**Содержание**

1. Понятие о средних величинах
2. Виды средних
3. Показатели вариации
4. Методические указания и решение типовых задач

Список использованной литературы

**1. Понятие о средних величинах**.

Как правило, многие признаки единиц статистических совокупностей различны по своему значению, например, заработная плата рабочих одной профессии какого- либо предприятия не одинакова за один и тот же период времени, различны урожайность сельскохозяйственных культур в хозяйствах района и цены на рынке на одинаковую продукцию и т.д. Поэтому, чтобы определить значение признака, характерное для всей изучаемой совокупности единиц, прибегают к расчету средних величин.

Средней величиной в статистике называется обобщающий показатель, характеризующий типичный уровень явления в конкретных условиях места и времени, отражающий величину варьирующего признака в расчете на единицу качественно однородной совокупности. В экономической практике используется широкий круг показателей, вычисленных в виде средних величин.

Например, обобщающим показателем доходов рабочих акционерного общества (АО) служит средний доход одного рабочего, определяемый отношением фонда заработной платы и выплат социального характера за рассматриваемый период (год, квартал, месяц) к численности рабочих АО. Для лиц с достаточно однородным уровнем доходов, например, работников бюджетной сферы и пенсионеров по старости (исключая имеющих льготы и дополнительные доходы) можно определить типичные доли расходов на покупку предметов питания. Так можно говорить о средней продолжительности рабочего дня, среднем тарифном разряде рабочих, среднем уровне производительности труда и т.д.

Вычисление среднего – один из распространенных приемов обобщения; средний показатель отражает то общее, что характерно (типично) для всех единиц изучаемой совокупности, в то же время он игнорирует различия отдельных единиц. В каждом явлении и его развитии имеет место сочетание случайности и необходимости. При исчислении средних в силу действия закона больших чисел случайности взаимопогашаются, уравновешиваются, поэтому можно абстрагироваться от несущественных особенностей явления, от количественных значений признака в каждом конкретном случае. В способности абстрагироваться от случайности отдельных значений, колебаний и заключена научная ценность средних как обобщающих характеристик совокупностей.

Там, где возникает потребность обобщения, расчет таких характеристик приводит к замене множества различных индивидуальных значений признака средним показателем, характеризующим всю совокупность явлений, что позволяет выявить закономерности, присущие массовым общественным явлениям, незаметные в единичных явлениях.

Средняя отражает характерный, типичный, реальный уровень изучаемых явлений, характеризует эти уровни и их изменения во времени и в пространстве.

Средняя – это сводная характеристика закономерностей процесса в тех условиях, в которых он протекает.

Анализ средних выявляет, например, закономерности изменения производительности труда, заработной платы рабочих отдельного предприятия на определенном этапе его экономического развития, изменения климата в конкретном пункте земного шара на основе многолетних наблюдений средней температуры воздуха и др.

Однако для того, чтобы средний показатель был действительно типизирующим, он должен определяться не для любых совокупностей, а только для совокупностей, состоящих из качественно однородных единиц. Это является основным условием научно обоснованного использования средних.

Средние, полученные для неоднородных совокупностей, будут искажать характер изучаемого общественного явления, фальсифицировать его, или будут бессмысленными. Так, если рассчитать средний уровень доходов служащих какого-либо района, то получится фиктивный средний показатель, поскольку для его исчисления использована неоднородная совокупность, включающая в себя служащих предприятий различных типов (государственных, совместных, арендных, акционерных), а также органов государственного управления, сферы науки, культуры, образования и т.п. В таких случаях метод средних используется в сочетании с методом группировок, позволяющим выделить однородные группы, по которым и исчисляются типические групповые средние.

Групповые средние позволяют избежать «огульных» средних, обеспечивают сравнение уровней отдельных групп с общим уровнем по совокупности, выявление имеющихся различий и т.д.

Однако нельзя сводить роль средних только к характеристике типических значений признаков в однородных по данному признаку совокупностях. На практике современная статистика использует так называемые системные средние, обобщающие неоднородные явления (характеристика государства, единой народнохозяйственной системы: например, средний национальный доход на душу населения, средняя урожайность зерновых по всех стране, средний реальный доход на душу населения, среднее потребление продуктов питания на душу населения, производительность общественного труда).

В современных условиях развития рыночных отношений в экономике средние служат инструментом изучения объективных закономерностей социально-экономических явлений. Однако в экономическом анализе нельзя ограничиваться лишь средними показателями, так как за общими благоприятными средними могут скрываться и крупные серьезные недостатки в деятельности отдельных хозяйствующих субъектов, и ростки нового, прогрессивного. Так, например, распределение населения по доходу позволяет выявлять формирование новых социальных групп. Поэтому наряду со средними статистическими данными необходимо учитывать особенности отдельных единиц совокупности.

Средняя должна исчисляться для совокупности, состоящей из достаточно большого числа единиц, так как в этом случае согласно закону больших чисел взаимопогашаются случайные, индивидуальные различия между единицами, и они не оказывают существенного влияния на среднее значение, что способствует проявлению основного, существенного, присущего всей массе. Если основываться на среднем из небольшой группы данных, то можно сделать неправильные выводы, поскольку такой средний показатель будет отражать значительное влияние индивидуальных особенностей, т.е. случайных моментов, не характерных для изучаемой совокупности в целом.

Каждая средняя характеризует изучаемую совокупность по какому-либо одному признаку, но для характеристики любой совокупности, описания ее типических черт и качественных особенностей нужна система средних показателей. Поэтому в практике отечественной статистики для изучения социально-экономических явлений, как правило, исчисляется система средних показателей. Так, например, показатели средней заработной платы оцениваются совместно с показателями средней выработки, фондовооруженности и энерговооруженности труда, степенью механизации и автоматизации работ и др.

Средняя должна вычисляться с учетом экономического содержания исследуемого показателя. Поэтому для конкретного показателя, используемого в социально-экономическом анализе, можно исчислить только одно истинное значение средней на базе научного способа расчета.

**2. Виды средних**

В каждом конкретном случае применяется одна их средних величин: арифметическая, гармоническая, геометрическая, квадратическая, кубическая и т.д.

Средняя арифметическая

Наиболее распространенным видом средних является средняя арифметическая. Она применяется в тех случаях, когда объем варьирующего признака всей совокупности является суммой значений признаков отдельных единиц. Для общественных явлений характерна аддитивность, т.е. суммарность объемов варьирующего признака, этим определяется область применения средней арифметической и объясняется ее распространенность как обобщающего показателя. Так, например: общий фонд заработной платы - это сумма заработных плат всех работников, валовый сбор урожая – сумма произведенной продукции со всей повседневной площади.

Средняя гармоническая

При расчете средних показателей помимо средней арифметической могут использоваться и другие виды средних. Однако любая средняя величина должна вычисляться так, чтобы при замене ею каждого варианта осредняемого признака не изменялся итоговый, обобщающий, или, как его принято называть определяющий показатель, который связан с осредняемым показателем.

Следовательно, в каждом конкретном случае в зависимости от характера имеющихся данных, существует только одно истинное среднее значение показателя, адекватное свойствам и сущности изучаемого социально-экономического явления.

Средняя геометрическая

Средняя геометрическая применяется в тех случаях, когда индивидуальные значения признака представляют собой, как правило, относительные величины динамики, построенные в виде цепных величин, как отношение к предыдущему уровню каждого уровня в ряжу динамики, т.е. характеризует средний коэффициент роста.

Наиболее широкое применение средняя геометрическая получила для определения средних темпов изменения в рядах динамики, а также в рядах распределения.

Средняя квадратическая и кубическая

В ряде случаев в экономической практике возникает потребность расчета среднего размера признака, выраженного в квадратных или кубических единицах измерения. Тогда применятся средняя квадратическая и средняя кубическая.

### 3. Показатели вариации

Вариация – это различие в значениях какого- либо признака у разных единиц данной совокупности в один и тот же период или момент времени. Например, работники фирмы различаются по доходам, затратам времени на работу, росту, весу, любимому занятию в свободное время и т.д. Она возникает в результате того, что индивидуальные значения признака складываются под совокупным влиянием разнообразных факторов (условий), которые по-разному сочетаются в каждом отдельном случае. Таким образом, величина каждого варианта объективна.

Исследование вариации в статистике имеет большое значение, помогает познать сущность изучаемого явления. Особенно актуально оно в период формирования многоукладной экономики. Измерение вариации, выяснение ее причины, выявление влияния отдельных факторов дает важную информацию (например, о продолжительности жизни людей, доходах и расходах населения, финансовом положении предприятия и т.п.) для принятия научно обоснованных управленческих решений.

Средняя величина дает обобщающую характеристику признака изучаемой совокупности, но она не раскрывает строения совокупности, которое весьма существенно для ее познания. Средняя не показывает, как располагаются около нее варианты усредняемого признака, сосредоточены ли они вблизи средней или значительно отклоняются от нее. Средняя величина признака в двух совокупностях может быть одинаковой, но в одном случае все индивидуальные значения отличаются от нее мало, а в другом – эти отличия велики, т.е. в одном случае вариация признака мала, а в другом – велика, это имеет весьма важное значение для характеристики надежности средней величины.

Чем больше варианты отдельных единиц совокупности различаются между собой, тем больше они отличаются от своей средней, и наоборот, - чем меньше варианты отличаются друг от друга, тем меньше они отличаются от средней, которая в таком случае будет более реально представлять всю совокупность. Вот почему ограничиваться вычислением одной средней в ряде случаев нельзя. Нужны и показатели, характеризующие отклонения отдельных значений от общей средней.

**4. Методические указания и решение типовых задач**

Средняя является обобщающей характеристикой совокупности единиц по качественно однородному признаку.

В статистике применяются различные виды средних: арифмети­ческая, гармоническая, квадратическая, геометрическая и структур­ные средние — мода, медиана. Средние, кроме моды и медианы, исчисляются в двух формах: простой и взвешенной. Выбор формы средней зависит от исходных данных и содержания определяемого показателя. Наибольшее распространение получила средняя ариф­метическая, как простая, так и взвешенная.

Средняя арифметическая простая равна сумме значений признака, деленной на их число:

Σ х

х = ⎯⎯⎯⎯,



n

где х - значение признака (вариант);

n — число единиц признака.

Средняя арифметическая простая применяется в случаях, когда варианты представлены индивидуально в виде их перечня в любом порядке или ранжированного ряда.

Пример 1. Доходы пяти банков по операциям с ценными бума­гами за отчетный период составили: 0,4; 0,7; 0,8; 1,1; 1,2 тыс. руб.

Определить средний доход банка по данной операции.

Решение. Средний доход пяти банков по операциям с ценными бумагами равен

х = 4,2/5 = 0,84 тыс. руб.

Если данные представлены в виде дискретных или интервальных 1 рядов распределения, в которых одинаковые значения признака (х) объединены в группы, имеющие различное число единиц (f), назы­ваемое частотой (весом), применяется средняя арифметическая взвешенная:

Σ хf

х = ⎯⎯⎯⎯,

Σf

Пример 2. Имеются данные страховых организаций области числе заключенных договоров по личному добровольному страхованию.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № группы | Число договоров, тыс.  х | Число страховых организаций  f | Удельный вес страховых организаций,  d | Число заключенных договоров  xf | xd |
| I  II  III  IV  V | 20  26  30  32  36 | 6  10  15  16  3 | 12  20  30  32  6 | 120  260  450  512  108 | 2,4  5,2  9,0  10,24  2,16 |
| Итого | | 50 | 100 | 1450 | 29,0 |

Определить среднее число заключенных договоров в расчете на одну страховую организацию области.

Решение. Среднее число договоров на одну страховую органи­зацию определяется отношением общего числа заключенных дого­воров к числу страховых организаций:

20 • 6 + 26 • 10 + 30 • 15 + 32 • 16 + 36 • 3 1450

————————————————— = —— = 29 тыс.

50 50

В качестве весов могут быть использованы относительные величины, выраженные в процентах (d). Метод расчета средней не изменится:

Σ хd

х = ⎯⎯⎯⎯,

Σd

Если проценты заменить коэффициентами (Σd = 1), то х = Σxd.

х = 20 • 0,12 + 26 • 0,2 + 30 • 0,3 + 32 • 0,32 + 36 .0,06 = 29,0 тыс.

Пример 3. По данным выборочного наблюдения имеется следующее распределение фермерских хозяйств района по размерам угодий:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Хозяйства по размерам | Число хозяйств | Середина |  |
| группы | угодий, га |  | интервала |  |
|  | x | f | x` | xf |
| I | До40 | 20 | 35 | 700 |
| II | 40—50 | 40 | 45 | 1800 |
| Ш | 50—60 | 25 | 55 | 1375 |
| IV | 60—70 | 10 | 65 | 650 |
| V | Свыше 70 | 5 | 75 | 375 |
| Итого | | 100 | - | 4900 |

Определить средний размер угодья на одно фермерское хозяйство:

по району.

Решение. Для расчета средней из интервального ряда необходимо выразить варианты одним (дискретным) числом. Для закрытых ин­тервалов (группы II—IV) за дискретное число принимается средняя: арифметическая простая из верхнего и нижнего значений интервала. Для определения варианты в группах с открытыми интервалами группы I и V) предполагается, что для первой группы величина интервала равна интервалу второй группы, а в последней группе —интервалу предыдущей. Дальнейший расчет аналогичен примеру 2:

x = 4900/100 = 49 га.

В статистике приходится вычислять средние по вариантам, ко­торые являются групповыми (частными) средними. В таких случаях общая средняя определяется как средняя арифметическая взвешенная из групповых средних, в которой весами являются объемы единиц в группах.

Пример 4. Просроченная задолженность по кредитам акционер­ных обществ (АО) за отчетный период характеризуется следующими данными:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № АО | Задолженность по кредитам, тыс. руб.  f | Удельный вес просрочен­ной задолженности  х | Объем просроченной задолженности  х f |
| 1  2  3 | 2500  3000  1000 | 20  30  16 | 500  900  160 |
| Итого | 6500 | — | 1560 |

Определить средний процент просроченной задолженности АО.

Решение. Экономическое содержание показателя равно

Удельный вес просроченной задолженности, % =

объем просроченной задолженности

———————————————— • 100.

объем общей задолженности

Для расчета среднего процента просроченной задолженности надо сравнить суммарные показатели просроченной и общей задол­женности АО.

Наряду со средней арифметической применяется средняя гармо­ническая, которая вычисляется из обратных значений осредняемого признака и по форме может быть простой и взвешенной.

Пример 5. Доходы банков в отчетном году характеризуются сле­дующими показателями:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| №  банка | Средняя процентная ставка  x | Доход банка, тыс. руб.  М = xf | Сумма кредита M/x |
| 1  2 | 40  35 | 600  350 | 1500  1000 |
| Итого | — | 950 | 2500 |

Определить среднюю процентную ставку банков.

Решение. Основой выбора формы средней является реальное ,содержание определяемого показателя:

Ставка, % = (доход банка / сумма кредита) • 100.

Средняя процентная ставка равна отношению доходов банков к сумме их кредита. В данном примере отсутствуют прямые данные о кредитах. Но их суммы можно определить косвенным путем, разде­лив доход банка (М) на процентную ставку (x) (см. последнюю графу).

Приведенная формула называется средней гармонической взве­шенной, где веса представляют собой произведения процентной став­ки (х) на сумму кредита (f): М = xf.

Мода — значение признака, наиболее часто встречающееся в изу­чаемой совокупности. Для дискретных рядов распределения модой является вариант с наибольшей частотой.

Для интервальных вариационных рядов распределения мода рас­считывается по формуле.

где Мо —мода;

— нижняя граница модального интервала;

— величина модального интервала;

— частота модального интервала;

— частота интервала, предшествующего модальному;

— частота интервала, следующего за модальным.

Пример 6. Имеются данные о распределении работников пред­приятия по уровню среднемесячной заработной платы:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № группы | Заработная плата.  руб. | Число работников,  чел. | Сумма  накопленных частот |
| I | 500—600 | 10 | 10 |
| II | 600—700 | 30 | 40 |
| III | 700—800 | 70 | 110 |
| IV | 800—900 | 60 | — |
| V | 900—1000 | 25 | — |
| VI | Свыше 1000 | 5 | — |

Определить модальный размер заработной платы.

Решение. Первоначально по наибольшей частоте признака определим модальный интервал. Наибольшее число работников - 70 человек — имеют заработную плату в интервале 700—800 руб., который и является модальным.

Медианой называется вариант, расположенный в середине упо­рядоченного вариационного ряда, делящий его на две равные части.

В примере 1 медианой является величина признака, равная 0,8. В ранжированном ряду из четного числа членов медианой будет средняя арифметическая из двух вариантов, расположенных в середине ряда.

Медиана дискретного вариационного ряда определяется по сумме накопленных частот, которая должна превышать половину всего объема единиц совокупности.

Для интервальных вариационных рядов медиана рассчитывается по формуле.

где Me — медиана;

— нижняя граница медианного интервала;

— величина медианного интервала;

— сумма частот ряда;

— сумма накопленных частот ряда, предшествующих медианному интервалу;

— частота медианного интервала.

Пример 7. По данным примера 6 рассчитать медиану.

Решение. Определяем медианный интервал, в котором находится порядковый номер медианы. Для этого подсчитаем сумму частот накопленным итогом до числа, превышающего половину объема совокупности (200/2 = 100).

В графе «Сумма накопленных частот» значение 110 соответствует интервалу 700—800. Это и есть медианный интервал, в котором на­ходится медиана.

Из расчета видно, что половина работников предприятия имеют заработную плату до 785,7 руб., а половина — выше этой суммы.

Показатели вариации. Для измерения степени колеблемости от­дельных значений признака от средней исчисляются основные обобщающие показатели вариации: дисперсия, среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации.

Дисперсия — это средняя арифметическая квадратов откло­нений отдельных значений признака от их средней арифметической.

В зависимости от исходных данных дисперсия вычисляется по формуле средней арифметической простой или взвешенной:

* невзвешенная (простая);
* взвешенная.

Среднее квадратическое отклонение представляет собой ко­рень квадратный из дисперсии и равно:

* + невзвешенное;

— взвешенное.

В отличие от дисперсии среднее квадратическое отклонение является абсолютной мерой вариации признака в совокупности и вы­ражается в единицах измерения варьирующего признака (рублях, тоннах, процентах и т.д.).

Для сравнения размеров вариации различных признаков, а также для сравнения степени вариации одноименных признаков в нескольких совокупностях исчисляется относительный показатель вариации — коэффициент вариации (V), который представляет; собой процентное отношение среднего квадратического отклонения к средней арифметической:

По величине коэффициента вариации можно судить о степени вариации признаков, а следовательно, об однородности состава совокупности. Чем больше его величина, тем больше разброс значе­ний признака вокруг средней, тем менее однородна совокупность по составу.

Пример 8. Имеются выборочные данные о стаже работников коммерческих банков:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| стаж, лет | Среднесписочная  численность  работников, чел. f | Середина  интервала |  |  |  |  |
| до 3  3-5  5-7  7-9  свыше 9 | 10  48  28  10  4 | 2  4  6  8  10 | 20  192  168  80  40 | -3  -1  1  3  5 | 9  1  1  9  25 | 90  48  28  90  100 |
| Итого | 100 | - | 500 | - | - | 356 |

Определить:

1) средний стаж работников;

2) дисперсию;

3) среднее квадратическое отклонение;

4) коэффициент вариации.

Решение. 1. Средний стаж работников

x =500/100 =5 лет.

2. Дисперсия

356/100 =3,56 3,6;

3. Среднее квадратическое отклонение = 356/100 = 3.6 = 1,8867.

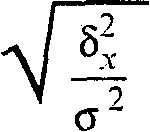
4. Коэффициент вариации = 1,8867/5-100=37,7%.

Правило сложения дисперсий (вариаций). Для статистической совокупности, сгруппированной по изучаемому признаку, возможно вычисление трех видов дисперсий: общей, частных (внутригрупповых) - и межгрупповой. Общая дисперсия характеризует вариацию всех единиц совокупности от общей средней, частные - вариацию признака в группах от групповой средней и межгрупповая — вариацию групповых средних от общей средней. Между указанными видами дисперсий существует соотношение, которое называют правилом сложения дисперсий: общая дисперсия равна сумме средней из частных дисперсий и межгрупповой:

Если основанием группировки является факторный признак, то с помощью правила сложения дисперсий можно измерить силу его влияния на результативный признак, вычислив коэффициент детерминации и эмпирическое корреляционное отношение.

Коэффициент детерминации равен отношению межгрупповой дисперсии к общей и показывает долю общей вариации результативного признака, обусловленную вариацией группировочного признака.

Корень квадратный из коэффициента детерминации называется эмпирическим корреляционным отношением:



По абсолютной величине он может изменяться от 0 до 1. Если = 0, группировочный признак не оказывает влияния на результа­тивный. Если = 1, изменение результативного признака полностью обусловлено группировочным признаком, т.е. между ними сущест­вует функциональная связь.

Пример 9. По данным выборочного обследования заработной платы работников бюджетной сферы получены следующие показатели:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Отрасль | Средняя заработ­ная плата, руб. | Численность работников, чел.  f | Дисперсия заработной платы |
| Здравоохранение Образование | 600  800 | 80  120 | 4 900  16900 |

Определить:

1) среднюю заработную плату работников по двум отраслям;

2) дисперсии заработной платы: а) среднюю из групповых дисперсий (отраслевых), б) межгрупповую (межотраслевую), в) общую;

3) коэффициент детерминации и эмпирическое корреляционное отношение.

Решение. 1. Средняя заработная плата работников по двум отраслям равна

2. а) Средняя из групповых дисперсий равна

б) Межгрупповая дисперсия равна

в) Применяя правила сложения дисперсий, получим общую дис­персию:

а) Коэффициент детерминации равен 0,4424, или 44,24%.

Он показывает, что оплата труда на 44,24% зависит от отрасле­вой принадлежности работников и на 55,76% — от внутриотраслевых причин.

б) Эмпирическое корреляционное отношение составляет, что свидетельствует о существенном влиянии на дифференциацию заработной платы отраслевых особенностей.

**Список использованной литературы**

1. Гусаров В.М. Теория статистики: Учебное пособие для вузов. – М.: Аудит, ЮНИТИ, 1998. – 247 с
2. Общая теория статистики Учеб. для вузов / В.С. Козло, Я.М. Эрлих и др. М.: Финансы и статистика, 1985
3. Практикум по статистике: Учебное пособие для вузов / под редакцией В.М. Симчеры / ВЗФЭИ. – М.: ЗАО "Финстатинформ", 1999. – 259 с
4. Ряузов Н.Н. Общая теория статистики: Учеб. для вузов. – М.: Финансы и статистика, 1984
5. Теория статистика: Учеб. для вузов / Под ред. Р.А. Шмойловой. – М.: Финансы и статистика, 1996