами: цена, количество, стоимость.

В качестве варианта такой работы может выступать задание — составить задачу аналогичную данной, используя те же числовые данные (изменяется только сюжет) или изменив одно (два) из них,придумать свою задачу с различными данными и т. д.

КНИГА

ПСИХОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАЗВИВАЮЩЕГО ОБУЧЕНИЯ

Целью воспитания и образования в нашем обществе является всесторонне развитая личность. В связи с этим перед психологической наукой и практикой ставится задача : теоретически обосновать и практически реализовать такое обучение, которое обеспечило бы формирование личности, обладающей высокими духовными потребностями, развитыми познавательными способностями. Это в свою очередь диктует необходимость так строить познавательную деятельность учащихся на уроке, чтобы обеспечить развитие их творческой активности.

Определяя понятие "творческая активность",отметим, что активность личности в психологическом смысле означает " способность человека производить общественно значимые преобразования в мире на основе присвоения богатств материальной и духовной культуры, проявляющаяся в творчестве, волевых актах, общении". Творчество - это деятельность, результатом которой является создание новых материальных и духовных ценностей. Отсюда в применении к школе творческая активность учащегося - это направленность его личности и деятельности на создание и познание нового.

Следует сразу же отметить, что творческая активность школьника отличается от творческой деятельности взрослого тем, что результаты его деятельности зачастую не являются новыми в общечеловеческом смысле, но в процессе созидания нового для себя результата ученик моделирует и формирует в себе умения и навыки творца, необходимые в. будущей самостоятельной трудовой деятельности. Таким образом, деятельность по развитию творческой активности учащихся на уроке - это система педагогических воздействий учителя, направленная на формировании у всех учеников способности к усвоению новых знаний, новых способов деятельности, потребности в познании, в обновлении информации и преобразовании окружающей действительности с помощью усвоенных знаний, навыков, умений. Методологической основой такого понимании творческой активности является мысль В.И.Ленина о том, что "мир не удовлетворяет человека и человек своими действиями решает изменить его". Альтернативой творческой активности является пассивность личности, выражающаяся в чистом исполнительстве, отсутствии стремления к изменению, преобразованию жизни, неумении применить усвоенные знания в новых условиях.

Изучение психологической литературы показывает, что задачам развития творческой активности учащихся отвечает развивающее обучение.

В чем же суть понятия " развивающее обучение"? Что это такое? Можно, во-первых, сказать, что это такое обучение, при котором дети развиваются. Но ведь дети развиваются при любом обучении. Следовательно, важнейшим здесь представляется не сам по себе факт развития, а что-то другое. Что же именно?

При традиционном обучении главное внимание педагога направлено не на процесс учебной деятельности ребенка, а на ее результат. Поэтому главный результатом считалась прочность усвоения определенной суммы знаний и фактов.

При развивающем обучении ставится следующая задача: не только обеспечить усвоение ребенком требуемых обществом научных знаний, но и добиться, чтобы на каждом уроке ученик овладевал, а затем с возрастающей степенью самостоятельности использовал сами способы добывания знаний. Развивающее обучение, по определению психолога И.С. Якиманской, характерно тем, что ученик, овладевает самой учебной деятельностью. Итак, первым атрибутом понятия "развивающее обучение" является наличие осознанной развивающей цели.

Вторым признаком развивающего обучения является его интенсивность. Мы уже говорили, что при любом обучении ребенок развивается ( даже при зубрежке ),но при развивающем обучении сдвиги в развитии личности более значительны. В этом смысле можно говорить о его большей эффективности. Продумывая систему уроков или урок, учитель производит отбор тех средств, методов, приемов, которые должны способствовать интенсивному формированию новообразований личности, перестройке ее структуры.

Итак, развивающее - это такое обучение. при котором формы. методы. приемы. средства преподавания направлены не только на усвоение знаний, умений, навыков) но и на интенсивное всестороннее развитие личности учащегося, овладение им способами добывания .развитие его творческой активности.

Развивающее обучение характерно тем. что учитель сознательно. формулирует перед каждым уроком не только образовательную ( дидактическую) цель, но и развивающую и воспитательную задачи, органически вытекающие из содержания материала, возможностей детей, уровней их интеллектуальной, эмоциональной, волевой подготовки. Иными словами, -нем необходим не только ( а иногда и не столько ) конкретный результат в виде частного знания, но и степень реализации развивающего потенциала урока в виде качественных изменений в познавательных процессах.

Следует отметить, что на уроках В.П. Иржавцевой развивающая задача органично решается в ходе работы учащихся над конкретным математическим материалом.

Современная психология рассматривает учебный процесс как активное взаимодействие учителя, с одной стороны, и учащихся с другой, в ходе которого у них формируется определенная система знаний, умений, навыков, а также убеждений, составляющих мировоззрение.

Со стороны ученика происходит учение, то есть такая специфическая деятельность, прямой целью которой является усвоение знаний, умений, навыков.

Современное понимание учения диктует необходимость четкого осознания детьми той цели, ради которой проводится урок. В практике же учителя зачастую ограничиваются сообщением школьникам лишь внешних целей типа :" Сегодня мы будем готовиться к контрольной работе".

Реже ученикам сообщается дидактическая цель :"Мы на сегодняшнем уроке будем приобретать умение решать косвенные задачи". И совсем редко узнают дети психологическую цель урока ("Мы будем развивать наше умение анализировать и обобщать на таком-то материале" и т.д. ).

Развивающее обучение характерно тем, что учащийся ставится в позицию субъекта, понимающего цель учебного предмета, системы уроков, конкретного урока.

Итак, ученик учителя, он - субъект учения. А учитель? Учитель-субъект обучения, он обучает. Обучение - это управление учением. При таком распределении функций обучающего и учащегося вовсе не снимается вопрос о передаче знаний ученику, но главный акцент делается на организации такой деятельности ученика, при которой тот более или менее самостоятельно приобретает знания, формирует умения и навыки.

Одним из секретов успеха В.П. Иржавцевой является четкое понимание учителем того, каким будет реальный результат урока. При таком понимании возможностей урока педагог вносит определенный вклад в развитие познавательных процессов учеников ( логической памяти, мышления, воображения и т.д. ).

Анализ работ советских и зарубежных психологов ( Л.С.Выготский, Л.Н. Леонтьев, С.Л. Рубинштейн, Пиаже и др. ) дает основание считать, что развитие - это количественно-качественное изменение структуры личности, связей между ее компонентами, в ходе которого личность поднимается на более высокий уровень осознания окружающего мира, самой себя, регуляции своей деятельности и поведения.

Но ведь и в результате обучения личность продвигается в своим понимании мира себя, саморегуляции. Так не являются ли эти процессы тождественными? А если нет, то от чего зависит и как соотносится одно с другим? При каком их соотношении мы можем говорить о развивающем обучении? Эти вопросы давно ( еще в двадцатых годах нашего столетия ) интересовали ученых, и в процессе решения проблемы соотношения обучения и развития был» разработаны различные концепции.

Педагогам полезно знать эти научные концепции потому, что они, зачастую неосознанно, могут исповедовать одну из них. А от этого зависит и их установка по отношению к ученику и процессу обучения. Соотнеся свои взгляды с той или иной теорией, учитель сумеет более квалифицированно4проанализировать свою работу, а ели понадобится, более аргументировано убедиться в ошибочности тех или иных суждений о способах воздействия на учащихся.

Согласно одной из таких концепций, принадлежащей швейцарскому психологу Ж.Пиаже, развитие не зависит от обучения ( имеется в виду интеллектуальное развитие) что происходит спонтанно, самопроизвольно, как постепенное созревание психики от стадии сенсомоторной, основанной на восприятии ребенком действий с предметами, через стадию конкретных мыслительных операций к стадии абстрактных операций.

 этом обучение, согласно данной теории. должно подстраиваться под эти стадии развития. В школьной практике это может выглядеть следующим образом: у младшего школьника еще не наступила стадия абстрактных операций), поэтому не следует давать задания, требующие абстрагирования, нужно подождать. У подростка появились эти операции, следовательно, ему можно предъявлять соответствующее обучение. Именно так шло традиционное обучение, когда ученикам младших классов нельзя было решать арифметическую задачу с применением формул и буквенных выражений, и лишь в 6-м классе начиналось изучение алгебры. В школе господствовал индуктивный метод С от частного к общему ) объяснения материала. При таком обучении, конечно, развитие так или иначе осуществлялось, но оно происходило медленно, обучение в этом смысле было недостаточно эффективным.

Американский психолог З.Торндайк и некоторые другие представители зарубежной науки ( К.Бюлер, В.Штерн ) стояли на точке зрения отождествления обучения и развития. Придавая решающее значение биологическим факторам в развитии психики, Э.Торндайк сформулировал популярную на Западе "теорию потолка",согласно которой успешность развития ученика не зависит от учителя, а фатально предопределена его генным снаряжением: ребенок с хорошими генами станет развитым и при плохом учителе, ребенок с плохими наследственными задатками останется неразвитым, как бы хорошо ни работал учитель, у каждого есть свой потолок, предел возможностей. Обучение, полагают сторонники этой теории, - это не что иное, как лишь реализация биологически обусловленной программы развития. На какой шаг продвинулся ребенок в обучении, такой же шаг он сделал в своем развитии. В этой теории, как видим, проявилась идеалистическая методологическая позиция буржуазной психологии, сводящей на нет роль социальной среды и целенаправленного' обучения в формировании личности, ее способностей, а также качество и стиль сотрудничества учителя с учеником.

Но в самом деле, являясь юридически равными, все дети обучающиеся в школе, не равны по своим наследственным и прирожденными задаткам и по-разному продвигаются в обучении, скажут сторонники "теории потолка", следовательно, есть предел в развитии? В решении этого вопроса советские психологи признают, что у разных людей имеются различные задатки, но эти задатки являются только возможностью и только в деятельности могут превратиться в способности, быть развиты. Именно эта мысль с особой отчетливость» прозвучала на февральском ( 1988 Г.) Пленуме ЦК КШС.

Свойства личности в процессе деятельности не только проявляются, но и формируются. " Тот или иной уровень восприятия, памяти, мышления детей является не только и даже не столько предпосылкой, сколько также и результатом той конкретной познавательной учебной деятельности, в процессе которой они не только проявляются, но и формируются" Л.Рубинштейн , 1946 г. ) В связи с этим должны всеми силами преодолевать педагогический пессимизм, которым грешат некоторые учителя, зачастую отвергающие 'всякую возможность продвижения ученика, полагая, что для этого они уже "все сделали". Чаще всего этим "всем" является множество нотаций, оставление ученика после уроков и т.п. Не используются колоссальные резервы развития, которые могут проявляться при изменении мотива деятельности ребенка. Пластичность психики и возможность компенсации недостатков обусловливают развитие всех детей , независимо от их наследственных задатков. Правда, шаги развития у разных детей будут разными при прочих равных условиях, но продвижение их неизбежно наступит, если учитель будет искать соответствующие методы и приемы воздействия на ученика. Об этом свидетельствуют и результаты опыта В.П. Иржавцевой. Каждый нормальный ребенок от рождения обладает задатками к развитию общих способностей: к речи, усвоению знаний и т.п. каждый может овладеть программой средней школы ( в том числе и по математике) .

В целях же профессиональной ориентации важно определить, в каких областях развитие человека происходит быстрее и, сознавая возможности развития в разных направлениях, сориентировать ученика на тот круг профессий, продвижение в которых у него произойдет наиболее успешно.

Взгляды Пиаже, Торндайка и их последователей подверг критике замечательный советский психолог Л.С. Выготский. В процессе построения психологической теории на методологической основе марксизма-ленинизма он выдвигает идею психического развития личности не как спонтанного процесса, а как постепенного усвоения и присвоения ребенком той культуры, которая до рождения его накоплена в обществе. Ребенок рождается с задатками, которые обеспечивают ему возможность этого усвоения.

Сложные формы психической деятельности ( анализ, синтез, абстракция, обобщение и т.д. ) вначале существуют в виде наглядных действий с предметами и постепенно по мере овладения речью превращаются в умственные действия. Если " ребенок в начале раз-; вития сложных форм психической деятельности опирается на использование внешних средств ( " вспомогательных стимулов"),то затем эти внешние средства как бы " вращиваются",становятся внутренними, интерпретируются, а вместе с тем перестраиваются и сами процессы, которые раньше имели внешне развернутый характер, теперь же становятся свернутыми, внутренне опосредствованными актами"

Следовательно, в обучении необходимо создавать такие образцы, ориентиры, модели действий и результатов, которые затем постепенно становятся внутренними умственными действиями, адекватными (но не тождественными ) эти внешне материализованным, действиям, образцам, моделям. Предлагаемые в данной работе вкладыши представляются нам именно такими ориентирами ( опорами).

При этом, полагал Л.С. Выготский, следует ( учитывая, на что ребенок способен в данный момент в плане самостоятельного усвоения ) ориентироваться на тот уровень развития, который пока недоступен ему, но может быть достигнут при помощи взрослого. Уровень развития, которого ребенок достигает самостоятельно, был назван уровнем актуального развития . Потенциальные возможности, которые ребенок может реализовать в процессе обучения только при помощи взрослого, учителя, в сотрудничестве с ним. ближайшего развития ученика. Согласно концепции развивающего обучения, "педагогика должна ориентироваться не на вчерашний, а на завтрашний день детского развития"

Стратегия развивающего обучения состоит в том, что, учитывая определенные уровни созревания психики, мы не должны дожидаться, пока психические функции полностью созреют а соответствующими заданиями несколько упреждаем их и тем самым ускоряем качественный скачок на новый уровень развития. Например. младшему школьнику присуща в большой степени конкретность мышления, а мы соответствующими заданиями на развитие абстрактного мышления ускорим наступление стадии абстрактных операций, не дожидаясь спонтанного их формирования. Это в свою очередь будет способствовать общему развитию ребенка.

Развитие ребенка происходит не как равномерное нарастание компонентов личности, а как диалектический процесс с относительно спокойными стадиями и периодами резких качественных изменений. Каждый период чувствителен к наибольшему развитию той или иной психологической школьный возраст сенситивен к восприятию, памяти. Младший школьный возраст сенситивен к развитию интеллекта, подростковый - к формированию понятий, старший школьный возраст - к формированию системы взглядов на природу и общество, то есть мировоззрения.

Даже формирование моральных качеств личности имеет свои наиболее благоприятные периоды. Например, младший школьный возраст сенситивен к доброте.

Из сказанного следует, что в процессе обучения и воспитания необходимо учитывать сенситивность того или иного периода к формируемым свойствам личности ребенка, ибо " обучение по-разному влияет на его развитие по-разному ведет его вперед в зависимости от того, как оно строится, как приводит в действие силы самого ребенка" усвоение действительно происходит, и тогда оно несомненно продвигает вперед развитие ученика. Знания учеников В.П. Ржавцевой непременно становятся для них "своими" - именно на это сориентирована вся проводимая учительницей работа, описанная в данной книге.

Весьма важным для повышения эффективности обучения, преодоления формализма и процентомании является вопрос о критериях развития, то есть о выявлении тех показателей, по которым, можно судить об успешности работы учителя по уровню развития учатся. Следует сразу отметить, что до сих пор эта проблема не решена в психологии однозначно. Анализ работ советских и зарубежных авторов ( Б.Г.Ананьев, Н.Д.Левитов, Н.А. Менчинская, Д.Н. Бороявленский, В,В. Давыдов, Л.В.Занков. Е.Н.Кабанова-Меллер,Я.А. Пономарев, Э. де Боно. И.Ломпшер и др. ) дает тем не менее основание мыле лить некоторые критерии умственного развития. И развития личности в целом первая группа критериев охватывает некоторые особенности мышления, а именно:

Ъ) самостоятельность мышления;

2) широта переноса приемов умственной деятельности

3) проникновение в сущность изучаемых явлений;

4) быстрота умственной ориентировки при решении нестандартных задач.

Самостоятельность мышления предполагает два аспекта. Первый постоит в том, насколько ученик самостоятельно, без чьей-либо помощи осуществляет учение. Но само знание и пути его усвоения при этом не являются объективно новыми, оригинальными.

Второй аспект рассмотрения самостоятельности мышления с точки зрения развития состоит в том, чтобы выяснить ,пришел ли .ученик к ответу самостоятельно, оригинальным путем. В этой связи следует подчеркнуть, что "тугодумы",учащиеся, на первых этапах обучения несколько отстающие от своих " быстрых разумом" сверстников, могут в конце концов перегнать их за счет большей оригинальности подходов, продуманности способов решения мыслительных задач.

Критерий прийомов переноса приемов мыслительной деятельности, выдвигаемый Е.Н. Кабановой-Меллер (1968 г. ) .заключается в том, чтобы выяснить, насколько верно учитель формирует у учащихся отношение к решению учебных задач как к частным случаям некоторых общих приемов решения целого класса задач.

Критерий проникновения в сущность изучаемых явлений предполагает развитие у детей глубины ума, выделения главного в учебном материале.

Развивающее обучение включает в свои главные задачи овладение памятью, управление мнемическими процессами, что является одним из резервов повышения познавательной активности. Известно, например, что составление плана ответа вдвое улучшает эффективность запоминания учебного материала.

Кроме того, если ученик понял материал, сущность изучаемых явлений, то в памяти сохранится наиболее важное, главное. Это и будет основой для дальнейшего умственного развития, ибо, как утверждал выдающийся педагог и психолог П.П. Блонский, "пустая голова не рассуждает".

Однако запечатленный учебный материал не должен быть консервативным грузом информации. Важнейшим показателем развития является быстрота ориентировки ребенка в тех задачах, которые никогда ему не встречались в учебной деятельности.

Если учитель, как это делает В.П. Иржавцева, много работает над созданием "нешаблонного" ( де Боно ) мышления, над готовностью ребенка быстро перестроиться в соответствии с новой ситуацией, то такие усилия не пропадут даром и будут весьма перспективны с точки зрения требований к психике человека, которые предъявляет современная жизнь.

Все ситуации, которые придется решать в жизни, нельзя проектировать в обучении, но если учитель - а именно так поступает В.П. Иржавцева - обращает самое пристальное внимание на свободное выдвижение гипотез при решении проблем, на упражнения в решении нестандартных задач, ребенок будет лучше подготовлен к творческой деятельности в любых областях культуры, науки, производства.

Ко второй группе критериев развития личности можно отнести анализирующего наблюдения, представляющего собой синтез процессов направленного на объект восприятия и мышления.

Третью группу критериев составляют показатели практической деятельности учащихся. Здесь индикаторами успешности развитии служат: антиципация ( предварительное планирование целей и операций),самоконтроль в процессе деятельности, быстрота и четкость всего процесса исполнения, словесный отчет о ходе практических действий.

В.П. Иржавцева, учитывая в своей работе все перечисленные критерии, исходит также из того, что одним из общих показателей развития является положительное отношение к учению, желание учиться, развиваться. Здесь действует один из психологических парадоксов: чем более высок уровень развития человека, тем более развитой является его потребность в знаниях. Эта духовная потребность является ненасыщаемой. Формирование у школьников I—III классов вычислительных навыков остается одной из главных задач начального обучения математике, поскольку вычислительные навыки необходимы как в практической жизни каждого человека, так и в учении.

Действующая сейчас программа по математике предусматривает «формирование вычислительных навыков на основе сознательного использования приемов вычислений. Последнее становится возможным благодаря тому, что в программу включено знакомство с некоторыми важнейшими свойствами арифметических действий и вытекающими из них следствиями». Такой подход к формированию вычислительных навыков оправдал себя в практике работы школы.

Рассмотрим прежде всего, что такое прием вычисления (вычислительный прием). Пусть надо сложить числа 8 и 6. По принятой в настоящее время методической системе прием вычисления для этого случая будет состоять из ряда операций: 1) замена числа 6 суммой удобных слагаемых 2 и 4; 2) прибавление к числу 8 слагаемого 2; 3) прибавление к полученному результату, к 10, слагаемого 4. Здесь выбор операций и порядок их выполнения определяется соответствующей теоретической основой приема — применением свойства прибавления к числу суммы (сочетательное свойство): замена числа 6 суммой удобных слагаемых, затем прибавление к числу 8 последовательно каждого слагаемого. Кроме того, здесь используются и другие знания, например, при выполнении первой операции используется знание состава чисел первого десятка: 10=8+2 и 6=2+4.

Таким образом, можно сказать, что прием вычисления над данными числами складывается из ряда последовательных операций (системы операций), выполнение которых приводит к нахождению результата требуемого арифметического действия над этими числами; причем выбор операций в каждом приеме определяется теми теоретическими положениями, которые используются в качестве его теоретической основы. В большинстве случаев уже в начальных классах школы для нахождения результата арифметического действия можно использовать в качестве теоретической основы различные теоретические положения, что приводит к разным приемам вычислений (разным способам вычислений). Например:

1) 15-6=15+15+15+15+15+15=90

2) 15-6=(10+5)-6=10-6+5-6=90

3) 15-6=15-(2-3) = (15-2)-3=90

Теоретической основой для выбора операций, составляющих первый из приведенных приемов, является конкретный смысл действия умножения; теоретической основой второго приема — свойство умножения суммы на число, а третьего приема — свойство умножения числа на произведение. Операции, составляющие прием вычисления, имеют разный характер. Многие из них сами являются арифметическими действиями. Эти операции, как будет показано далее, играют особую роль в процессе овладения вычислительными приемами: выполнение приема в свернутом плане сводится к выделению и выполнению именно операций, являющихся арифметическими действиями. Поэтому операции, являющиеся арифметическими действиями, можно назвать основными. Например, для случая 16-4 основными будут операции: 10-4=40, 6-4=24, 40+24=64. Все другие операции (замена числа суммой, произведением и т. п.) — вспомогательные, хотя в приеме они все одинаково важны.

Число операций, составляющих прием, определяется прежде всего выбором теоретической основы вычислительного приема. Например, при сложении чисел 57 и 25 в качестве теоретической основы может выступать свойство прибавления суммы к числу, тогда прием будет включать три операции: замена числа 25 суммой разрядных слагаемых 20 и 5, прибавление к числу 57 слагаемого 20 и прибавление к результату, к 77, слагаемого 5; если же теоретической основой явится свойство прибавления суммы к сумме, то прием для того же случая будет включать пять операций: замена числа 57 суммой разрядных слагаемых 50 и 7, замена числа 25 суммой разрядных слагаемых 20 и 5, сложение чисел 50 и 20, сложение чисел 7 и 5, сложение полученных результатов 70 и 12. Число операций зависит также от чисел, над которыми выполняются арифметические действия. Так, при использовании одной и той же теоретической основы — свойства прибавления суммы к сумме — прием сложения чисел 57 и 25 содержит меньше операций, чем прием сложения чисел 257 и 425.

Число операций, выполняемых при нахождении результата арифметического действия, может сокращаться по мере овладения приемом. Например, для случаев вида 8-|-2 на начальной стадии формирования навыка ученик выполняет три операции: замена числа 2 суммой чисел 1 и 1 (хотя в явном виде эта операция не дается), прибавление числа 1 к 8, прибавление числа 1 к результату, к 9; однако после заучивания таблицы сложения ученик выполняет одну операцию — он сразу связывает числа 8 и 2 с числом 10. Как видим, здесь один прием как бы перерастает в другой.

Дадим теперь характеристику вычислительного навыка.

Вычислительный навык — это высокая степень овладения вычислительными приемами. Приобрести вычислительные навыки — значит для каждого случая знать, какие операции и в каком порядке следует выполнять, чтобы найти результат арифметического действия, и выполнять эти операции достаточно быстро.

Полноценный вычислительный навык характеризуется правильностью, осознанностью, рациональностью, обобщенностью, автоматизмом и прочностью.

Правильность — ученик правильно находит результат арифметического действия над данными числами, т. е. правильно выбирает и выполняет операции, составляющие прием.

Осознанность — ученик осознает, на основе каких знаний выбраны операции и установлен порядок их выполнения. Это для ученика своего рода доказательство правильности выбора системы операций. Осознанность проявляется в том, что ученик в любой момент может объяснить, как он решал пример и почему можно так решать.

 Это, конечно, не значит, что ученик всегда должен объяснять решение каждого примера. Как будет показано далее, в процессе овладения навыком объяснение должно постепенно свертываться.

Рациональность — ученик, сообразуясь с конкретными условиями, выбирает для данного случая более рациональный прием, т. е. выбирает те из возможных операций, выполнение которых легче других и быстрее приводит к результату арифметического действия. Разумеется, что это качество навыка может проявляться тогда, когда для данного случая существуют различные приемы нахождения результата, и ученик, используя различные знания, может сконструировать несколько приемов и выбрать более рациональный. Как видим, рациональность непосредственно связана с осознанностью навыка.

Обобщенность — ученик может применить прием вычисления к большему числу случаев, т. е. он способен перенести прием вычисления на новые случаи. Обобщенность так же, как и рациональность, теснейшим образом связана с осознанностью вычислительного навыка, поскольку общим для различных случаев вычисления будет прием, основа которого — одни и те же теоретические положения.

Автоматизм (свернутость) — ученик выделяет и выполняет операции быстро и в свернутом виде, но всегда может вернуться к объяснению выбора системы операций.

Программа предусматривает разную степень автоматизации различных случаев выполнения арифметических действий. Высокая степень автоматизации должна быть достигнута по отношению к табличным случаям (5+3, 8—5,9+6, 15—9, 7-6, 42:6). Здесь должен быть достигнут уровень, характеризующийся тем, что ученик сразу же соотносит с двумя данными числами третье число, которое является результатом арифметического действия, не выполняя отдельных операций. По отношению к другим случаям арифметических действий происходит частичная автоматизация вычислительных навыков: ученик предельно быстро выделяет и выполняет систему операций, не объясняя, почему выбрал эти операции и как выполнял каждую из них. В этом смысле и говорят об автоматизации вычислительных навыков. Заметим, что осознанность и автоматизм вычислительных навыков не являются противоречивыми качествами. Они всегда выступают в единстве: при свернутом выполнении операций осознанность сохраняется, но обоснование выбора системы операций происходит свернуто в плане внутренней речи.

Благодаря этому ученик может в любой момент дать развернутое обоснование выбора системы операций.

Прочность — ученик сохраняет сформированные вычислительные навыки на длительное время.

Перейдем к методике формирования вычислительных навыков.

Формирование вычислительных навыков, обладающих названными качествами, обеспечивается построением начального курса математики и использованием соответствующих методических приемов.

В целях формирования осознанных, обобщенных и рациональных навыков начальный курс математики строится так, что изучение вычислительного приема происходит после того, как учащиеся усвоят материал, являющийся теоретической основой этого вычислительного приема. Например, сначала ученики усваивают свойство умножения суммы на число, а затем это свойство становится теоретической основой приема внетабличного умножения. Так, при умножении 15 на 6 выполняется следующая система операций, составляющая вычислительный прием: 1) число 15 заменяем суммой разрядных слагаемых 10 и 5; 2) умножаем на 6 слагаемое 10, получится 60; 3) умножаем на 6 слагаемое 5, получится 30; 4) складываем полученные произведения 60 и 30, получится 90. Как видим, здесь применение свойства умножения суммы на число (термин «распределительный закон» в начальном курсе не вводится) определило выбор всех операций, поэтому и говорят, что прием внетабличного умножения основан на свойстве умножения суммы на число или что свойство умножения суммы на число — теоретическая основа приема внетабличного умножения. Легко заметить, что кроме свойства умножения суммы на число здесь использованы и другие знания, а также ранее сформированные вычислительные навыки: знание десятичного состава чисел (замена числа суммой разрядных слагаемых), навыки табличного умножения и умножения числа 10 на однозначные числа, навыки сложения двузначных чисел. Однако выбор именно этих знаний и навыков диктуется применением свойства умножения суммы на число.

Общеизвестно, что теоретической основой вычислительных приемов служат определения арифметических действий, свойства действий и следствия, вытекающие из них. Имея это в виду и принимая во внимание методический аспект, можно выделить группы приемов в соответствии с их общей теоретической основой, предусмотренной действующей программой по математике для начальных классов, что даст возможность использовать общие подходы в методике формирования соответствующих навыков.

Назовем эти группы приемов.

1. Приемы, теоретическая основа которых — конкретный смысл арифметических действий.

К ним относятся: приемы сложения и вычитания чисел в пределах 10 для случаев вида а+2, а+3, а+4, а+0; приемы табличного сложения и вычитания с переходом через десяток в пределах 20; прием нахождения табличных результатов умножения, прием нахождения табличных результатов деления (только на начальной стадии) и деления с остатком, прием умножения единицы и нуля.

Это первые приемы вычислений, которые вводятся сразу после ознакомления учащихся с конкретным смыслом арифметических действий. Они, собственно, и дают возможность усвоить конкретный смысл арифметических действий, поскольку требуют применения конкретного смысла. Вместе с тем эти первые приемы готовят учащихся к усвоению свойств арифметических действий. Таким образом, хотя в основе некоторых из названных приемов и лежат свойства арифметических действий (так, прибавление двух по единице выполняется на основе использования свойства прибавления суммы к числу), эти свойства учащимся явно не раскрываются. Названные приемы вводятся на основе выполнения операций над множествами.

2. Приемы, теоретической основой которых служат свойства арифметических действий.

К этой группе относится большинство вычислительных приемов. Это приемы сложения и вычитания для случаев вида 2+8, 54=F20, 27=F3, 40—6,45=F7, 50+23, 67+32, 74+18; аналогичные приемы для случаев сложения и вычитания чисел больших, чем 100, а также приемы письменного сложения и вычитания; приемы умножения и деления для случаев вида 14-5, 5-14, 81:3, 18-40, 180:20, аналогичные приемы умножения и деления для чисел больших 100 и приемы письменного умножения и деления.

Общая схема введения этих приемов одинакова: сначала изучаются соответствующие свойства, а затем на их основе вводятся приемы вычислений.

3. Приемы, теоретическая основа которых — связи между компонентами и результатами арифметических действий.

К ним относятся приемы для случаев вида 9 — 7, 21:3, 60:20, 54:18, 9:1, 0:6.

При введении этих приемов сначала рассматриваются связи между компонентами и результатом соответствующего арифметического действия, затем на этой основе вводится вычислительный прием.

4. Приемы, теоретическая основа которых — изменение результатов арифметических действий в зависимости от изменения одного из компонентов.

Это приемы округления при выполнении сложения и вычитания чисел (46+19, 512 — 298) и приемы умножения и деления на 5, 25, 50.

Введение этих приемов также требует предварительного изучения соответствующих зависимостей.

5. Приемы, теоретическая основа которых — вопросы нумерации чисел.

Это приемы для случаев вида a=Fl, 10 + 6, 16—10, 16—6, 57-10, 1200:100; аналогичные приемы для больших чисел.

Введение этих приемов предусматривается после изучения соответствующих вопросов нумерации (натуральной последовательности, десятичного состава чисел, позиционного принципа записи чисел).

6. При е, мы, теоретическая основа которых — правила.

К ним относятся приемы для двух случаев: а Л, а-0. Поскольку правила умножения чисел на единицу и нуль есть следствия из определения действия умножения целых неотрицательных чисел, то они просто сообщаются учащимся и в соответствии с ними выполняются вычисления.

Целый ряд случаев может быть отнесен не только к указанной группе приемов, но и к другой. Например, случаи вида 46+19 можно отнести не только к четвертой группе, но и ко второй. Это зависит от выбора теоретической основы вычислительного приема.

Как видим, все вычислительные приемы строятся на той или иной теоретической основе, причем в каждом случае учащиеся осознают сам факт использования соответствующих теоретических положений, лежащих в основе вычислительных приемов. Это — реальная предпосылка овладения учащимися осознанными вычислительными навыками. Общность подходов к раскрытию вычислительных приемов каждой группы — есть залог овладения учащимися обобщенными вычислительными навыками. Возможность использования различных теоретических положений при конструировании различных приемов для одного случая вычисления (например, для случая сложения 46+19) является предпосылкой формирования рациональных гибких вычислительных навыков.

В принятой сейчас системе изучения арифметических действий предусматривается такой порядок введения приемов, при котором постепенно вводятся приемы, включающие большее число операций, а ранее усвоенные приемы включаются в качестве основных операций в новые приемы. Например, при изучении сложения и вычитания в пределах 10, сначала вводятся приемы для случаев вида а + 1, после их изучения и выработки соответствующих навыков вводятся приемы для случаев а + 2, которые включают в качестве операций случаи а + 1; затем вводятся приемы для случаев а+~3, включающие в качестве операций случаи а + 2 и т. д. Как видим, выполняя операции, составляющие новый прием, ученик не только усваивает этот прием, но и совершенствует навыки вычислений ранее рассмотренных случаев. Такая система включения приемов создает благоприятные условия для выработки у учащихся прочных и автоматизированных навыков.

В методике работы над каждым отдельным приемом можно предусмотреть ряд этапов.

На этом этапе создается готовность к усвоению вычислительного приема, а именно: учащиеся должны усвоить те теоретические положения, на которых основывается вычислительный прием, а также овладеть каждой операцией, составляющей прием. Следовательно, чтобы обеспечить соответствующую подготовку к введению приема, надо проанализировать прием и установить, какими знаниями должен овладеть ученик и какие вычислительные навыки он должен уже приобрести. Например, можно считать, что ученики подготовлены к восприятию вычислительного приема для случаев а +" 2, если они ознакомлены с конкретным смыслом действий сложения и вычитания, знают состав числа 2 и овладели вычислительными навыками сложения и вычитания для случаев вида а+1; готовностью к введению приема внетабличного умножения (14-5) будет: знание учащимися правила умножения суммы на число, знание десятичного состава чисел в пределах 100 и овладение навыками табличного умножения, навыками умножения числа 10 на однозначные числа, навыками сложения двузначных чисел. Центральное же звено при подготовке к введению нового приема — овладение учеником основными операциями, которые войдут в новый прием.

На этом этапе ученики усваивают суть приема: какие операции надо выполнять, в каком порядке и почему именно так можно найти результат арифметического действия.

При введении большинства вычислительных приемов целесообразно использовать наглядность. Для приемов первой группы это — оперирование множествами. Например, прибавляя к 7 число 2, придвигаем к 7 квадратам (кружкам и т. п.) 2 квадрата (кружка и т. п.) по одному. При ознакомлении с приемами второй группы в качестве наглядности используется развернутая запись всех операций, что весьма положительно влияет на усвоение приема. Например, при введении приема внетабличного умножения выполняется такая запись: 14-5= (10+4) -5=10-5 + 4-5=70. в ряде случаев наряду с развернутой записью используется и оперирование множествами (например, при ознакомлении с приемами сложения и вычитания в пределах 100).

Выполнение каждой операции важно сопровождать пояснениями вслух. Сначала эти пояснения выполняются под руководством учителя, а затем учащиеся выполняют их самостоятельно. В пояснении указывается, какие выполняются операции, в каком порядке и называется результат каждой из них, при этом не поясняются ранее изученные приемы, входящие в качестве операций в рассматриваемый прием (основные операции). Например, прибавляя к 7 число 2, ученик так поясняет выполнение операций: к семи прибавлю 1, получится 8; к восьми прибавлю 1, получится 9 (как прибавить 1, не поясняется); при умножении чисел 14 и 5 пояснение будет следующим: заменю число 14 суммой разрядных слагаемых 10 и 4, получится пример: сумму чисел 10 и 4 умножить на 5; умножим на 5 первое слагаемое — 10, получится 50; умножим на 5 второе слагаемое — 4, получится 20; сложим результаты 50 и 20, получится 70 (здесь не поясняется, как умножить 10 на 5, как умножить 4 на 5 и как сложить 50 и 20). Пояснение выбора и выполнение операций приводит к пониманию сущности каждой операции и всего приема в целом, что в дальнейшем станет основой овладения учащимися осознанными вычислительными навыками.

Степень самостоятельности учащихся должна увеличиваться при переходе от приема к приему одной группы. Следует учитывать, что во многих случаях ученики могут самостоятельно найти новый вычислительный прием и выполнить соответствующее обоснование. Например, установлено, что все приемы устных вычислений над числами в пределах 1000 учащиеся находят самостоятельно, поскольку эти приемы являются прямым аналогом приемов, изученных в концентре «Сотня» (сравнить: 9 + 7 и 90+70, 8-4 и 80-4 и т. п.). Значительно повышается доля самостоятельности учащихся в «открытии» новых приемов, если используются «предписания — планы» (Л. Н. Ланда). Например, при изучении сложения и вычитания в пределах 100 учащимся можно предложить руководствоваться при вычислениях таким планом: заменить одно из чисел суммой удобных слагаемых (часто удобными являются разрядные слагаемые), назвать, какой получился пример, решить этот пример удобным способом. Умение пользоваться таким планом приводит к тому, что ученики сами находят различные вычислительные приемы даже для новых случаев, а это есть предпосылка образования рациональных навыков и вместе с тем проявление осознанности и обобщенности вычислительного навыка.

На этом этапе учащиеся должны твердо усвоить систему операций, составляющих прием, и предельно быстро выполнять эти операции, т. е. овладеть вычислительным навыком.

В процессе работы здесь важно предусмотреть ряд стадий в формировании у учащихся вычислительных навыков.

На первой стадии закрепляется знание приема: учащиеся самостоятельно выполняют все операции, составляющие прием, комментируя выполнение каждой из них вслух и одновременно производя развернутую запись, если она была предусмотрена на предыдущем этапе. Таким образом, здесь учащиеся выполняют самостоятельно то же, что на предыдущем этапе выполняли под руководством учителя. Подробное объяснение и развернутая запись позволяют им осознанно усвоить вычислительный прием. Начинается эта стадия, как правило, на том же уроке, на котором учитель знакомит детей с новым приемом. Заметим, что не следует слишком долго задерживать учащихся на этой стадии, иначе они настолько привыкают к подробной записи и подробному объяснению, что всегда пользуются ими, а это тормозит свертывание выполнения операций.

На второй стадии происходит частичное свертывание выполнения операций: учащиеся про себя выделяют операции и обосновывают выбор и порядок их выполнения, вслух же они проговаривают выполнение основных операций, т. е. промежуточных вычислений. Надо специально учить детей выделять основные операции в каждом вычислительном приеме. Так, при формировании навыка внетабличного умножения учитель на этой стадии указывает, чтобы при умножении, например, 27 на 3 ученики про себя заменили число 27 суммой разрядных слагаемых (20 и 7), про себя сказали, какой получился пример (сумму чисел 20 и 7 умножить на 3), а вслух объяснили, как удобнее решить этот пример, называя только, над какими числами и какие арифметические действия они выполняют (20 умножить на 3, получится 60; 7 умножить на 3, получится 21; к 60 прибавить 21, получится 81). Развернутая запись при этом не выполняется. Сначала такое проговаривание ведется под руководством учителя, а затем самостоятельно. Проговаривание вслух помогает выделить и подчеркнуть основные операции, а выполнение про себя вспомогательных операций способствует их свертыванию, т. е. быстрому выполнению в плане внутренней речи.

На третьей стадии происходит полное свертывание выполнения операций: учащиеся про себя выделяют и выполняют все операции, т. е. здесь происходит свертывание и основных операций. Чтобы добиться этого, надо и на этой стадии руководить деятельностью учащихся: учитель предлагает детям выполнять про себя и промежуточные вычисления (основные операции), а называть или записывать только окончательный результат. На этой стадии свертывание основных операций будет несколько отставать от свертывания вспомогательных операций (их свертывание началось на предыдущей стадии), благодаря чему основные операции будут актуализироваться, т. е. ученики воспроизведут именно те операции, выполнение которых позволит им правильно и быстро найти результат арифметического действия. Актуализация основных операций и выполнение их в свернутом плане и есть собственно вычислительный навык.

На четвертой стадии наступает предельное свертывание выполнения операций: учащиеся выполняют все операции в свернутом плане, предельно быстро, т. е. они овладевают вычислительными навыками. Это достигается в результате выполнения достаточного числа тренировочных упражнений.

На всех стадиях формирования вычислительного навыка решающую роль играют упражнения на применение вычислительных приемов, причем содержание упражнений должно подчиняться целям, которые ставятся на соответствующих стадиях. Важно, чтобы было достаточное число упражнений, чтобы они были разнообразными как по числовым данным, так и по форме, чтобы при этом предусматривались аналогии в приемах и в соответствии с ними предлагались упражнения на сравнение приемов, сходных в том или ином отношении.

Названные стадии не имеют четких границ: одна постепенно переходит в другую. Надо иметь в виду, что свертывание выполнения операций не у всех учащихся происходит одновременно, поэтому важно время от времени возвращаться к полному объяснению и развернутой записи приема. Продолжительность каждой стадий определяется сложностью приема, подготовленностью учащихся и целями, которые ставятся на каждой стадии.

Правильное выделение стадий позволит учителю управлять процессом усвоения учащимися вычислительного приема, постепенного свертывания выполнения операций, образования вычислительных навыков.