РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА

ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Метрология, стандартизация и технические измерения

# Специфика проведения измерений и обработки результатов

# Задание 1. Однократное измерение

Условие задания

При однократном измерении физической величины получено показание средства измерения X = 10. Определить, чему равно значение измеряемой величины, если экспериментатор обладает априорной информацией о средстве измерений и условиях выполнения измерений согласно данным таблицы 1.

Экспериментальные данные:



Информация о средстве измерения:

Вид закона распределения нормальный

Значение оценки среднего квадратичного отклонения 

Доверительная вероятность 

Мультипликативная поправка 

Расчет

Предел, в котором находится значение измеряемой величины без учета поправки определяется как:

; ,

где Е - доверительный интервал. Значение Е определяется в зависимости от закона распределения вероятности результата измерения. Для нормального закона

,

где t - квантиль распределения для заданной доверительной вероятности. Его выбирают из таблицы интегральной функции нормированного нормального распределения , при этом следует учитывать, что . t = 1,64 при P=0,9

.

Используя правила округления, получим:

.

С учетом поправки значение измеряемой величины определяется как:

; .

Вносим мультипликативную поправку:

, ,.

Записываем результат:

<Q<; P=0,9

## Задание 2. Многократное измерение

Условие задания

При многократном измерении одной и той же физической величины получена серия из 24 результатов измерений . Эти результаты после внесения поправок представлены в таблице. Определить результат измерения.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|  | 485 | 484 | 486 | 482 | 483 | 484 | 484 | 481 |
|  | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|  | 485 | 485 | 485 | 492 | 484 | 481 | 480 | 481 |
|  | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |
|  | 484 | 485 | 485 | 484 | 483 | 483 | 485 | 492 |

Для обработки результатов измерений необходимо исключить ошибки. Число измерений лежит в диапазоне 10…15<n<40…50. Поэтому исключение ошибок проводится на основе  критерия.

Определяем среднее арифметическое и среднеквадратическое отклонение результатов измерений.



Далее определяем значения  критерия для каждого значения результата измерений  по формуле:



В соответствии с доверительной вероятностью  с учетом  находим из соответствующей таблицы значение , которое зависит от числа измерений  и .



При  , следовательно значение 492 исключаем как ошибку.

Исключение ошибок продолжается до тех пор, пока не будет выполнятся условие .



|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|  | 485 | 484 | 486 | 482 | 483 | 484 | 484 | 481 |
|  | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|  | 485 | 485 | 485 | 484 | 481 | 480 | 481 | 484 |
|  | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 |  |  |
|  | 485 | 485 | 484 | 483 | 483 | 485 |  |  |



Заново определяем значения  критерия для каждого значения результата измерений  по формуле:



В соответствии с доверительной вероятностью  с учетом  находим из соответствующей таблицы значение , которое зависит от числа измерений  и .



Условие  выполняется для всех результатов измерений.

Следующим шагом анализа является проверка гипотезы о нормальности распределения оставшихся результатов измерений. Проверка выполняется по составному критерию, так как количество результатов измерений лежит в диапазоне 10…15<n<40…50.

Применяя первый критерий, следует вычислить отношение:



и сравнить с  и .

Задаемся рекомендуемой доверительной вероятностью  и для уровня значимости  определяем из соответствующей таблицы квантили распределения  и .



Значение  соответствует условию . Первый критерий выполняется.

Применяя второй критерий, задаемся рекомендуемой доверительной вероятностью  и для уровня значимости  с учетом  по соответствующим таблицам определяем значения  и .



Для  из таблицы для интегральной функции нормированного нормального распределения  определяем значение  и рассчитываем E:

, 

Используя правила округления, получим:



Далее сравниваем значения  и .

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|  | 1,41 | 0,41 | 2,41 | 1,59 | 1,59 | 0,41 | 0,41 | 1,59 |
|  | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|  | 1,41 | 1,41 | 1,41 | 0,41 | 2,59 | 3,59 | 2,59 | 0,41 |
|  | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 |  |  |
|  | 1,41 | 1,41 | 0,41 | 0,59 | 0,59 | 1,41 |  |  |

Мы видим, что не более m разностей превосходят , следовательно второй критерий, а вместе с тем и составной критерий выполняется полностью. Закон распределения можно признать нормальным с вероятностью .

Определяем стандартное отклонение среднего арифметического.

Так как закон распределения нормальный, то стандартное отклонение среднего арифметического определяется следующим образом:



Определяем доверительный интервал

Закон распределения нормальный, следовательно доверительный интервал для заданной доверительной вероятности  определяется из распределения Стьюдента , где  определяется из соответствующей таблицы.

, 

Используя правила округления, получим:



Результат измерений запишется в виде:



**Задание 3. Обработка результатов нескольких серий измерений**

Условие задания

При многократных измерениях одной и той же величины получены две серии по 12 () результатов измерений в каждой. Эти результаты после внесения поправок представлены в таблице. Вычислить результат многократных измерений.

Серия измерений 1.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|  | 485 | 484 | 486 | 482 | 483 | 484 |
|  | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|  | 484 | 481 | 485 | 485 | 485 | 492 |

Серия измерений 2.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|  | 484 | 481 | 480 | 481 | 484 | 485 |
|  | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|  | 485 | 484 | 483 | 483 | 485 | 492 |

Обработка результатов производится для каждой серии отдельно.

Для обработки результатов серий измерений необходимо исключить ошибки. Число измерений лежит в диапазоне 10…15<n<40…50. Поэтому исключение ошибок проводится на основе  критерия.

Серия измерений 1.

Определяем среднее арифметическое и среднеквадратическое отклонение результатов серии измерений 1.



Далее определяем значения  критерия для каждого значения результата серии измерений  по формуле:



В соответствии с доверительной вероятностью  с учетом  находим из соответствующей таблицы значение , которое зависит от числа измерений  и .



При  , следовательно, значение 492 исключаем как ошибку.

Исключение ошибок продолжается до тех пор, пока не будет выполнятся условие .



|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|  | 485 | 484 | 486 | 482 | 483 | 484 |
|  | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |  |
|  | 484 | 481 | 485 | 485 | 485 |  |



Заново определяем значения  критерия для каждого значения результата серии измерений  по формуле:



В соответствии с доверительной вероятностью  с учетом  находим из соответствующей таблицы значение , которое зависит от числа измерений  и .



Условие  выполняется для всех результатов серии измерений.

Следующим шагом анализа является проверка гипотезы о нормальности распределения оставшихся результатов серии измерений. Проверка выполняется по составному критерию, так как количество результатов серии измерений лежит в диапазоне 10…15<n<40…50.

Применяя первый критерий, следует вычислить отношение:



и сравнить с  и .

Задаемся рекомендуемой доверительной вероятностью  и для уровня значимости  определяем из соответствующей таблицы квантили распределения  и .



Значение  соответствует условию . Первый критерий выполняется.

Применяя второй критерий, задаемся рекомендуемой доверительной вероятностью  и для уровня значимости  с учетом  по соответствующим таблицам определяем значения  и .



Для  из таблицы для интегральной функции нормированного нормального распределения  определяем значение  и рассчитываем E:

, .

Используя правила округления, получим:



Далее сравниваем значения  и .

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|  | 1 | 0 | 2 | 2 | 1 | 0 |
|  | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |  |
|  | 0 | 3 | 1 | 1 | 1 |  |

Мы видим, что не более  разностей превосходят значение . Следовательно, второй критерий, а вместе с тем и составной критерий выполняются полностью. Закон распределения можно признать нормальным с вероятностью

.

Серия измерений 2.

Определяем среднее арифметическое и среднеквадратическое отклонение результатов серии измерений 2.



|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|  | 484 | 481 | 480 | 481 | 484 | 485 |
|  | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|  | 485 | 484 | 483 | 483 | 485 | 492 |



Далее определяем значения  критерия для каждого значения результата серии измерений  по формуле:



В соответствии с доверительной вероятностью  с учетом  находим из соответствующей таблицы значение , которое зависит от числа измерений  и .



При  , следовательно значение 492 исключаем как ошибку.

Исключение ошибок продолжается до тех пор, когда не будет выполнятся условие .



|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|  | 484 | 481 | 480 | 481 | 484 | 485 |
|  | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |  |
|  | 485 | 484 | 483 | 483 | 485 |  |



Заново определяем значения  критерия для каждого значения результата серии измерений  по формуле:



В соответствии с доверительной вероятностью  с учетом  находим из соответствующей таблицы значение , которое зависит от числа измерений  и .



Условие  выполняется для всех результатов серии измерений.

Следующим шагом анализа является проверка гипотезы о нормальности распределения оставшихся результатов серии измерений. Проверка выполняется по составному критерию, так как количество результатов серии измерений лежит в диапазоне 10…15<n<40…50.

Применяя первый критерий, следует вычислить отношение:



и сравнить с  и .

Задаемся рекомендуемой доверительной вероятностью  и для уровня значимости  определяем из соответствующей таблицы квантили распределения  и .



Значение  соответствует условию . Первый критерий выполняется.

Применяя второй критерий, задаемся рекомендуемой доверительной вероятностью  и для уровня значимости  с учетом  по соответствующим таблицам определяем значения  и .



Для  из таблицы для интегральной функции нормированного нормального распределения  определяем значение  и рассчитываем E:

, .

Используя правила округления, получим:



Далее сравниваем значения  и .

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|  | 0,82 | 2,18 | 3,18 | 2,18 | 0,82 | 1,82 |
|  | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |  |
|  | 1,82 | 0,82 | 0,18 | 0,18 | 1,82 |  |

Мы видим, что не более  разностей  превосходят значение . Следовательно второй критерий, а вместе с тем и составной критерий выполняется полностью. Закон распределения можно признать нормальным с вероятностью .

Далее необходимо проверить значимость различия средних арифметических серий.

Для этого необходимо вычислить моменты закона распределения разности:



Задавшись доверительной вероятностью , определяем из соответствующих таблиц интегральной функции нормированного нормального распределения  значение  и сравниваем  с .



Условие  выполняется. Различие между средними арифметическими в сериях с доверительной вероятностью  можно признать незначимым.

Далее необходимо проверить равнорассеянность результатов измерений в сериях.

Для этого определяем значение:



И, задавшись доверительной вероятностью , определяем из соответствующих таблиц значение аргумента интегральной функции распределения вероятности Фишера .



Условие  выполняется. Серии с доверительной вероятностью  считаем рассеянными.

Выше было показано, что серии равнорассеяны и с незначимым различием средних арифметических. Исходя из этого все результаты измерений объединяются в единый массив и затем для него выполняется обработка по алгоритму, согласно которому необходимо определить оценку результата измерения  и среднеквадратического отклонения .



Задавшись доверительной вероятностью , определяем из таблиц распределения Стьюдента значение  для числа степеней свободы



Затем определяем доверительный интервал :





Используя правила округления, получим:



Результат измерений запишется в виде:

.

**Задание 4. Функциональные преобразования результатов измерений (косвенные измерения)**

Условие задания

При многократных измерениях независимых величин  и  получено по 12 (n) результатов измерений. Эти результаты после внесения поправок представлены в таблице 2. Определить результат вычисления , (вид функции  и характер величин  представлены в таблице 3).

Вид функциональной зависимости .

Характер и единицы величин:

- ЭДС, мВ;

 - сопротивление, Ом;

 - сила тока, А.

Обработка результатов измерений величин  и  проведена в задании 3 первой расчетно-графической работы.

Средние значения и среднеквадратические отклонения для величин  и  имеют вид





Гипотеза о нормальности распределения величин  и  подтверждается.

Определим оценку среднего значения функции:



Определим поправку



Определим оценку стандартного отклонения функции



Определяем доверительный интервал для функции



Законы распределения вероятности результатов измерения  и  признаны нормальными,  можно определить для принятой доверительной вероятности  из таблиц для распределения Стьюдента. При этом число степеней свободы  определяется из выражения



Используя правила округления, получим:



Результат запишется в виде:



Задание 5. Обработка экспериментальных данных при изучении зависимостей

Условие задания

При многократных совместных измерениях величин  и  получено по 20 (n) пар результатов измерений. Эти результаты после внесения поправок представлены в таблице 4. Определить уравнение регрессии  по : .

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|  | 61;602 | 62;613 | 63;620 | 64;631 | 65;639 | 66;648 | 67;656 |
|  | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
|  | 68;662 | 69;667 | 70;682 | 9;87 | 19;188 | 29;286 | 39;386 |
|  | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |  |
|  | 49;485 | 59;575 | 69;667 | 79;770 | 89;868 | 99;966 |  |

В качестве прямой регрессии будем использовать прямую вида

.

Параметры прямой определим по методу наименьших квадратов.



Далее проверяем правильность выбора вида уравнения регрессии. Для этого следует применить критерии серий и инверсий.

Рассчитываем отклонения экспериментальных значений от соответствующих расчетных значений, рассчитанных для того же аргумента:



|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|  | -4,67 | -0,67 | 0,33 | 3,33 | 5,33 | -1,67 | 5,93 |
|  | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
|  | 7,23 | 4,53 | 5,83 | 4,13 | 3,43 | 1,73 | -1,97 |
|  | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |  |
|  | -6,67 | -6,67 | -1,37 | -0,67 | 0,33 | 1,33 |  |

последовательность ∆Yi записана по мере возрастания Х

Критерий серий:

Рассчитываем число серий в полученной последовательности: N=6

Задавшись доверительной вероятностью  , для n=20 определяем по таблице допустимые границы  и :



Критерий инверсий:

Рассчитываем число инверсий А в полученной последовательности : А=106.

Задавшись доверительной вероятностью   для n=20 определяем по таблице допустимые границы  и :



Оба неравенства выполняются  и . Поэтому можно считать, что рассчитанное уравнение регрессии достоверно описывает экспериментально исследуемую зависимость.