Курсовая работа

**Расчёт параметров изгиба однопролётной балки со свободно опёртым и упруго защемленным концами**

Дано:

L = 6.8 м = 680 см.

q0 = 22.2 кгс/см

E = 210000 МПа

J = 5800 см4

æ = 0.93

1. Дифференциальное уравнение изгиба призматической балки имеет следующий вид:

EJWIV (x) = q (x) (1)

После четырёхкратного интегрирования дифференциального уравнения изгиба балки (1) общий интеграл этого уравнения представляется выражением:

, (2)



в котором величины **А, В, С, D** являются постоянными интегрирования, определяемые исходя из граничных условий по концам рассматриваемой балки.

2. Граничные условия для параметров изгиба балки на её левом конце при значении **х = 0** имеют вид:

W(0) = 0 (3)

WII (0) = 0 (4)

На правом конце балки при значении **х = L** граничные условия для параметров изгиба имеют вид:

W(L) = 0 (5)

(6)



3. В связи с тем, что в конкретном рассматриваемом примере на заданную однопролётную балку действует равномерно распределённая внешняя нагрузка интенсивностью **q(x)= q0 = const,** дифференциальное уравнение (1) изгиба призматической балки будет иметь вид:

EJWIV (x) = q 0, (7)

а выражение (2) для общего интеграла дифференциального уравнения (7) будет:

(8)



Для подчинения общего интеграла (8) дифференциального уравнения (7) граничным условиям (3), (4), (5). (6) необходимо предварительно получить выражения для первой и второй производных от общего интеграла (8), которые будут иметь соответственно вид:

(9)



(10)



Если подчинить выражение общего интеграла (8) граничному условию (3), то в результате получим, что

W(0) = D,

откуда следует, что величина **D** будет равна:

D = 0 (11)

Если воспользоваться граничным условием (4), то подставляя в выражение (10) значение **х = 0**, в результате получим, что

WII(0)=В,

откуда следует, что величина В будет равна:

В = 0 (12)

Подчиняя выражение общего интеграла (8) граничному условию (5), получим, что

(13)



Воспользовавшись выражениями (9) и (10), из граничного условия (6) получим следующую зависимость:

(14)



или

,



откуда после преобразований и приведения подобных членов, получается выражение вида

(15)



Выражения (14) и (15) в окончательном виде преобразуются к уравнениям относительно двух неизвестных величин **А** и **С**, которые образуют систему двух алгебраических уравнений:

(16)



Для решения системы уравнений (16) можно воспользоваться методом миноров.

(17)



значения неизвестных величин **А** и **С** будут определяться следующими формулами:

; (18)



, (19)



где:

**Δ0** – определитель системы уравнений (17), составляемый из коэффициентов при неизвестных величинах **А** и **С**:



ΔА - определитель системы уравнений (17), составляемый из коэффициентов правой части **С1** и **С2** и коэффициентов при неизвестной величине **С**:



**ΔС** - определитель системы уравнений (17), составляемый из коэффициентов при неизвестной величине **А** и из коэффициентов правой части **С1** и **С2**:



Учитывая вышеприведенные формулы, получим следующие выражения:

,



которые после несложных преобразований примут вид:



Тогда, учитывая выражения (18) и (19), значения величин **А** и **С** будут определяться формулами:

(20)



(21)



в которых введены обозначения:

(22)



(23)



4. Общий интеграл (8) дифференциального уравнения (7), являющийся выражением, описывающим характер изменения прогиба **W(x)** по длине рассматриваемой однопролётной статически неопределимой балки, после подстановки значений величин **А** и **С,** запишется:



5. Общий интеграл приведенный к виду с безразмерными значениями переменного аргумента:

(24)



6. Значения изгибающих моментов **M(x)**, действующих на балку в любом сечении по её длине, определяются второй производной по прогибу балки, которая учитывая полученную формулу (24) преобразуется к виду:



или к выражению, содержащему «безразмерную» переменную величину, равную отношению «**х/L**»:

(25)



На основании формулы (25) может быть построена эпюра значений изгибающих моментов **M(x)**.

Для определения экстремального значения изгибающего момента в пролёте балки **Mпр** необходимо в первую очередь определить значение координаты **(xпр)** расположения этого изгибающего момента **Mпр**. Для определения значения координаты **(xпр)** необходимо получить выражение для первой производной от выражения (25):

(26)



Тогда значение координаты **(xпр)**, где изгибающий момент будет иметь экстремальное значениеMпр, определится из условия:



или, учитывая выражение (26), из следующего уравнения:

,



откуда

(xпр) (27)



Тогда экстремальное значениеMпр будет равно:

(28)



Наибольшее значение изгибающий момент M(x), исходя из характера его распределения по длине балки, может иметь или в районе упругой заделки при **х = L** (значениеMоп) или при x = xпр (значениеMпр).

Значение **Mоп**определим из выражения (25), подставляя в последнее значение координаты **х = L:**

(29)



7. Коэффициент опорной пары **æ** определяется отношением значения изгибающего момента, действующего в районе упругой заделки **Mоп**, к значению изгибающего момента в этом районе при условии абсолютно жёсткого защемления **Mжз**:

æ (30)



Значение изгибающего момента **Mжз** в районе упругой заделки в предположении его абсолютно жёсткого защемления определится из формулы (29), если в последней предположить, что коэффициент податливости заделки **or** равен нулю:

, (31)



тогда на основании формул (29), (30), (31) получим выражение, определяющее значение коэффициента опорной пары **æ** упруго защемлённого конца рассматриваемой статически неопределимой однопролётной балки:

æ (32)



Из формулы (32) может быть установлена зависимость коэффициента податливости упругой заделки **or** через значения коэффициента опорной пары **æ:**

(33)



Использование формулы (33) позволяет выразить значения коэффициентов АI и СI при постоянных интегрирования А и С, определяемых формулами (22) и (23), выражениями, содержащими только значения коэффициентов опорной пары **æ:**

(34)



(35)



Тогда экстремальное значения изгибающего момента в пролёте балки **Mпр** и значения опорного изгибающего момента в районе упругого защемления **Mоп** будут определяться соответственно следующими выражениями через значения коэффициентов опорной пары **æ:**

(36)



(37)



А значение координаты **(xпр)** расположения экстремального значения изгибающего момента в пролёте балки **Mпр** в соответствии с формулой (27) определится выражением:

(38)



8. Значения перерезывающих сил **N (x)**, действующих на балку в любом сечении по её длине, определяются известной зависимостью Журавского:

,



которая, учитывая формулу (25), для рассматриваемой однопролётной статически неопределимой балки преобразуется к виду:

(39)



Из формулы (39) следует, что перерезывающие силы распределяются по длине балки по линейному закону, то есть по прямой линии, поэтому для построения эпюры перерезывающих сил достаточно определить значения перерезывающей силы в двух крайних точках, а именно в начале координат:

(40)



и в районе упругой заделки (при x = L):

(41)



Откуда видно, что выполняется следующее очевидное соотношение



9. Расчет значений параметров изгиба однопролетной балки со свободно опертым и упруго защемленным концами.

В этом случае, исходя из формул (34) и (35)

;



,



а координата (xпр) расположения экстремального значения изгибающего момента в пролёте балки **Mпр** в соответствии с формулой (27) будет равна:



или в безразмерном относительном виде:

0.383



Экстремальное значение изгибающего момента в пролёте балки **Mпр** и значение опорного изгибающего момента в районе упругого защемления **Mоп** в соответствии с формулами (25) и (29) будут равны:

Mпр =M(260,8) - 755359 *кг\*с\*см*



1194621 *кг\*с\*см*



Определим значение перерезывающей силы в начале координат (на левой опоре) на основании формулы (40):

N(0) = - 5791 H.

На основании формулы (41) определим значение перерезывающей силы в районе упругого защемления балки (на правой опоре):

N(L) = 9305 H.

Отметим, что перерезывающая сила **N** в районе действия экстремального значения изгибающего момента **Mпр** в пролёте балки имеет нулевое значение:

,00 Н.

