Министерство высшего образования Российской Федерации

Ижевский Государственный Университет

Кафедра ВТ

Курсовая работа

Вариант Ж - 5

# Выполнил: студент гр. 462

Проверил: Веркиенко Ю. В.

2006 г.

Содержание

Цель работы

Задание

1. Генерирование выборок

2. Поиск оценок для выборок

3. Построение доверительных интервалов математического ожидания и дисперсии

4. Построение доверительного интервала для коэффициента корреляции

5. Построение эмпирической интегральной функции распределения и теоретической (для нормального закона с оценками среднего и дисперсии)

6. Построение эмпирической кривой плотности распределения и теоретической

7. Проверка гипотезы о величине среднего (), дисперсии (2), о нормальном законе распределения (по 2 и по Колмогорову)

8. Проверка гипотезы о независимости выборок и об одинаковой дисперсии в выборках

9. Составление системы условных уравнений и поиск по МНК оценки коэффициентов регрессии

10. Построение доверительных интервалов для коэффициентов регрессии, остаточной дисперсии и ошибок прогноза

11. Оценка значимости факторов по доверительным интервалам

Выводы

Цель работы

Выполнить все одиннадцать пунктов работы по заданию и сделать выводы.

Задание

На ЭВМ по программе случайных нормальных чисел с законом N(μ,σ2) генерировать две выборки объема n

x1,…,xn (1)

y1,…,yn (2)

Для выборок (1), (2) найти оценки     Ex, Sx,  wx, wy.

Для (1) построить доверительные интервалы для математического ожидания (считая σ2 известной и неизвестной) и дисперсии.

Для (1), (2) построить доверительный интервал для коэффициента корреляции.

Для (1) построить эмпирическую интегральную функцию распределения  и теоретическую (для нормального закона с оценками среднего и дисперсии)

Для (1) построить эмпирическую кривую плотности распределения, разбив интервал (x(1), x(n)) на 5-6 интервалов. На этом же графике изобразить теоретическую кривую.

Проверить гипотезы: о величине среднего (μ), дисперсии (σ2), о нормальном законе распределения (по χ2 и по Колмогорову).

Проверить гипотезу о независимости выборок (1), (2), об одинаковой дисперсии в выборках.

Для уравнения (модели)  с заданными коэффициентами βi составить систему условных уравнений, считая  и найти по МНК оценки коэффициентов регрессии. Значения брать из равномерного закона  или с равномерным шагом на отрезке [–1, 1].

Построить доверительные интервалы для коэффициентов регрессии, остаточной дисперсии и ошибок прогноза в точках x=-1, 0, 1.

По доверительным интервалам оценить значимость факторов xi=xi. Фактор считается незначимым, если доверительный интервал накрывает значение, равное нулю.

При выполнении курсовой работы использовать значения: среднее выборок Х и У равно 3, дисперсия выборок равна 1. Уровень значимости α = 0.05. С.к.о. ошибки измерений в задаче регрессии 0.2.

1. Генерирование выборок

На ЭВМ по программе случайных нормальных чисел с законом N(μ,σ2) генерируем две выборки объема n = 17, где μ = 3 и σ2 = 1

x1,…,xn (1)

y1,…,yn (2)

Вариационные ряды:

(1) (2)



1. Поиск оценок для выборок

Для найденных выборок (1), (2) находим оценки     Ex, Sx,  wx, wy.

Выборочное среднее:

 

Квадрат средне – квадратичного отклонения:

 

Оценка центрального момента 3-го порядка:

 

Оценка центрального момента 4-го порядка:

 

Коэффициент эксцесса:

 

Коэффициент асимметрии:

 

Оценка корреляционного момента:

 

Оценка коэффициента корреляции:

 

Размах выборки:

 

1. Построение доверительных интервалов математического ожидания и дисперсии

Для (1) строим доверительные интервалы для математического ожидания (считая σ2 известной и неизвестной) и дисперсии.

Считаем σ2 известной.





Считаем σ2 неизвестной.





Таким образом, при различных вариантах μmin, μmax имеют почти одинаковые значения.



Подставляем табличные значения 24,7 и 5,01 в знаменатели подкоренного выражения и получаем, что

, 

, 

1. Построение доверительного интервала для коэффициента корреляции

Для (1), (2) строим доверительный интервал для коэффициента корреляции.



U = 1,96

Так как , то пусть , отсюда z = 0,693



То есть |z| ≤ 0,693.

Если z = –0,693 и z = 0,693, то получим доверительный интервал для коэффициента корреляции –0,6 < Rxy < 0,6.

1. Построение эмпирической интегральной функции распределения и теоретической (для нормального закона с оценками среднего и дисперсии)

Создание ступенчатой функции, при скачке высотой 1/n.



Построение эмпирических Fx(u), Fy(u) и теоретических интегральных функций распределения. В последних средние и с. к. о. Взяты равными вычисленным оценкам математического ожидания и с. к. о.

Пусть u = 0, 0.001…6, тогда

, 



- - - - теоретическая функция распределения.

\_\_\_\_ функция для нормального закона с оценками среднего и дисперсии.

1. Построение эмпирической кривой плотности распределения и теоретической

случайный выборка доверительный интервал

Для (1) построить эмпирическую кривую плотности распределения, разбив интервал (х(1),х(n)) на несколько подинтервалов. На этом же графике изобразить теоретическую кривую.

k\*sigx - ширина интервалов разбиения, k - коэффициент шага разбиния. взято симметрично от среднего значения по 4 интервала



- - - - теоретическая функция плотности распределения.

\_\_\_\_ эмпирическая кривая плотности распределения.

1. Проверка гипотезы о величине среднего (μ), дисперсии (σ2), о нормальном законе распределения (по χ2 и по Колмогорову)

Проверка по критерию согласия  Пирсона:

По данным выборки найдем теоретические частоты , затем, сравнивая их с наблюдаемыми частотами , рассмотрим статистику  - случайная физическая величина, имеющая распределение  с k степенями свободы. Если сумма , то выборочные данные согласуются с нормальным распределением и нет оснований отвергать нулевую гипотезу.









Определим  с  степенями свободы:





Как видно условие  выполняется.

Проверка по критерию согласия Колмогорова:

Условие: 

где , где максимальное значение разности между экспериментальным и теоретическим распределением нормального закона.



 при для X, и при для Y.



 - критическое значение квантиля распределения Колмогорова.

Так как условие  – выполняется, то гипотеза о нормальном законе распределения подтверждена.

1. Проверка гипотезы о независимости выборок и об одинаковой дисперсии в выборках

Чтобы из выборки х получить вариационный ряд необходимо осуществить 18 инверсий (т. е. Q=18).



Проверим гипотезу о независимости : 



Так как  из нормального закона , то 





Так как условие  – выполняется, то выборки независимы.

Теперь нам необходимо проверить гипотезу об одинаковой дисперсии в выборках

: 



так как F< ,то нет оснований, отвергать нулевую гипотезу.



1. Составление системы условных уравнений и поиск по МНК оценки коэффициентов регрессии.

Для уравнения модели



Генерируем выборку с шагом

h = 1/N, где N = 100

Пусть даны коэффициенты регрессии:

β0 = 0; β1 = 1; β2 = 1; β3 = 0; β4 = 0; β5 = 1;

Значения матрицы плана





Сформируем элементы матрицы А вида:













































































Формирование правых частей нормальной системы



Где  случайная величина, сгенерированная по нормальному закону с учётом коэффициентов регрессии.



Информационная матрица



Решение относительно коэффициентов регрессии.

Для нахождения вида уравнения регрессии необходимо вычислить коэффициенты регрессии  данного уравнения.



Уравнение регрессии :



Графики уравнения регрессии и результатов измерений, по которым определялись коэффициенты регрессии:



- - - - уравнение регрессии

\_\_\_\_ случайная выборка из нормального закона

1. Построение доверительных интервалов для коэффициентов регрессии, остаточной дисперсии и ошибок прогноза

Доверительные интервалы будем находить для каждого элемента вектора оценок коэффициентов регрессии .

В случае нормальных ошибок доверительные интервалы находятся из двойного неравенства:



где  - остаточная сумма квадратов;  - диагональный элемент ковариационной матрицы вида 

 так как слагаемых в уравнении регрессии шесть.

 (1)

 (2)

 (3)

Строим интервал для коэф-та регрессии:



Доверительный интервал , где из таблицы находим.



k = 6;

Тогда для r = [1…6] будем

брать соответствующий элемент ковариационной матрицы, и находить доверительный интервал с учётом (1) (2) (3).

Нахождение доверительного интервала для  (фактор ):



-

Нахождение доверительного интервала для (фактор ):





Нахождение доверительного интервала для (фактор ):





Нахождение доверительного интервала для (фактор ):





Нахождение доверительного интервала для (фактор ):





Нахождение доверительного интервала для (фактор ):





Доверительные интервалы для ,, не накрывают значение равное нулю, следовательно, факторы ,, являются значимыми, а факторы ,, - незначимыми.

1. Оценка значимости факторов по доверительным интервалам

Исключив из уравнения регрессии незначимые факторы, приходим к следующему виду:



Таким образом, из графика видно, что при исключении из уравнения регрессии незначимых факторов график не изменился. Найдем доверительный интервал для остаточной дисперсии

 при . 

А доверительный интервал найдём из следующего двойного неравенства:



 

Таким образом, доверительный интервал для остаточной дисперсии есть:





Выводы

Таким образом, в данной курсовой работе были изучены методы обработки случайных выборок с нормальным законом распределения. Так же найдены оценки коэффициентов регрессии и построены доверительные интервалы. В последнем пункте работы были оценены значимости факторов по доверительным интервалам.