МПС РФ

Уральский государственный университет путей сообщения

Кафедра “Вагоны”

**Курсовой проект**

**По дисциплине “Строительная механика и динамика вагонов”**

Екатеринбург

2001

**Содержание**

1 Цель работы и решаемые задачи

2 Объект исследования

3 Динамическая система и метод расчета

3.1 Допущения по расчетной модели

3.2 Источник возмущений

3.3 Метод расчета и уравнения колебаний системы

3.4 Структура физико-математической модели динамической системы и ее топологическая модель

4 Инерционно-топологическая модель вагона

4.1 Характеристика инерционно-топологической подсистемы

4.2 Характеристики инерции

4.3 Математическая инерционная модель

5 Виброзащитная модель динамической системы

5.1 Характеристики рессорного подвешивания двухосной тележки грузового вагона

5.2 Нагруженность системы силами упругости и реакциями сил упругости

5.3 Математическая модель виброзащитной системы вагона

6 Внешняя нагруженность динамической системы

6.1 Физическая модель нагруженности вагона

6.2 Математическая модель внешних возмущающих нагрузок

6.3 Математическая модель динамики вагона на рессорах

7 Свободные колебания вагона на рессорах

7.1 Уравнения свободных колебаний вагона

7.2 Определение частот свободных колебаний

7.3 Формы колебаний вагона

8 Вынужденные колебания вагона на рессорах

8.1 Резонансные колебания кузова вагона

8.2 Определение параметров гасителей колебаний

Литература

# **Цель работы и решаемые задачи**

Целью работы является:

* изучение метода расчета динамической системы;
* исследование колебаний вагона на рессорах.

Решаемые задачи:

* определение характеристик расчетных моделей подсистем;
* изучение свободных и вынужденных колебаний;
* определение параметров гасителей рессорного подвешивания вагона.

# **Объект исследования**

Объектом исследования является модель крытого вагона 11-066 с одинарным рессорным подвешиванием.

###### Таблица 2.1

Характеристика задания

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № вар | Тип вагона и его модель | Степень загрузки | | Число пружин в рессорном комплекте | Неровность (П,К) | |
| по массе | по объему | амплитуда  , мм | длина волны ,  м |
| 1 | 11-066 | 1 | 1 | 7 | 8 | 12,5 |

Таблица 2.2

Параметры модели кузова и груза

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Название элемента | Обозначение  параметра | Значение |
| Внутренние размеры кузова, мм:  – длина;  – ширина;  – высота по боковой стене | L  B  H | 13844  2760  2791 |
| База модели, мм | 2l | 10000 |
| Размеры элементов кузова, мм:  – толщина торцевой стены;  – толщина боковой стены;  – высота рамы. | aT  aБ  hp | 20  20  360 |
| Поперечное расстояние между осями рессорного подвешивания, мм: | 2b | 2036 |
| Массы вагона (тары), кг; | MВ | 22000 |
| Масса груза, кг; | MГ | 68000 |
| Масса тележки, кг; | MТ | 4800 |
| Масса надрессорной балки, кг; | MНБ | 600 |

# **Динамическая система и метод расчета**

## **3.1 Допущения по расчетной модели**

При выборе динамической расчетной модели принимаем следующие допущения:

* динамическую систему представляем в виде системы твердых тел;
* полагаем, что в рессорном подвешивании отсутствуют диссипативные силы сухого и вязкого трения, система вследствие этого будет являться консервативной;
* грузы рассматриваем как твердые тела с жестким присоединением к кузову вагона;
* рессорные комплекты тележек имеют линейную силовую характеристику;
* путь считаем абсолютно жестким.

## **3.2 Источник возмущений**

В качестве источника возмущения принимаем гармоническую неровность первого вида:

,(3.1)

где  - частота изменения гармонической неровности:

,(3.2)

 - скорость движения вагона.

## **3.3 Метод расчета и уравнения колебаний системы**

Физическая модель метода расчета

Для расчета системы используем метод реактивных усилий. Колебания кузова в пространстве определяем по движению центра масс кузова : тремя линейными  и тремя угловыми  его перемещениями по направлению координатных осей кузова  (рисунок 4.1).

Движение всех других частей кузова находим по колебаниям  центра масс кузова и координатам этих частей, .

Узел , движение которого будем изучать, условимся называть центрально-координатным узлом.

Центрально-координатный узел полагаем имеет внутренние линейные и угловые связи по направлению координатных осей . Считаем, что все усилия, действующие на рассматриваемое тело, через внутренние элементы-вставки передаются в связи центрально-координатного узла и здесь взаимно уравновешиваются на основании принципа Лангранжа-Деламбера.

Усилия, которые подходят к узлу, являются активными. Они вызывают в связях реакции:  - сил инерции,  - сил упругости,  - сил вязкого трения,  - возмущающие силы и другие, равные по величине активным силам и противоположно по направленные, где  - номер реакции и номер перемещения.

По видам перемещений кузова колебаниям присвоены названия:

 - колебание подергивания (линейное по оси );

 - колебание подпрыгивания (линейное по оси );

 - колебание бокового относа (линейное по оси );

 - колебание бокового поворота (угловое вокруг оси );

 - колебание виляния (угловое  вокруг оси );

 - колебание галопирования (угловые  вокруг оси ).

Уравнения колебаний вагона

Уравнения колебаний вагона в общем случае запишутся из уравнений равновесия реакций в центрально-координатных связях кузова:

(3.3)

Для сил инерции и сил упругости с линейными характеристиками значения реакций  будем записывать через коэффициенты от единичных воздействий:

(3.4)

где  - коэффициенты реакций сил инерции и упругости от единичных возмущений: .

Уравнения колебаний (3.3) в этом случае можно представить в развернутой записи как систему уравнений вида:

(3.5)

## **3.4 Структура физико-математической модели динамической системы и ее топологическая модель**

По видам нагрузок и подконструкций расчетную модель вагона представим в виде отдельных подсистем – блок-моделей.

В общем случае основными подсистемами расчетной модели являются:

1. Топологическая модель;
2. Инерционная модель;
3. Виброзащитная модель;
4. Диссипативная модель вязкого трения;
5. Диссипативная модель сухого трения;
6. Модель возмущающих нагрузок;
7. Гравитационная модель сил тяжести.

Частную топологическую модель представляем в виде невесомых подконструкций, с соответствующими размерами и связями между ними, массами, силовыми устройствами, центрально-координатными узлами.

Топологическая модель подразделяется на отдельные подсистемы, работающие с заданным видом нагрузок блок-моделей.

Топологическими характеристиками динамической системы являются:

* общие размеры динамической системы;
* геометрические размеры отдельных элементов, узлов, частей, единиц подвижного состава;
* положение центров масс и координатных осей подконструкций.

В качестве частей конструкции в физических моделях выступают: кузов вагона, рамы тележек, колесные пары, рессорные комплекты, подрессоренные грузы и т.п.

В расчетных моделях узлы подконструкций в зависимости от вида их нагрузок будем в дальнейшем называть инерционными, виброзащитными, диссипативными и так далее.

# **Инерционно-топологическая модель вагона**

## **4.1 Характеристика инерционно-топологической подсистемы**

Для определения характеристик инерции разбиваем кузов на узлы инерции: раму, торцевые и боковые стены, крышу, надрессорные балки, груз и указываем размеры частей на схеме (рис 4.1)

Считаем в инерционных элементах (частях кузова) массы распределенными равномерно по их объемам.

Заменяем распределенные массы элементов на сосредоточенные и располагаем их в центрах масс элементов.

Для определения координат центров масс элементов и кузова принимаем начальную систему координат . Ось  направим по оси автосцепки, другие -  - по осям симметрии кузова (рисунок 4.1).

Координаты центров тяжести элементов в системе координат  заносим в табл. 4.1.

Таблица 4.1

Характеристики узлов

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | M, кг | l, мм | b, мм | h, мм | x, мм | y, мм | z, мм |
| Рама | 7000 | 13870 | 3200 | 360 | 0 | -1367 | 0 |
| Тор. стена | 350 | 20 | 2760 | 2791 | 6925 | 118,6 | 0 |
| Бок. стена | 1559 | 13870 | 20 | 2791 | 0 | 118,6 | 1590 |
| Крыша | 1603 | 13870 | 3200 | 587 | 0 | 1777 | 0 |
| Груз | 68000 | 13844 | 2760 | 2791 | 0 | 118,6 | 0 |
| Над. Бал. | 600 | 325 | 2590 | 325 | 5000 | -1799 | 0 |
| Сумма(М) | 78512 |  |  |  |  |  |  |

Положение центра масс кузова и его главных координатных осей

Положение центра масс кузова определяется координатами .

Из условия равенства суммы моментов инерции элементов по оси и общего для кузова от возмущений , выражения координат равны:

,(4.1)

где  – массы кузова, участвующие в колебаниях по направлению осей :

;

 – координаты центров масс элементов и груза в начальной системе координат .

v2

5

20

2760

3200

20

z0

z

y

13870

13844

x0

x

u2

C

u1

v1

y

u2

v2

y0

360

2791

u3

v3

u5

v5

1

2

3

587

u4

v4

4

y0

u6

v6

Рисунок 4.1- Топологическая модель кузова вагона





.

В центре масс кузова помещаем центрально-координатную систему . Поскольку оси системы совпадают с осями симметрии кузова, то они будут являться главными осями тела инерции.

Находим расстояние от центра масс вагона до уровня верха пружин рессорных комплектов:

мм(4.2)

где  – расстояние от оси автосцепки до верха пружин, м.

## **4.2 Характеристики инерции**

Характеристики инерции определяются ускорениями колебаний  центра масс кузова по направлению координатных осей кузова.

Для определения характеристик инерции, в центрах масс элементов  устанавливаем местные координатные оси . При определении коэффициентов инерции  задаем последовательно центру масс тела перемещения с ускорением , находим в центрах масс элементов силы инерции  и моменты сил инерции  и от них реакции сил инерции  в центре масс тела (рис. 4.2).

Реакции  образуют матрицу коэффициентов инерции . Поскольку оси кузова  являются главными и центральными, то побочные реакции равны нулю (). Тогда в качестве характеристик инерции будут выступать главные коэффициенты инерции тела .

Поскольку оси  параллельны осям координат тела , то от  коэффициенты масс и моментов инерции масс кузова будут равны:

,(4.3)

где  – коэффициенты инерции масс от линейных ускорений (), кг;

 – коэффициенты инерции масс от угловых ускорений (), кг⋅м2;

 – моменты инерции масс элементов относительно местных координатных осей , кг⋅м2;

 – координаты центров тяжести элементов в системе координат .

Таблица 4.2

Моменты инерции масс, 

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Название элемента | Ix | Iy | Iz |
| Рама | 1,91E+10 | 1,182E+11 | 1,313E+11 |
| Торцовая стена | 4,54E+08 | 1,701E+10 | 1,701E+10 |
| Боковая стена | 4,98E+09 | 2,893E+10 | 2,501E+10 |
| Крыша | 6,47E+09 | 2,707E+10 | 3,213E+10 |
| Груз | 8,83E+10 | 1,129E+12 | 1,13E+12 |
| Надрессорная балка | 2,28E+09 | 1,534E+10 | 1,728E+10 |
|  | Ix общ | Iy общ | Iz общ |
|  | 1,293E+11 | 1,4E+12 | 1,41E+12 |

## **4.3 Математическая инерционная модель**

Математической инерционной моделью кузова с произвольными координатными осями и центрально главными осями являются выражения (4.4, 4.5):

(4.4)

(4.5)

# **Виброзащитная модель динамической системы**

## **5.1 Характеристики рессорного подвешивания двухосной тележки грузового вагона**

###### Таблица 5.1

Параметры пружин рессорного комплекта

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № п/п | Параметр | Наружная пружина, | Внутренняя пружина, |
| 1 | Средний диаметр, мм  Диаметр сечения пружины, мм |  |  |
| 2 | Число рабочих витков |  |  |
| 3 | Высота пружины в свободном состоянии, мм |  |  |

Вертикальная жесткость блока двухрядной пружины

Жесткость двухрядной пружины равна сумме жесткостей наружной и внутренней однорядных пружин :

 ,(5.1)

где  – номер однорядной пружины в блоке многорядной пружины .

Жесткости наружной и внутренней пружин определяем по формуле:

,(5.2)

где  – диаметр прутка;

 – средний диаметр пружины;

 – модуль упругости второго рода (Н/м2).

Жесткости наружной и внутренней пружин соответственно:

;.

Жесткость одной двухрядной пружины равна:



Так как рессорный комплект состоит из 7 двухрядных пружин, то вертикальная жесткость рессорного комплекта составляет:

,(5.3)

Поперечная жесткость однорядных пружин

Поперечная жесткость пружин определяется по формуле:

,(5.4)

где  – боковая нагрузка на пружину;

 – поперечное смещение верхнего узла пружины при защемленных концах пружины:

,(5.5)

где  - коэффициенты:

(5.6)

, – полярный и осевой моменты инерции сечения прутка однорядной пружины:

(5.7)

 – диаметр прутка однорядной пружины;

 – модули упругости первого и второго рода, ( Н/м2 ).

 – свободная высота пружины;

 – деформация рессорного комплекта под вертикальной нагрузкой:

,(5.8)

 - массы тары, тележки, надрессорной балки, груза;

 – ускорение свободного падения, 9,8 м/с2;

 – вертикальная нагрузка на один рессорный комплект, .

Деформация рессорного комплекта под вертикальной нагрузкой равна:



Таблица 5.2

Значения коэффициентов и моментов инерции для пружин

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | k1, 1/Нм2 | k2, 1/Н | , м4 | , м4 |
| Наружная пружина | 9,44⋅10-5 | 3,64⋅10-6 | 7,95⋅10-8 | 3,97⋅10-8 |
| Внутренняя пружина | 58,6⋅10-5 | 8,6⋅10-6 | 1,28⋅10-8 | 0,64⋅10-8 |

Поперечная жесткость наружной и внутренней пружин соответственно:





Поперечная жесткость двухрядной пружины и рессорного комплекта

Двухрядная пружина имеет жесткость:

(5.9)

Жесткость рессорного комплекта равна:

(5.10)

## **5.2 Нагруженность системы силами упругости и реакциями сил упругости**

Последовательно задаем центру масс кузова перемещения , строим схемы перемещений, находим перемещения  упругих связей и по ним – деформации  и усилия  по направлению координатных осей рессорного комплекта .

Для грузового вагона, находящегося на жестком пути, возможными перемещениями являются:

q1- перемещения от колебания подергивания;

q2- от колебания подпрыгивания;

q3- бокового относа:

q4- бокового поворота;

q5- колебания виляния;

q6- колебания галопирования.

y

*q2*

*q3*

*l2*

*q4*

*q1*

x

z

*q5*

*q6*

*l1*

*b1*

*b2*

Рисунок 5.1 Расчетная схема вагона

y



r21

r31

r61

r41

r11

x

z

r51







Рисунок 5.2 – Схема нагруженности от q1

1. Деформации: du=U2-U1=q1-0=1; dv=V2-V1=0; dw=W2-W1=0.
2. Силы упругости: Pu=Cu⋅du=42,95⋅105⋅1=42,95⋅105(Н).
3. Реакции:

ΣX=0; r11=4⋅Pu=4⋅Cu⋅du=4⋅42,95⋅105=171,8⋅105(Н);ΣY=0; r21=0;

ΣZ=0; r31=0;ΣMx=0; r41=0;

ΣMy=0; r51-Pu1⋅b1+Pu2⋅b2-Pu3⋅b3+Pu4⋅b4=0; r51=0 (вагон симметричный);

ΣMz=0; r61-4⋅Pu(s)⋅hc\*=0; r61=4⋅Pu(s)⋅hc\*=4⋅42,95⋅105⋅2,169=351,1⋅105(Н⋅м).

y



r22

r32

r62

r42

r12

x

z

r52







Рисунок 5.3 – Схема нагруженности от q2

1. Деформации: dv=V2-V1=q2-0=1.
2. Силы упругости: Pv=Cv⋅dv=4⋅106⋅1=4⋅106(Н).
3. Реакции:

ΣX=0; r12=0;

ΣY=0; r22=4⋅Pv=4⋅Cv⋅dv=4⋅4⋅106⋅1=16⋅106(Н);

ΣZ=0; r32=0;

ΣMx=0; r42=0;

ΣMy=0; r52=0;

ΣMz=0; r62+Pv1⋅l1+Pv2⋅l2-Pv3⋅l3-Pv4⋅l4=0; r62=0 (вагон симметричный).

y



r23

r33

r63

r43

r13

x

z

r53







Рисунок 5.4 – Схема нагруженности от q3

1. Деформации: du=U2-U1=0; dv=V2-V1=0; dw=W2-W1=q3-0=1.
2. Силы упругости: Pw=Cw⋅dw=42,95⋅105⋅1=42,95⋅105(Н).
3. Реакции:

ΣX=0; r13=0;ΣY=0; r23=0;

ΣZ=0; r33=4⋅Pw=4⋅Cw⋅dw=4⋅42,95⋅105⋅1=171,8⋅105(Н);

ΣMx=0; r43-Pw1⋅hc\*-Pw2⋅hc\*-Pw3⋅hc\*-Pw4⋅hc\*=0;

r43=4⋅Pw⋅hc\*=4⋅42,95⋅105⋅2,169=351,1⋅105(Н⋅м)

ΣMy=0; r53=0 (вагон симметричный);

ΣMz=0; r63=0.



y



r24

r34

r64

r44

r14

x

z

r54















Рисунок 5.5 – Схема нагруженности от q4

1. Деформации: dv1=V2-V1=-b⋅q4-0=1,018(м); dv2=V2-V1=b⋅q4-0=1,018(м)

dw=W2-W1=-hc⋅q4-0=2,044⋅1=2,044(м);

1. Силы упругости: Pv=Cv⋅dv=4⋅106 1,018=4,072⋅106(Н);

Pw=Cw⋅dw=-Cw⋅hc=42,95⋅105⋅2,044=87,777⋅105(Н).

1. Реакции:

ΣX=0; r14=0; ΣY=0; r24+Pv1-Pv2+Pv3-Pv4=0; r24=0 (вагон симметричный);

ΣZ=0; r34+Pw1+Pw2+Pw3+Pw4=0; r34= -4 Pw=4⋅87,777⋅105=351,1⋅105(Н);

ΣMx=0; r44-Pv1⋅b1-Pv2⋅b2-Pv3⋅b3-Pv4⋅b4-Pw1⋅hc\*-Pw2⋅hc\*-Pw3⋅hc\*-Pw4⋅hc\*=0; r44=4Pv⋅b+4Pw⋅hc\*=4⋅4,072⋅106 1,018+4⋅87,777⋅105⋅2,169=927,3⋅105(Н⋅м);

ΣMy=0; r54- Pw1⋅l1-Pw2⋅l2-Pw3⋅l3-Pw4⋅ l4=0; r54=0 (вагон симметричный);

ΣMz=0; r64-Pv1⋅l1+Pv2⋅l2+Pv3⋅l3-Pv4⋅l4=0; r64=0 (вагон симметричный).

y



r25

r35

r65

r45

r15

x

z

r55

















Рисунок 5.6 – Схема нагруженности от q5

1. Деформации: du1=U2-U1=b1⋅q5-0=1,018(м); du2=U2-U1=-b1⋅q5-0=1,018(м);

dv=V2-V1=0; dw1=W2-W1=-l1⋅q5-0=5(м); dw3=l3⋅q5-0=5(м).

1. Силы упругости: Pu=Cu⋅du=42,95⋅105⋅1,018=43,723⋅105(Н);

Pw1=Cw⋅dw1=-Cw ⋅l1=42,95⋅105⋅5=214,75⋅105(Н).

1. Реакции:

ΣX=0; r15=0;ΣY=0; r25=0;

ΣZ=0; r35+Pw1+Pw2-Pw3-Pw4=0; r35=0 (вагон симметричный);

ΣMx=0; r45-Pw1⋅hc\*-Pw2⋅hc\*+Pw3⋅hc\*+Pw4⋅hc\*=0; r45=0 (вагон симметричный);

ΣMy=0; r55-Pu1⋅b1-Pu2⋅b2-Pu3⋅b3-Pu4⋅b4-Pw1⋅l1-Pw2⋅l2-Pw3⋅l3-Pw4⋅ l4=0;

r55=4⋅Pu⋅b+4⋅Pw⋅l=4⋅43,723⋅105⋅1,018+4⋅214,75⋅105⋅5=447,3⋅106(Н⋅м);

ΣMz=0; r65+Pu1⋅hc\*-Pu2⋅hc\*+Pv3⋅hc\*-Pu4⋅hc\*=0; r65=0 (вагон симметричный).

y



r26

r36

r66

r46

r16

x

z

r56

















Рисунок 5.7 – Схема нагруженности от q6

1. Деформации: du=U2-U1=hc⋅q6-0=2,044(м); dv1=dv2=V2-V1=l1⋅q6-0=5(м);

dv3=dv4=V2-V1=l3⋅q6-0=5(м).

1. Силы упругости: Pu=Cu⋅du=42,95⋅105⋅2,044=87,777⋅105(Н);

Pv=Cv⋅dv=4⋅106⋅5=2⋅107(Н).

1. Реакции:

ΣX=0; r16=4⋅Cu⋅hc=4⋅42,95⋅105⋅2,044=351,1⋅105(Н);

ΣY=0; r26-Pv1-Pv2+Pv3+Pv4=0; r26=0 (вагон симметричный);

ΣZ=0; r36=0;

ΣMx=0; r46+Pv1⋅b1-Pv2⋅b2-Pv3⋅b3+Pv4⋅b4=0; r46=0 (вагон симметричный)

ΣMy=0; r56-Pu1⋅b1+Pu2⋅b2-Pu3⋅b3+Pu4⋅b4=0; r56=0 (вагон симметричный);

ΣMz=0; r66-Pu1⋅hc\*-Pu2⋅hc\*-Pu3⋅hc\* -Pu4⋅hc\* -Pv1⋅l1-Pv2⋅l2-Pv3⋅l3-Pv4⋅l4=0;

r66=4⋅87,777⋅105⋅2,169+4⋅2⋅107⋅5=476,1⋅106(Н⋅м).

## **5.3 Математическая модель виброзащитной системы вагона**

На кузов вагона действует система реакций сил упругости, обусловленная колебаниями . Реакции в связях  по направлению координатных осей от .суммируются, образуя в узле вектор реактивных усилий:

(5.12)

где  – матрица коэффициентов жесткости несимметричного вагона:

,(5.13)

 – вектор перемещений центра масс кузова вагона.

# **Внешняя нагруженность динамической системы**

## **6.1 Физическая модель нагруженности вагона**

*η*1

*η*2

*η*3

*η*4

*l*1

*l*3

*2l*т

x

y

*Δ*x1

*Δ*x4

*Δ*x3

*Δ*x2

Рисунок 6.1 - Схема для расчета перемещения колесных пар

Нагруженность характеризуется силами упругости в рессорном подвешивании  и реакциями сил упругости в центрах масс тел . Динамическая система получает гармонические возмущения от неровности пути через колесные пары по схеме рисунок 6.1. За начало отсчета принимаем систему координат кузова . Перемещения колес первой тележки по отношению к центру масс кузова имеют опережения, а второй – отставание по фазе, учитываемые углами сдвига фаз :

,(6.1)

где  – углы сдвига фаз в перемещениях колесных пар:

,(6.2)

 – амплитуда и длина волны вертикальной неровности пути;

 – частота вынужденных кинематических возмущений,

(6.3)

При средней скорости движения вагона  получим:



Перемещения буксовых узлов  равны перемещениям точек контакта колес с рельсами (рисунок 6.1):

(6.4)

Из схем перемещений боковых рам находим перемещения нижних опорных поверхностей рессорных комплектов:

(6.5)

Деформации и силы упругости в виброзащитных связях  при значениях перемещений (6.5) составляют:

(6.6)

(6.7)

Z

Y

X

Pv1η

Pv2η

Pv3η

Pv4η

R2η

R6η

Рисунок 6.2 – Расчетная схема для определения возмущающей нагрузки

## **6.2 Математическая модель внешних возмущающих нагрузок**

Изначально силы упругости  (6.7) в рессорном подвешивании на схемах (рисунок 6.2) положительны.

Силы упругости  (6.7) вызывают в связях центрально-координатного узла кузова реакции возмущающих нагрузок (рисунок 6.2). Из равновесия кузова вектор кинематических возмущающих нагрузок равен:

,(6.8)

где .

При значениях сил (6.7) и (6.4) реакции (6.8) принимают значения:

(6.9)

(6.10)

(6.11)

В несимметричном вагоне возмущающие усилия  вызывают колебания . Поскольку колебания  через реакции  связаны с , а последние через реакции  с  (5.12 ), то возникают все колебания кузова . Кузов испытывает сложные вынужденные колебания.

В симметричном вагоне при  линейные реакции (6.9) не меняются, а угловые – (6.10), (6.11) становятся равными:

(6.12)

Возмущающие реакции  вызовут в системе колебания  и . Колебание  возникает вследствие взаимосвязи через реакции . Если реакции малы , то будем иметь только два вида колебаний -  и .

В реакциях  возмущения от колесных пар сдвинуты по фазе (), что создает некоторые затруднения в решении задачи. Для упрощения решения сложим составляющие гармонических возмущений в этих реакциях. Сложение выполним графическим способом, используя интерпретацию вращающихся векторов и их проекций на горизонтальную ось .

a2=8

а2с

a1=8

a3=8

a4=8

aТ1

aТ2

Рисунок 6.3 – Векторная диаграмма

Для сложения функций в реакции  (6.9), проведем радиусом, равным амплитуде кинематического возмущения , окружность и в соответствии с углами сдвига фаз , отложим последовательно амплитуды возмущений  по колесным парам (рисунок 6.3). Сложим векторы амплитуд ,  и ,  в тележках и получаем значения .

Выполнив сложение векторов  по тележкам, находим эквивалентную амплитуду вектора возмущений для вагона – , которая соответствует колебанию .

Из векторной диаграммы определяем: .

Проекция вектора  на горизонтальную ось дает функцию суммарного возмущения на вагон:

(6.13)

Эта функция заменяет выражение, стоящее в фигурных скобках (6.9). Значение суммарной возмущающей реакции на вагон теперь равно:

(6.14)

где  – амплитуда возмущающей силы по колебанию подпрыгивания, .

Аналогично изложенному производим сложение возмущающих функций в реакции . Знак минус во второй квадратной скобке учитывается изменением направления вектора  на обратный.

Суммарное значение возмущающей функции по колебанию галопирования равно:

,(6.15)

где  - амплитуда возмущающей силы по колебанию галопирования.

Выводы:

1. Наибольшие значения сил вертикальных возмущений  получим, если векторы амплитуд возмущений по тележкам  будут совпадать. Это произойдет в случае равенства базы вагона длине волны неровности. При этом реакция возмущений по шестому колебанию становится бесконечно малой, .
2. Наибольшего значения реакция  достигает, когда совпадают векторы амплитуд колебаний . Это происходит в случае, когда база вагона равна половине длины неровности пути . Однако в этом случае реакция возмущений по колебанию подпрыгивания обращается в ноль, .

## **6.3 Математическая модель динамики вагона на рессорах**

Математической моделью является система дифференциальных уравнений, описывающая колебания вагона в функции времени.

Уравнения колебаний получаем из уравнения динамического равновесия реакций в центрально-координатном узле кузова, суммируя реакции по блок-моделям силовых подсистем: инерционной, виброзащитной, внешних возмущений. Для несимметричного вагона, с центрально-главными осями система уравнений колебаний равна:

(6.16)

Уравнения колебаний системы в матричном представлении:

* в развернутой форме:

(6.17)

* в сокращенной форме записи:

 (6.18)

Для симметричного вагона, из-за отсутствия многих побочных реакций, получаем независимые уравнения колебаний:

(6.19)

и взаимосвязанные уравнения боковых колебаний:

(6.20)

Уравнения колебаний (6.16 – 6.20) описывают совместные свободные и вынужденные колебания вагона. Рассмотрим динамику свободных и вынужденных колебаний.

# **Свободные колебания вагона на рессорах**

## **7.1 Уравнения свободных колебаний вагона**

Свободные колебания наблюдаются при прекращении действия возмущающих сил  или при изменении силовых характеристик динамической системы.

Уравнения свободных колебаний кузова вагона, в системе главных, центрально-координатных осей:

* для несимметричного вагона по реакциям сил упругости:

в развернутой форме:

,(7.1)

в развернуто-матричной форме:

,(7.2)

* для симметричного вагона по реакциям сил инерции и упругости:

(7.3)

(7.4)

## **7.2 Определение частот свободных колебаний**

Решениями однородных уравнений (7.1 – 7.4) являются тригонометрические функции:

(7.5)

Или в общем виде:

(7.6)

Вторые производные  являются ускорениями колебаний тела:

,(7.7)

где  – амплитуда свободных колебаний;

 - частота свободных колебаний.

Подставляя  и  в уравнения свободных колебаний (7.1 – 7.4), получаем уравнения колебаний в алгебраической форме:

,(7.8)

,(7.9)

(7.10)

В полученных уравнениях амплитуды колебаний  не равны нулю, поскольку система колеблется. Чтобы тождества удовлетворялись, необходимо равенство нулю определителей составленных из коэффициентов при неизвестных амплитудах, то есть:

* для несимметричного вагона

,(7.11)

* для симметричного вагона

(7.12)

 (7.13)

Полученные уравнения (7.11 – 7.13) являются уравнениями частот. Из решения уравнения (7.12), находим частоты свободных колебаний, 1/с:

 

(7.14)



Раскрывая определитель (7.13), получаем выражение вида

(7.15)

После преобразования (7.15) приходим к характеристическому уравнению:

,(7.16)

где  – частотный параметр, .

Из уравнения (7.16) корни равны:







## **7.3 Формы колебаний вагона**

Частными решениями для симметричного вагона являются функции:

* для независимых колебаний:

(7.19)

* для взаимосвязанных боковых колебаний:

(7.20)

Частным решениям (7.19) отвечают формы колебаний подергивания, подпрыгивания, виляния, галопирования. Решениям уравнений (7.20) соответствуют колебания боковой качки I и II рода.

# **Вынужденные колебания вагона на рессорах**

## **8.1 Резонансные колебания кузова вагона**

При движении по гармонической неровности пути реактивные усилия  в симметричном вагоне вызывают колебания подпрыгивания и галопирования, которые описываются уравнениями (6.19):

(8.1)

(8.2)

Уравнения (8.1) и (8.2) однотипны. Проследим решение одного из уравнений, например, колебания подпрыгивания. Другое будет решаться аналогично первому.

Общее решение уравнения (8.1) складывается из частного решения однородного уравнения (без первой части) и частного решения неоднородного уравнения (с правой частью):

(8.3)

Частное решение  отвечает свободным колебаниям системы (рис.8.1,б), а частное решение  - вынужденным (рис. 8.1,а).

Произвольные постоянные  являются амплитудами свободных и вынужденных колебаний.

Если подставим частные производные ,  соответственно в однородное и неоднородные уравнения, то найдем

 (8.4)

Общее решение (8.3) представится теперь в виде:

(8.5)

Возможны следующие случаи колебаний системы:

* нерезонансный, когда ;
* резонансный, когда ;
* случай близкий к резонансному, .

Резонансным случаем (режимом) колебаний считают тот, когда различия между частотами составляет не более 15%.

Колебания в нерезонансной области

При отклонении вагона от положения статического равновесия на величину , вагон совершает гармонические колебания, определяемые первым членом уравнения (8.5). При воздействии на вагон только возмущающих нагрузок вагон совершает гармонические колебания с частотой  и амплитудой . Закон колебаний определяется вторым членом уравнения (8.5). В случае воздействия на вагон одновременно начальных возмущений  и возмущающих нагрузок  движения вагона определяются общим уравнением (8.5).

Из-за наличия в системе сил трения, свободные колебания с течением времени затухают и движение системы определяется вторым членом уравнения (8.5).

Колебания вагона в резонансном и близким к резонансу режимах

Считаем, что частоты возмущений близки к частоте свободных колебаний:

(8.6)

где  – бесконечно малая величина.

Динамика вагона определяется законом движения (8.5) с учетом значений параметров (8.4).

Произвольные постоянные  в решении (8.5) найдем из начальных условий движений системы. Полагаем, в начальный момент движения  перемещение и скорость были равны нулю, то есть:

(8.7)

Из решения системы (8.7) находим:

(8.8)

Общее решение (8.5) с учетом (8.8) и последующим ее преобразованием через тригонометрические функции половинных углов принимает вид:

(8.9)

Периоды тригонометрических функций равны:

(8.10)

Tω

t,c

q2

Tε

ω≈λ

Рисунок 8.1 - График колебаний биения

Период , поскольку  - бесконечно малая величина. Закон колебаний системы по условию (8.9) показан на рисунке 8.1. Колебания заданного вида называют колебаниями биения.

При более близком совпадении частот, в выражении (8.9) можно принять . Тогда закон колебаний подпрыгивания при учете значения (8.8) будет выражен функцией:

(8.11)

Колебания пропорциональны времени  и нарастают с течением времени (рисунок 8.2).

t,c

q2

ΔB2

Тε



Рисунок 8.2 - График колебаний

За время одного цикла колебаний  происходит приращение амплитуд колебаний на величину:

,(8.12)

Аналогично изложенному можно решить уравнение колебаний галопирования (8.2) и найти параметры колебаний:

(8.13)

Выводы:

1. Колебания динамической системы без сил трения опасны тем, что в резонансном и околорезонансном режимах происходят значительные нарастания амплитуд колебаний. Возникает обезгрузка колесных пар и потеря их устойчивости против вкатывания на головку рельса. Возможны саморасцепы вагонов.
2. Уровень колебаний определяется величиной возмущающих нагрузок  , а последние соотношениями:
   * длины базы вагона и неровности пути;
   * частот вынужденных  и свободных колебаний ().

3. Для снижения колебаний необходимо ввести в рессорное подвешивание диссипативные силы: вязкого или сухого трения.

## **8.2 Определение параметров гасителей колебаний**

Параметры гасителей сухого трения

Необходимые значения сил трения гасителей в первом приближении определим из условия энергетического принципа.

Работа сил трения гасителей за один период колебаний должна равняться приращению потенциальной энергии рессорного подвешивания вагона за тот же период:

(8.14)

где  – число гасителей и рессор в вагоне.

 – работа сил трения и приращение потенциальной энергии в рессорном комплекте при колебании по оси .

Работу сил сухого трения фрикционного гасителя найдем по площади гистерезисной петли силовой характеристики гасителя (рис.8.3, а):

,(8.15)

а приращение потенциальной энергии – по работе сил упругости (рис. 8.3,б):

,(8.16)

где  – силы трения при сжатии и растяжении гасителя в среднем положении;

 – амплитуда деформаций рессор и гасителя;

 – приращение деформаций рессор за период колебаний;

 – силы упругости в начале и в конце периода колебания рессорного комплекта:

,(8.17)

 – вертикальная жесткость рессорного комплекта.

dv

d0

Δd

П1

П2

P

dст

d0

F

dv

d0

а)

б)

Рисунок 8.3–Работа сил трения

Для вагона условие энергетического баланса имеем равное:

(8.18)

Откуда требуемые значения сил трения, при допущении  в виду малости, получаем равным:

(8.19)

Приращение вертикальных деформаций рессор находим по приращению амплитуд колебаний подпрыгивания и галопирования:

(8.20)

где  - полубаза вагона.

Принято силы трения оценивать через удельные характеристики – коэффициенты относительной сил трения при сжатии  и растяжении .

(8.21)

где  – сила упругости в рессорном подвешивании от статических нагрузок.

(8.22)

и тогда выражение (8.19) представим как

(8.23)

Или

(8.24)



где  - средняя требуемая величина коэффициента относительного трения гасителя колебаний.

Таким же образом можно получить параметр . По колебаниям подпрыгивания и галопирования выбирают наибольшее. Значение принятого коэффициента относительного трения для расчета гасителей колебаний является приближенным и в последующих исследованиях уточняется в динамических системах с сухим трением в рессорном подвешивании.

На основании энергетического способа могут быть определены параметры гасителей вязкого трения.

Работа сил трения гидравлического гасителя колебаний равна:

(8.25)

Откуда на основании энергетического принципа:

(8.26)



# Л**итература**

1. Вершинский, С.В., Данилов, В.Н., Хусидов, В.Д. Динамика вагона: Учебник для вузов ж.-д. трансп./Под ред. С.В. Вершинского. – М.: Транспорт, 1991. – 360 с.
2. Сенаторов, С.А. Прогнозирование нагруженности, износа и динамики подвижного состава: Ч.1. Динамические системы подвижного состава и методы их исследования. Уч. пособ. – Екатеринбург: Изд. УЭМИИТ, 1996 - 104 с.
3. Сенаторов, С.А. Прогнозирование нагруженности, износа и динамики подвижного состава: Ч.2. Инерционные модели динамических систем подвижного состава. Уч.пособ. – Екатеринбург: Изд. УЭМИИТ, 1996. – 71 с.