ХI муниципальный конкурс исследовательских работ

Математика

**Проценты и их применение**

Воронцовой Анастасии,

учащейся 8б класса

МОУ «Еловская СОШ».

Руководитель Халтурина В.В.

учитель математики

высшей категории

2010 год

Содержание

Введение

1. Из истории происхождения процентов

2. Решение задач на проценты разными способами

3. Решение задач по формуле сложных процентов

4. Применение процентов в жизни

4.1 Исследование бюджета семьи

4.2 Исследование посещения кружков

Заключение

Список литературы

Приложения

Введение

Почему я выбрала тему «Проценты»?

Проценты – это одна из сложнейших тем математики, и очень многие учащиеся затрудняются или вообще не умеют решать задачи на проценты. А понимание процентов и умение производить процентные расчёты необходимы для каждого человека. Прикладное значение этой темы очень велико и затрагивает финансовую, экономическую, демографическую и другие сферы нашей жизни. Изучение процента продиктовано самой жизнью. Умение выполнять процентные вычисления и расчеты необходимо каждому человеку, так как с процентами мы сталкиваемся в повседневной жизни. Проанализировав программу средней школы по математике, пришла к выводу, что по существующим программам решение задач на проценты предусмотрено в основном в 5-6 классах, а в последующих классах данной теме отдана незначительная часть учебного времени. Немецкий физик 18-го столетия Лихтенберг сказал: « То, что вы были принуждены открыть сами, оставляет в вашем уме дорожку, которой вы сможете снова воспользоваться, когда в том возникнет необходимость». Поэтому я решила и сделала подборку задач из ГИА – 9 классов, из ЕГЭ – 11 классов на банковские проценты, где применяется формула сложных процентов.

Цель исследовательской работы

* Расширение знаний о применении процентных вычислений в задачах и из разных сфер жизни человека;

Задачи:

* Познакомиться с историей возникновения процентов;
* Решать задачи на проценты разными способами;
* Сделать подборку задач из ГИА – 9 кл., ЕГЭ -11кл., решаемые по формуле сложных процентов;
* Исследовать бюджет семьи и посещаемость кружков учащихся моего класса;
* Научиться составлять различные диаграммы и таблицы;
* Поработать в текстовом редакторе;
* Поработать с ресурсами Internet;
* Получить опыт публичного выступления.

1. Из истории происхождения процентов

Слово «процент» происходит от латинского *pro centum, что* буквально означает «за сотню» или «со ста». Процентами очень удобно пользоваться на практике, так как они выражают целые части чисел в одних и тех же сотых долях. Знак «%» происходит, как полагают, от итальянского слова *cento(сто),* которое в процентных расчетах часто писалось сокращенно *cto*. Существует и другая версия возникновения этого знака. Предполагается, что этот знак произошел в результате нелепой опечатки, совершенной наборщиком. В 1685 году в Париже была опубликована книга – руководство по коммерческой арифметике, где по ошибке наборщик вместо *cto* ввел %.

Впервые опубликовал таблицы для расчета процентов в 1584 году Симон Стевин – инженер из города Брюгге (Нидерланды)[1].

Проценты применялись только в торговых и денежных сделках. Затем область их применения расширилась, проценты встречаются в хозяйственных и финансовых расчетах, статистике, науке и технике. Ныне процент – это частный вид десятичных дробей, сотая доля целого (принимаемого за единицу).

2. Решение задач на проценты разными способами

При решении задач на проценты в 5 - 6 классах применяют следующие правила:

1. Нахождение процентов от числа:

Чтобы найти проценты от числа нужно, проценты превратить в десятичную дробь и умножить на это число.

1. Нахождение числа по его процентам:

Чтобы найти число по его процентам нужно, проценты превратить в десятичную дробь и число разделить на эту дробь.

1. Нахождение процентного отношения чисел:

Чтобы найти процентное отношение чисел, надо отношение этих чисел умножить на 100.

Задачи с процентами можно решить разными способами: уравнением, составлением таблицы, применяя пропорцию, по действиям, используя правила. Сделала подборку и решила задачи из ЕГЭ – 11, ГИА -9 классов.

Некоторые из них:

Задача 1. (ЕГЭ 2005)

За первый год предприятие увеличило выпуск продукции на 8%, в следующем году выпуск увеличился на 25%. На сколько процентов вырос выпуск продукции по сравнению с первоначальной?

Решение:

Эту задачу можно решить двумя способами:

1) используя пропорцию

2) по действиям

Решение.

1 способ: Узнаю на сколько увеличился выпуск продукции за первый год.

Пусть: *х* – начальный выпуск

*у* – после увеличения на 8%

*х* – 100% *у* = *х*\*8 = 1,08*х*

*у* – 108% 100

Теперь, узнаю на сколько увеличился выпуск продукции за второй год.

Пусть: 1.08*х* – теперь уже начальный выпуск

z – после увеличения на 25%, тогда

1,08*х* – 100% z= 1,08*х*\*125 = 1,35*х*

z – 125% 100

В итоге у нас получилось, что выпуск продукции равен 1,35;

Значит выпуск увеличился на 0,35 или на 35%

2 способ:

1) 1,00+0,08=1,08 (узнали выпуск продукции после первого увеличения)

2)1,00+0,25=1,25 (узнали выпуск продукции после второго увеличения)

3)1,08\*1,25=1,35 (это выпуск продукции после двух увеличений)

4)1,35-1,00=0,35 (увеличения выпуска продукции после двух прибавок)

ОТВЕТ: выпуск продукции по сравнению с первоначальной вырос на 35%.

Задача 2(ЕГЭ 2006)

Вследствие инфляции цены выросли на 150%. Дума потребовала от правительства возвращение цен к прежнему уровню. Для этого цены должны быть уменьшены (на сколько процентов)?

Решение:

Решим эту задачу с помощью пропорций.

Пусть: х – первоначальная цена

у – цена после повышения цен на 150%

*х*– 100% *у* = 250*х*; *у* = 2,5*х* (новая цена)

*у*– 250% 100

2,5*х* – 100% 100\**х* = 40%

*х*- ?% 2,5*х*

40% - составила первоначальная цена от инфляции, поэтому цены должны быть уменьшены на 60%

1. 100% - 40% = 60%

ОТВЕТ: цены должны быть уменьшены на 60%.

Задача 3

Тетрадь стоит 40 рублей. Какое наибольшее количество таких тетрадей можно купить на 650 рублей, после понижения на 15%?

Решение:

Решим эту задачу пропорцией и по действиям.

Пусть: *х* – на сколько рублей понизилась цена тетрадей.

40 – 100% *х* = 40\*0,15 = 6 (рублей)

*х* – 15% 100

1) 40 – 6 = 34 (руб.) стала стоить тетрадь

2) 650 \* 34 = 19 (тетрадей) можно купить на 650 рублей

ОТВЕТ: 19 тетрадей можно купить на 650 рублей

Задача 4

Сколько граммов воды надо добавить к 50г раствора, содержащего 8% соли, чтобы получить 5% раствор?

Решение:

Решим эту задачу уравнением.

Пусть: *х* - количество воды, которое надо добавить

(50+*х*) – новое количество раствора

50\* 0,08 – количество соли в исходном растворе

0,05(50+*х*) количество соли в новом растворе

Так как количество соли от добавления не изменилось, то оно одинаково в обоих растворах – и в исходном, и в новом.

Получаем уравнение:

50\*0,08 = 0,05(50+*х*)

50\*8 = 5\*(50+*х*)

400= 250+5*х*

-5*х*= -150

*х* = 30 (г.)

ОТВЕТ: 30 граммов воды надо добавить, чтобы получить 5% раствор.

Вывод: решила задачу с помощью уравнения.

Задача 5.

Свежие грибы по массе содержат 90% воды, а сухие 12%. Сколько получится сухих грибов из 22 кг свежих?

Решение: решим задачу с помощью таблицы и уравнения.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | %воды | Масса (кг) | % содержания сухого вещества | Масса сухого вещества |
| свежие | 90% | 22 | 10% | 22\*0,1=2,2 |
| сухие | 12% | х | 88% | 0,88х |

Из таблицы видно, что:

0,88х = 2,2

х = 2,2 = 2,5кг

 0,88

Ответ: 2,5 кг сухих грибов.

3. Решение задач на сложные проценты

Сложным процентом называется сумма дохода, которая образуется в результате инвестирования денег при условии, что сумма начисленного простого процента не выплачивается в конце каждого периода, а присоединяется к сумме основного вклада и в следующем платежном периоде сама приносит доход [3].

Сложные проценты - это проценты, полученные на начисленные проценты.

Формула сложного процента - это формула, по которой рассчитывается итоговая сумма с учётом начисления процентов.

*х* (1+ 0,01а)n - периодическое увеличение некоторой величины на одно и то же число процентов.

*х*(1+ 0,01а)n,

где *х* - начальный вклад, сумма.

*а –* процент(ы) годовых

*n-* время размещения вклада в банке

Но, мы можем и уменьшать цену, поэтому эту формулу можно записать и по- другому: *х*(1- 0,01а)n - периодическое уменьшение некоторой величины на одно и то же число процентов.

Пример:

Представим, что вы положили 10 000 руб в банк под 10 % годовых.

Через год на вашем банковском счету будет лежать

сумма SUM = 10000 + 10000\*10% = 11 000 руб.

Ваша прибыль - 1000 рублей.

Вы решили оставить 11 000 руб. на второй год в банке под те же 10%.

Через 2 года в банке накопится 11000 + 11000\*10% = 12 100 руб.

Прибыль за первый год (1000 рублей) прибавилась к основной сумме (10 000р) и на второй год уже сама генерировала новую прибыль. Тогда на 3-й год прибыль за 2-й год прибавится к основной сумме и будет сама генерировать новую прибыль. И так далее.

Этот эффект и получил название сложный процент.

Когда вся прибыль прибавляется к основной сумме и в дальнейшем уже сама производит новую прибыль.

Задача 6

Вкладчик открыл счет в банке, внеся 2000 рублей на вклад, годовой доход по которому составляет 12%, и решил в течение шести лет не брать процентные начисления. Какая сумма будет лежать на счете через шесть лет?

Решим эту задачу по формуле сложных процентов

*х* (1 + 0,01*а*)*n*,

где *х* – первоначальный вклад.

*а* – процент годовых.

*n* - время размещения вклада в банке.

Применим эту формулу к нашей задаче

первоначальный вклад – 2000

процент годовых - 12

*n* – 6 лет, значит

2000(1 + 0,12)6 = 2000\*1,126 = 2000\*1,973823 = 3947,65

ОТВЕТ: через 6 лет на счете будет лежать сумма в виде 3947 руб. и 65 коп..

Вывод: решила задачу, применив новое свойство нахождения процентов по формуле сложных процентов.

Задача 7 (ЕГЭ 2006год)

После двух последовательных снижений цен на одно и то же число процентов стоимость товара с 400 рублей снизилась до 324 рублей. На сколько процентов стоимость товара снижалась каждый раз?

Решим эту задачу по формуле сложных процентов – х (1-0,01а)n

Получим:

400\*(1-0,01*а*)2=324

20(1 – 0,01*а*) = 18

1 – 0,01*а* = 0,9

а = 10

ОТВЕТ: стоимость товара каждый раз снижалась на 10%

Задача 8(ЕГЭ 2006год)

По пенсионному вкладу банк выплачивает 12% годовых. По истечению каждого года эти проценты капитализируются, то есть начисленная сумма присоединяется к вкладу. На данный вид вклада был открыт счет на 80000 рублей, который не пополнялся и с которого не снимались деньги в течении двух лет. Какой доход был получен по истечении этого срока?

Решение:

Эту задачу можно решить двумя способами: 1)по действиям

2)по формуле сложных процентов

Решение:

1)узнаем доход за первый год

80000\*0.12=9600руб.

2)найдем сумму на счете после первого года

80000+ 9600= 89600руб.

3)определим доход за второй год

89600\* 0,12= 10752 руб.

4)узнаем конечную сумму на счете

10752 + 89600= 100352руб.

5)найдем доход после двух лет

100352- 80000= 20352 руб.

ОТВЕТ: по истечении двух лет получился доход в размере 20352 руб.

Эту же задачу решим по формуле банковских процентов: *х*(1 + 0,01*а*)*n*

Пусть: *х* – 80000 – начальный вклад

*а* – 12% годовых

*n* – 2 года, получим:

80000(1+ 0,12)2 = 80000 \* 1,122 = 100 352 руб.

Этим узнали конечную сумму на счете после двух лет. Теперь надо узнать какой доход был получен. Для этого из конечной суммы вычтем начальный вклад.

100352 – 80000 = 20 352руб.

ОТВЕТ: по истечении срока был получен доход в размере 29 352 руб.

Вывод: решила задачу двумя способами, доказав, что проще и быстрее решить задачу по формуле сложных процентов, а не по действиям.

Задача 9(ЕГЭ 2006год)

Банк предлагает клиентам два вида вкладов. Первый «До востребования» со следующим порядком начисления процентов: каждые 6 месяцев счет увеличивается на 10% от суммы, имеющиеся на счету клиента в момент начисления. Второй вклад «номерной» с ежегодным начислением процентов по вкладу. Сколько процентов годовых должен начислять банк по второму вкладу, чтобы равные суммы, положенные клиентом на каждые из указанных счетов, через два года оказались снова равными?

Решение:

Решим эту задачу уравнением, применяя форму банковских процентов.

Пусть: *х* – начальный вклад; тогда через 6 месяцев сумма на счете будет равна

*х*\**х*+0,1=*х*(1+0,1);

через год сумма будет

*х*(1+0,1)+*х*(1+0,1)\*0,1= *х*(1+0,1)2;

Тогда через два года сумма будет равна *х*(1+0,1)4

Сумма вклада «Номерной»через два года, после двух начислений равна *х*(1+0,01*х*)2

Получим уравнение:

*х*(1+0,01*х*)2 = *х*(1+0,1)4

1+0,01*х*=(1+0,1)2

100+*х* = 1102

100 100

100+*х* = 12100

 100

100+*х*=121

Х=21%

ОТВЕТ: банк должен начислять 21% годовых, по «номерному» вкладу.

Вывод: решила задачу, применив свойство сложных процентов.

Задача 10 (ЕГЭ 2006год)

Для определения оптимального режима снижения цен социологи предложили фирме с первого января снижать цены на товар в двух магазинах двумя способами. В одном магазине – в начале каждого месяца (начиная с февраля) на 20%, в другом через каждые два месяца, в начале третьего (начиная с марта) на одно и тоже число процентов, причем такое, чтобы через полгода (первого июля) цены снова стали одинаковыми. На сколько процентов надо снижать ценны товара через каждые два месяца во втором магазине?

Решение:

Решим эту задачу с помощью формулы сложных процентов: *х*(1+0,01а)n

Пусть: *х* – начальная цена, тогда, через месяц, после первого понижения, в первом магазине, цена на товар будет равна *х*(1-0,2) после второго понижения *х*(1-0,2)2;

Тогда, через полгода (после шести понижений) цена будет равна *х*(1-0,2)4

Цена товара, во втором магазине после трех понижений на *а*% будет равна

*х*(1-0,01*а*)2 Получаем уравнение:

*х*(1-0,01а)2= *х*(1-0,2)4

1 – а = (100- 20)2

100 1002

100 – а = 80

100 1002

100 – *а* = 64

*а* = 36%

ОТВЕТ: на 36% надо снижать цены во втором магазине.

Задача 11 (ЕГЭ 2006 год)

В соответствии с договором фирма с целью компенсации потерь от инфляции была обязана в начале каждого квартала (3 месяца) повышать сотруднику зарплату на 2%. Однако с связи с финансовыми затруднениями она смогла повышать ему зарплату только раз в полгода (в начале следующего полугодия). На сколько % фирма должна повышать зарплату каждые полгода, чтобы первого января следующего года зарплата сотрудника была равна той, которую он получил бы в режиме повышения, предусмотренной договором?

Решение:

Для решения составим таблицу:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Через какое время повышается | на сколько % повышается | Какая зарплата будет |
| Через каждые 3 месяца | 2% |  х(1+0,02)4 |
| Через каждые полгода | а% |  х(1+0,01а)2 |

По таблице составим уравнение:

*х*(1+0,02)4 = *х*(1+0,01*а*)2

(1+0,02)2 = (1+0,01*а*)

1022 = 100+*а*

1002 100

*а* = 4,04%

ОТВЕТ: через каждый полгода зарплату сотрудникам надо поднимать на 4,04%

4. Применение процентов в жизни

4.1 Исследование бюджета семьи

Проценты широко применяются в повседневной жизни. Я покажу это на примере бюджета моей семьи.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Порядковый номер | члены семьи | сумма | в % |
| 1 | Папа – Воронцов Сергей Витальевич | 6000рублей | 43% |
| 2 | Мама – Воронцова Ирина Николаевна | 8000рублей | 57% |
| Итого  |  | 14000рублей | 100% |

При составлении семейного бюджета я использовала правило нахождения процентов от числа для того, чтобы узнать процентный доход в бюджет каждого из родителей.

Вычисления:

Для того чтобы найти в процентах зарплату, надо сумму умножить на 100 и разделить на 14000.

1. 6000\*100 = 43%;

 14000

1. 8000\* 100 = 54%

 14000

Вывод: составила бюджет своей семьи, применила свойство нахождения процентов от числа и представила данные в виде диаграммы.

*Распределение семейного бюджета*

Чтобы наглядно увидеть распределение семейного бюджета я составила таблицу.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| №п\п |  Расход |  сумма |  |  в % |
| 1 | Коммунальные услуги | 800руб | 6% |
| 2 |  Плата за электроэнергию | 500руб | 4% |
| 3 | Плата за услуги телефона (домашний) | 300руб | 2% |
| 4 | Плата за услуги сотовых телефонов |  300руб | 2% |
| 5 | Питание | 5500руб | 39% |
| 6 | Одежда | 4000руб | 29% |
| 7 | Расходы на лекарство |  500руб | 4% |
| 8 | Моющие средства |  200руб | 1% |
| 9 | Покупка корма для скота | 200руб | 1% |
| 10 | Транспортные средства |  1000руб | 7% |
| 11 |  Плата за садик  |  500руб | 4% |
| 12 |  ИТОГО  | 1 3300руб | 95% |

Из таблицы видно, что наибольшее число процентов семейного бюджета расходуется на питание (38%), приобретение одежды (30%), на транспортные средства. Еще нагляднее это видно из диаграммы.

Вычисления:

Для того чтобы найти проценты от суммы, надо сумму умножить на 100 и разделить на 14000.

1)800\*100=6% 2)500\*100=4%

 14000 1400

3) 300\*100 = 2% 4) 5500\*100 = 39%

 14000 14000

5) 4000\*100 = 29% 6) 500\*100 = 4%

 14000 14000

7) 200\*100 = 1% 8) 1000\*100 = 7%

 14000 14000

9) 13300\*100 = 95%

 14000

Вывод: исследовала бюджет семьи, применила свойство нахождения процентов от числа, представила данные в виде таблицы и диаграммы.

4.2 Исследование посещения кружков, учащихся нашего класса

Помимо исследования бюджета семьи я решила исследовать посещаемость кружков, учащихся моего класса. Это мы увидим из диаграммы и таблицы.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Волейбол | Лыжи | Туризм  | хоккей | Кулинария | флорбол | Рукодельницица | Не посещают ни какихкружков |
| 6 из 15 | 2 из15 | 3из 15 | 1 из 15 | 5 из 15 | 1 из 15 | 5 из 15  | 6 из 15 |
| 40% | 13%  | 20%  | 6%  |  33%  |  6% |  33% | 40% |

Из диаграммы видно, что большая часть учащихся (6 человек) – 40% посещают волейбол.

33% (5человек) посещают – кулинарию и мастерицу.

20% (3 человека) – туризм.

13% (2 человека) – лыжную

6% (1 человек) – хоккей и флорбол.

При вычислении я применяла свойство нахождения процентов от числа.

Для того чтобы найти, сколько процентов составляет посещаемость кружков, надо количество человек, посещающих тот или иной кружок умножить на 100 и разделить на 15 (количество человек в классе).

1. 6\*100 = 40% (волейбол и не посещают кружков вообще)

 15

1. 2\*100 = 13% (лыжная)

 15

1. 3\*100 = 20% (туризм)

 15

1. 1\*100 = 6% (хоккей и флорбол)

 15

1. 5\*100 = 33% (кулинария и мастерица)

 15

Вывод: исследовала посещаемость кружков, применила свойство нахождения процентов от числа, составила таблицу и диаграмму.

Заключение

В ходе проделанной работы я узнала, что сложные проценты – это проценты, полученные на начисленные проценты.

Формула сложного процента - это формула, по которой рассчитывается итоговая сумма с учётом начисления процентов. Подробнее изучила правила нахождения процентов. Сделала подборку и решила задачи из ЕГЭ – 11 классов и ГИА – 9 классов. Исследовала бюджет семьи и посещаемость кружков, учащихся моего класса. Результаты занесла в таблицы и диаграммы. Освоила навыки работы в текстовом редакторе и поработала с ресурсами интернета. В процессе выполнения работы я узнала много нового, думаю, что пригодится в учебе.

Литература

1 «Внеклассная работа по математике», Альхова З.Н., Макеева А.В., Саратов ОАО Издательство «Лицей»,2003.

2.«Готовимся к ЕГЭ по математике», Семенко Е.А. и др., Краснодар, Просвещение-Юг, 2005.

3. Дорофеев Г.В., Седова Е.А. Процентные вычисления. М. Дрофа 2003.

4. Учебно-тренировочные материалы для подготовки к ЕГЭ. «Математика», Денищева Л.О., Гдазков Ю.А. и др., М: Интеллект- Центр, 2003, 2005, 2006, 2007.

Приложение

Задача №1.

Рассчитайте, что выгоднее для вкладчика: получить 20 000 рублей сегодня или получить 35 000 рублей через 3 года, если процентная ставка равна 17%.

Ответ. Получить 35000 рублей через 3 года является более выгодным решением, при данном значении процентной ставки.

Задача №2.

Сколько лет потребуется, для того чтобы из 1000 рублей, положенных в банк, стало 20000 рублей, если процентная ставка равна 14% годовых?

Ответ. 1000 рублей увеличится до 20000 рублей при 14% годовой ставке за 22,86 года

Задача №3

Какой должна быть ставка ссудного процента, чтобы 10 000 рублей увеличились до 30 000 рублей, за срок вклада 5 лет?

Ответ. 10 000 рублей увеличатся до 30 000 рублей за 5 лет при ставке ссудного процента 24,573%

Задача №4

Банк предлагает вклад «студенческий». По этому вкладу, сумма, имеющаяся на 1 января, ежегодно увеличивается на одно и то же число процентов. Вкладчик положил 1 января 1000 руб. и в течение 2 лет не производил со своим вкладом никаких операций. В результате вложенная им сумма увеличилась до 1210 руб. На сколько процентов ежегодно увеличивалась сумма денег, положенная на этот вклад?

Ответ: сумма ежегодно увеличивалась на 10%.

Задача №5

Банк выплачивает вкладчикам каждый год 8% от внесенной суммы. Клиент сделал вклад в размере 200000рублей. какая сумма будет лежать на его счете через 5 лет, 10 лет?

Ответ:280000 рублей, 360000 рублей.

Задача №6

Клиент имел в банке счет, по которому начислялась 6% годовых. После того как банк предложил новые виды вкладов, он снял с этого счета все деньги и 2000рублей положил на вклад, по которому начислялось 8% годовых, а остальные – на вклад с 9% годовых. В результате его годовой доход оказался на 130 рублей больше. Чем по прежнему вкладу. Сколько всего денег он внес на новые вклады? Ответ: 5000 рублей

Задача № 7

За хранение денег Сбербанк начисляет вкладчику 8% годовых. Вкладчик положил на счет 5000 р. и решил в течение пяти лет не снимать деньги со счета и не брать процентные начисления. Сколько денег будет на счете вкладчика через год? через два года? через пять лет?

Ответ: Вычисляя последовательно, найдем, что через пять лет на счете вкладчика будет 7346 р. 64 к.