**Содержание**

1. Постановка задачи

* Формирование схемы движения. Транспортная задача
* Оптимизация плана выпуска промышленной продукции. Симплекс-метод

2. Транспортная задача

3. Симплекс-метод

**1. Постановка задачи**

**Формирование схемы движения (Транспортная задача)**

Задача, решаемая в курсовой работе, относиться к классу оптимизационных, функционал которой имеет экстремум. Поиск экстремума заключается в выборе оптимального варианта из множества вариантов прикрепления пунктов отправления и назначения грузов. Предполагается, что на всех направлениях осуществляются перевозки однородного груза и в этой части проблема сводиться к решению однопродуктовой транспортной задачи.

Необходимо решить задачу связи пунктов отправления и назначения, обеспечив вывоз всех грузов из пункта отправления, ввоз во все пункты назначения требуемых объемов грузов и достижения минимального суммарного грузооборота.

**Оптимизация плана выпуска промышленной продукции**

В этом разделе разрабатывается оптимальный план выпуска промышленной продукции. Задача формируется следующим образом: для выпуска четырех видов продукции требуются затраты сырья, рабочего времени и оборудования. Сформулировать экономико-математическую модель задачи на максимум прибыли и найти оптимальный план выпуска продукции.

Необходимо определить искомые переменные, расписать математическую постановку задачи и решить ее симплекс-методом.

В заключительном разделе курсовой работы необходимо расшифровать полученные результаты, обосновать оптимальность и допустимость полученного решения и сделать выводы.

**Задание №22**

Транспортная задача.

**Исходные данные:**

|  |  |
| --- | --- |
| Пункты отправления | Объем ввоза, тыс. тонн |
| А | 50 |
| Г | 100 |
| Е | 350 |

|  |  |
| --- | --- |
| Пункты назначения | Объем ввоза, тыс. тонн |
| К | 70 |
| Л | 130 |
| М | 50 |
| Н | 150 |
| П | 100 |

Расстояния между пунктами, км:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| А-К | 350 | Г-К | 220 | Е-К | 200 |
| А-Л | 400 | Г-Л | 290 | Е-Л | 240 |
| А-М | 340 | Г-М | 160 | Е-М | 235 |
| А-Н | 230 | Г-Н | 260 | Е-Н | 150 |
| А-П | 180 | Г-П | 255 | Е-П | 225 |



Используя метод северо-западного угла, составляем первоначальный план перевозок и проверяем на оптимальность:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Bj** | **К=70** | | **Л=130** | | **М=50** | | **Н=150** | | **П=100** | | **Ui** |
| **Ai** |
| **А=50** | **50** | **350** | **-** | **400** | **-** | **340** | **-** | **230** | **-** | **180** | **405** |
|  |  |  |  |  |
| **Г=100** | **20** | **220** | **80** | **290** | **-** | **160** | **-** | **260** | **-** | **255** | **275** |
|  |  |  |  |  |
| **Е=350** | **-** | **200** | **50** | **240** | **50** | **235** | **150** | **150** | **100** | **225** | **225** |
|  |  |  |  |  |
| **Vj** | **-55** | | **15** | | **10** | | **-75** | | **0** | |  |

Определяются потенциальные оценки свободных клеток:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 12= | 20 |  | 23= | 125 |
| 13= | 75 |  | 24= | -60 |
| 14= | 100 |  | 25= | 55 |
| 15= | 225 |  | 31= | -30 |

План перевозок не оптимален, поскольку имеются положительные потенциальные оценки, а значение целевой функции:

Z=50\*350+20\*220+80\*290+50\*240+50\*235+150\*150+100\*225=113850

Может быть улучшено.

Выбираем цикл с включением в качестве вершины клетки с потенциальной оценкой +125, что позволяет перераспределить перевозки:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **80** | 80 |  | **-** | **30** | 80 |  | **50** |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| 130 |  |  | 50 | 130 |  |  | 50 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| **50** | 100 |  | **50** | **100** | 100 |  | **-** |

и получить новый план перевозок в виде очередной таблице:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Bj** | **К=70** | | **Л=130** | | **М=50** | | **Н=150** | | **П=100** | | **Ui** |
| **Ai** |
| **А=50** | **50** | **350** | **-** | **400** | **-** | **340** | **-** | **230** | **-** | **180** | **405** |
|  |  |  |  |  |
| **Г=100** | **20** | **220** | **30** | **290** | **50** | **160** | **-** | **260** | **-** | **255** | **275** |
|  |  |  |  |  |
| **Е=350** | **-** | **200** | **100** | **240** | **-** | **235** | **150** | **150** | **100** | **225** | **225** |
|  |  |  |  |  |
| **Vj** | **-55** | | **15** | | **-115** | | **-75** | | **0** | |  |

Полученный план так же не оптимален, так как среди потенциальных оценок свободных клеток есть положительные:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 12= | 20 |  | 24= | -60 |
| 13= | -50 |  | 25= | 55 |
| 14= | 100 |  | 31= | -30 |
| 15= | 225 |  | 33= | -125 |

При этом значение целевой функции:

Z=50\*350+20\*220+30\*290+100\*240+50\*160+150\*150+100\*225=107600

Улучшилось.

Снова выбираем цикл с включением в качестве вершины клетки с потенциальной оценкой +20, что позволяет перераспределить перевозки:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| **50** | 50 |  | **-** | **20** | 50 |  | **30** |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| 70 |  |  | 30 | 70 |  |  | 30 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| **20** | 50 |  | **30** | **50** | 50 |  | **-** |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

и получить новый план перевозок в виде очередной таблице:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Bj** | **К=70** | | **Л=130** | | **М=50** | | **Н=150** | | **П=100** | | **Ui** |
| **Ai** |
| **А=50** | **20** | **350** | **30** | **400** | **-** | **340** | **-** | **230** | **-** | **180** | **385** |
|  |  |  |  |  |
| **Г=100** | **50** | **220** | **-** | **290** | **50** | **160** | **-** | **260** | **-** | **255** | **255** |
|  |  |  |  |  |
| **Е=350** | **-** | **200** | **100** | **240** | **-** | **235** | **150** | **150** | **100** | **225** | **225** |
|  |  |  |  |  |
| **Vj** | **-35** | | **15** | | **-95** | | **-75** | | **0** | |  |

Полученный план так же не оптимален, так как среди потенциальных оценок свободных клеток есть положительные:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 13= | -50 |  | 24= | -60 |
| 14= | 80 |  | 25= | 55 |
| 15= | 205 |  | 31= | -30 |
| 22= | -20 |  | 33= | -125 |

При этом значение целевой функции:

Z=20\*350+50\*220+30\*400+100\*240+50\*160+150\*150+100\*225=107000

Улучшилось.

Снова выбираем цикл с включением в качестве вершины клетки с потенциальной оценкой +80, что позволяет перераспределить перевозки:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| **30** | 30 |  | **-** | **-** | 30 |  | **30** |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| 130 |  |  | 150 | 130 |  |  | 150 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| **100** | 250 |  | **150** | **130** | 250 |  | **120** |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

и получить новый план перевозок в виде очередной таблице:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Bj** | **К=70** | | **Л=130** | | **М=50** | | **Н=150** | | **П=100** | | **Ui** |
| **Ai** |
| **А=50** | **20** | **350** | **-** | **400** | **-** | **340** | **30** | **230** | **-** | **180** | **305** |
|  |  |  |  |  |
| **Г=100** | **50** | **220** | **-** | **290** | **50** | **160** | **-** | **260** | **-** | **255** | **175** |
|  |  |  |  |  |
| **Е=350** | **-** | **200** | **130** | **240** | **-** | **235** | **120** | **150** | **100** | **225** | **225** |
|  |  |  |  |  |
| **Vj** | **45** | | **15** | | **-15** | | **-75** | | **0** | |  |

Полученный план так же не оптимален, так как среди потенциальных оценок свободных клеток есть положительные:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 12= | -80 |  | 24= | -160 |
| 13= | -50 |  | 25= | -80 |
| 15= | 125 |  | 31= | 70 |
| 22= | -100 |  | 33= | -25 |

При этом значение целевой функции:

Z=20\*350+50\*220+130\*240+50\*160+30\*230+120\*150+100\*225=104600

Улучшилось.

Снова выбираем цикл с включением в качестве вершины клетки с потенциальной оценкой +125, что позволяет перераспределить перевозки:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| **30** | 30 |  | **-** | **-** | 30 |  | **30** |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| 150 |  |  | 100 | 150 |  |  | 100 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| **120** | 220 |  | **100** | **150** | 220 |  | **70** |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

и получить новый план перевозок в виде очередной таблице:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Bj** | **К=70** | | **Л=130** | | **М=50** | | **Н=150** | | **П=100** | | **Ui** |
| **Ai** |
| **А=50** | **20** | **350** | **-** | **400** | **-** | **340** | **-** | **230** | **30** | **180** | **180** |
|  |  |  |  |  |
| **Г=100** | **50** | **220** | **-** | **290** | **50** | **160** | **-** | **260** | **-** | **255** | **50** |
|  |  |  |  |  |
| **Е=350** | **-** | **200** | **130** | **240** | **-** | **235** | **150** | **150** | **70** | **225** | **225** |
|  |  |  |  |  |
| **Vj** | **170** | | **15** | | **110** | | **-75** | | **0** | |  |

Полученный план так же не оптимален, так как среди потенциальных оценок свободных клеток есть положительные:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 12= | -205 |  | 24= | -285 |
| 13= | -50 |  | 25= | -205 |
| 14= | -125 |  | 31= | 195 |
| 22= | -225 |  | 33= | 100 |

При этом значение целевой функции:

Z=20\*350+50\*220+130\*240+50\*160+150\*150+30\*180+70\*225=100850

Улучшилось.

Снова выбираем цикл с включением в качестве вершины клетки с потенциальной оценкой +195, что позволяет перераспределить перевозки:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| **20** | 50 |  | **30** | **-** | 50 |  | **50** |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| 20 |  |  | 100 | 20 |  |  | 100 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| **-** | 70 |  | **70** | **20** | 70 |  | **50** |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

и получить новый план перевозок в виде очередной таблице:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Bj** | **К=70** | | **Л=130** | | **М=50** | | **Н=150** | | **П=100** | | **Ui** |
| **Ai** |
| **А=50** | **-** | **350** | **-** | **400** | **-** | **340** | **-** | **230** | **50** | **180** | **180** |
|  |  |  |  |  |
| **Г=100** | **50** | **220** | **-** | **290** | **50** | **160** | **-** | **260** | **-** | **255** | **245** |
|  |  |  |  |  |
| **Е=350** | **20** | **200** | **130** | **240** | **-** | **235** | **150** | **150** | **50** | **225** | **225** |
|  |  |  |  |  |
| **Vj** | **-25** | | **15** | | **-85** | | **-75** | | **0** | |  |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 11= | -195 |  | 22= | -30 |
| 12= | -205 |  | 24= | -90 |
| 13= | -245 |  | 25= | -10 |
| 14= | -125 |  | 33= | -95 |

Z=50\*220+20\*200+130\*240+50\*160+150\*150+50\*180+50\*225=96950

Таким образом, получен оптимальный план перевозок.

**Симплекс-метод**

Исходные данные:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Тип ресурса** | **Нормы затрат ресурсов на единицу продукции** | | | | **Запасы ресурсов** |
| **1** | **2** | **3** | **4** |
| Сырье | 6 | 4 | 3 | 5 | 70 |
| Рабочее время | 23 | 15 | 19 | 31 | 450 |
| Оборудование | 11 | 15 | 8 | 17 | 140 |
| Прибыль на единицу продукции | 31 | 26 | 9 | 17 |  |

На основе исходных данных составляется математическая модель задачи:



Для решения задачи симплекс-методом необходимы очевидные промежуточные преобразования:



Если выбрать в качестве базисных переменных введенные дополнительные переменные , , то последняя модель переписывается в виде:



В итоге формируется симплекс-таблица следующего вида:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| П  БП |  |  |  |  | 1 |
|  | **6** | **4** | **3** | **5** | 70 |
|  | **23** | **15** | **19** | **31** | 450 |
|  | **11** | **15** | **8** | **17** | 140 |
|  | -31 | -26 | -9 | -17 | 0 |

Решение не оптимально. В строке Z присутствуют отрицательные коэффициенты. Выбираем разрешающий столбец с максимальным отрицательным значением . Для выбора разрешающе строки свободные коэффициенты (70, 450, 140) делят на элементы разрешающего столбца. По минимальному положительному отношению выбирается разрешающая строка . Пересечение разрешающего столбца и строка дает разрешающий инструмент (=6)



|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **БП/П** | **(-Х1)** | **(-Х2)** | **(-Х3)** | **(-Х4)** | **1** |  |
| **Х5=** | 6 | 4 | 3 | 5 | 70 | 11,6 |
| **Х6=** | 23 | 15 | 19 | 31 | 450 | 19,56 |
| **Х7=** | 11 | 15 | 8 | 17 | 140 | 12,72 |
| **Z=** | -31 | -26 | -9 | -17 | 0 |  |
|  |  |  |  |  |  |  |

При выборе разрешающими столбца и строки Х5 получаем новую симплекс-таблицу:



|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **БП/П** | **(-Х5)** | **(-Х2)** | **(-Х3)** | **(-Х4)** | **1** |  |
| **Х1=** | 0,16 | 0,66 | 0,5 | 0,83 | 11,66 | 17,66 |
| **Х6=** | -3,83 | -0,33 | 7,5 | 11,83 | 181,66 | -550,48 |
| **Х7=** | -1,83 | 7,66 | 2,5 | 7,83 | 11,66 | 1,52 |
| **Z=** | 5,16 | -5,33 | 6,5 | 8,83 | 361,66 |  |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **БП/П** | **(-Х5)** | **(-Х7)** | **(-Х3)** | **(-Х4)** | **1** |
| **Х1=** | 0,32 | -0,08 | 0,28 | 0,152 | 10,65 |
| **Х6=** | -3,91 | 0,04 | 7,6 | 12,17 | 182,17 |
| **Х2=** | -0,23 | 0,13 | 0,32 | 1,02 | 1,52 |
| **Z=** | 3,89 | 0,69 | 8,23 | 14,28 | 369,78 |

Согласно полученным данным оптимальным является распределение заказа между 10,65 станками первого типа и 182,17 станками шестого типа. При минимальных издержках в 369,78 ден. единиц.