Министерство образования и науки Российской Федерации.

Федеральное агентство по образованию.

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального

образования.

Самарский государственный технический университет.

Кафедра высшей математике

## **Курсовая работа**

студент

руководитель: .

ассистент: Н.

Самара

2004 г.

Пусть случайные величины Х и Y принимают значение, приведённые в таблице 1.

Таблица 1

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Х | Y | X | Y | X | Y | X | Y |
| 70 | 60 | 97 | 62 | 27 | 25 | 57 | 35 |
| 73 | 60 | 96 | 85 | 43 | 25 | 60 | 34 |
| 80 | 55 | 67 | 34 | 24 | 19 | 92 | 85 |
| 41 | 30 | 80 | 80 | 24 | 20 | 93 | 75 |
| 56 | 25 | 82 | 78 | 27 | 19 | 100 | 65 |
| 103 | 92 | 90 | 80 | 100 | 90 | 120 | 115 |
| 104 | 92 | 120 | 92 | 101 | 110 | 120 | 90 |
| 104 | 114 | 115 | 115 | 102 | 112 | 92 | 75 |
| 93 | 62 | 123 | 115 | 145 | 118 | 123 | 112 |
| 118 | 115 | 127 | 120 | 150 | 118 | 123 | 100 |
| 121 | 92 | 127 | 117 | 150 | 119 | 96 | 72 |
| 117 | 92 | 130 | 120 | 150 | 120 | 130 | 119 |
| 112 | 110 | 135 | 125 | 131 | 120 | 142 | 119 |
| 96 | 78 | 153 | 125 | 132 | 142 | 142 | 140 |
| 127 | 120 | 153 | 142 | 202 | 175 | 145 | 144 |
| 130 | 125 | 153 | 135 | 202 | 173 | 157 | 150 |
| 130 | 140 | 153 | 145 | 205 | 202 | 180 | 180 |
| 130 | 119 | 162 | 172 | 180 | 202 | 180 | 200 |
| 150 | 140 | 165 | 165 | 188 | 225 | 180 | 175 |
| 140 | 120 | 165 | 150 | 210 | 220 | 180 | 190 |
| 140 | 125 | 165 | 146 | 221 | 225 | 200 | 200 |
| 162 | 170 | 170 | 152 | 225 | 220 | 200 | 175 |
| 155 | 170 | 170 | 165 | 225 | 230 | 240 | 228 |
| 157 | 160 | 154 | 170 | 227 | 232 | 240 | 232 |
| 157 | 165 | 154 | 165 | 237 | 232 | 132 | 140 |

1) Находим, что

Тогда длина интервала группирования

- число интервалов (разрядов), неформализован и зависит от объёма и степени однородности выборки. При ,

2) Находим границы величины

,

3) Находим значение представителей

- середина i-того интервала.

4) Для графического описания выборки по условиям задания необходимо построить гистограмму относительных частот (рис. 1) и эмпирическую функцию распределения (рис. 2)

а) На гистограмме относительных частот высота прямоугольников выбирается равной , основания прямоугольников соответствуют интервалам разбиения. Площадь i-того прямоугольника равна относительной частоте наблюдений, попавших в i-тый интервал.

Составляем таблицу частот группированной выборки (табл. 2), содержащую столбцы с номерами интервала i, значениями нижней границы (начала интервала) и представителя интервала , числами значений в i-том интервале , накопленной частоты , относительной частоты , накопленной относительной частоты . Число строк таблицы равно числу интервалов r.

Рис. 1. Гистограмма относительных частот

б) Эмпирическая функция распределения определяется по значениям накопленных относительных частот представителей разрядов:

Функция представляет собой кусочно-постоянную функцию, имеющие скачки в точках, соответствующих серединам интервалов группировки , причём при , и при

Рис. 2. Эмпирическая функция распределения

5) Составленную ранее таблицу частот группированной выборки (табл. 2) дополняем таблицей расчёта числовых значений и . Она содержит результаты промежуточных вычислений по формулам



6) После заполнения таблицы 2 рассчитываем значение числовых оценок:

7) Определяем коэффициент вариаций

8) Определяем границы доверительного интервала для математического ожидания по формулам

При заданной доверительной вероятности по таблицам распределения Стьюдента , поэтому имеем

9) Среднеквадратичное отклонение оценки математического ожидания случайной величины Х равно

10) По виду гистограммы выдвигаем гипотезу Н0 о подчинении случайной величины Х нормальному закону распределения. Для построения теоретической функции и составляем таблицу значений (таблица 3) нормальной величины , определяем функцию Лапласа , значения функции распределения на концах отрезков и вероятность попадания в i-тый интервал по формуле

11) Рисунок 2 с эмпирической функцией распределения дополняем теоретической функцией F(x), значения которой найдены на концах интервалов.

Рис. 3. Эмпирическая , теоретическая функция распределения.

12) Для проверки согласия выдвинутой гипотезы о о законе распределения экспериментальным данным находим вероятность попадания опытных данных в i-тый интервал от до на основе полученных значений функции на границах интервалов. На построенную раньше гистограмму наносим точки с координатами и соединяем их плавными линиями (Рис. 4). Сравнивая вид гистограммы и плотность распределения, необходимо убедиться в их адекватности, близости их характеров.

Рис. 4. Гистограмма относительных частот и теоретическая плотность вероятности .

13) При количественной оценке меры близости эмпирического и теоретического законов распределения можно использовать критерии Пирсона или Колмогорова.

а) по критерию Колмогорова:

Максимальное значение модуля разности между значениями эмпирической и теоретической функциями(см. рис. 3) наблюдается в точке, близкой к представителю . Тогда

Вычисляем величину

где r – объём выборки из представителей интервалов

, следовательно . Так как , поэтому гипотеза о нормальном распределении по критерию Колмогорова принимается как не противоречащая опытным данным.

б) Для вычисления таблицу 3 дополняем промежуточными результатами ,, . Объединяем 1,2,3 и 9,10. Тогда . Получаем, что



Для нормального закона распределения . Тогда число степеней свободы . При имеем . Поэтому гипотеза по критерию Пирсона принимается.

14) Составляем точечную диаграмму в декартовой (рис. 5) системе координат, где по оси абсцисс откладываем значение , а по оси ординат - . Пары значений представляем на диаграмме в виде точек. На диаграмму наносим сетку равноотстоящих горизонтальных и вертикальных прямых. Расстояние между двумя вертикальными прямыми выражает длину интервала по оси абсцисс, а расстояние между горизонтальными прямыми – длину интервала по оси ординат.

15) Для вычисления коэффициента корреляции составляется корреляционная таблица (таблица 4). В последние две строки заносятся промежуточные результаты для вычисления точечной оценки коэффициента корреляции

16) Находим

Следовательно, линейные приближения к регрессиям имеют вид:

На рисунке 3 представлены точечная диаграмма и линии регрессии X на Y и Y на X. Расположение точек на диаграмме и небольшое значение коэффициента корреляции указывают на слабую коррелированность случайных величин X и Y между собой.

Таблица 2

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № интервала |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | 24 | 34,8 | 6 | 6 | 0,06 | 0,06 | 208,8 | -99,36 | 9872,41 | 59234,46 |
| 2 | 45,6 | 56,4 | 4 | 10 | 0,04 | 0,1 | 225,6 | -77,76 | 6046,618 | 24186,47 |
| 3 | 67,2 | 78 | 5 | 15 | 0,05 | 0,15 | 390 | -56,16 | 3153,946 | 15769,73 |
| 4 | 88,8 | 99,6 | 16 | 31 | 0,16 | 0,31 | 1593,6 | -34,56 | 1194,394 | 19110,3 |
| 5 | 110,4 | 121,2 | 21 | 52 | 0,21 | 0,52 | 2545,2 | -12,96 | 167,9616 | 3527,194 |
| 6 | 132 | 142,8 | 15 | 67 | 0,15 | 0,67 | 2142 | 8,64 | 74,6496 | 1119,744 |
| 7 | 153,6 | 164,4 | 13 | 80 | 0,13 | 0,8 | 2137,2 | 30,24 | 914,4576 | 11887,95 |
| 8 | 175,2 | 186 | 6 | 86 | 0,06 | 0,86 | 1116 | 51,84 | 2687,386 | 16124,31 |
| 9 | 196,8 | 207,6 | 7 | 93 | 0,07 | 0,93 | 1453,2 | 73,44 | 5393,434 | 37754,04 |
| 10 | 218,4 | 229,2 | 7 | 100 | 0,07 | 1 | 1604,4 | 95,04 | 9032,602 | 63228,21 |
| 11 | 240 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|  | Сумма |  | 100 |  | 1 |  | 13416 |  |  | 251942,4 |

Таблица 3

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № интервала |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | 24 | -2,18368 | -0,4854 | 0,0146 | 0,0255 | 2,55 | 3,8025 | 0,224336 |
| 2 | 45,6 | -1,75551 | -0,4599 | 0,0401 | 0,0517 | 5,17 |
| 3 | 67,2 | -1,32733 | -0,4082 | 0,0918 | 0,0923 | 9,23 |
| 4 | 88,8 | -0,89916 | -0,3159 | 0,1841 | 0,1351 | 13,51 | 6,2001 | 0,458927 |
| 5 | 110,4 | -0,47099 | -0,1808 | 0,3192 | 0,1648 | 16,48 | 20,4304 | 1,239709 |
| 6 | 132 | -0,04282 | -0,016 | 0,484 | 0,164 | 16,4 | 1,96 | 0,119512 |
| 7 | 153,6 | 0,385355 | 0,148 | 0,648 | 0,143 | 14,3 | 1,69 | 0,118182 |
| 8 | 175,2 | 0,813527 | 0,291 | 0,791 | 0,1015 | 10,15 | 17,2225 | 1,696798 |
| 9 | 196,8 | 1,241699 | 0,3925 | 0,8925 | 0,06 | 6 | 25,8064 | 2,893094 |
| 10 | 218,4 | 1,669871 | 0,4525 | 0,9525 | 0,0292 | 2,92 |
| 11 | 240 | 2,098043 | 0,4817 | 0,9817 |   |   |   |   |

Пусть случайные величины Х и Y принимают значение, приведённые в таблице 1.

Таблица 1

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Х | Y | X | Y | X | Y | X | Y |
| 70 | 60 | 97 | 62 | 27 | 25 | 57 | 35 |
| 73 | 60 | 96 | 85 | 43 | 25 | 60 | 34 |
| 80 | 55 | 67 | 34 | 24 | 19 | 92 | 85 |
| 41 | 30 | 80 | 80 | 24 | 20 | 93 | 75 |
| 56 | 25 | 82 | 78 | 27 | 19 | 100 | 65 |
| 103 | 92 | 90 | 80 | 100 | 90 | 120 | 115 |
| 104 | 92 | 120 | 92 | 101 | 110 | 120 | 90 |
| 104 | 114 | 115 | 115 | 102 | 112 | 92 | 75 |
| 93 | 62 | 123 | 115 | 145 | 118 | 123 | 112 |
| 118 | 115 | 127 | 120 | 150 | 118 | 123 | 100 |
| 121 | 92 | 127 | 117 | 150 | 119 | 96 | 72 |
| 117 | 92 | 130 | 120 | 150 | 120 | 130 | 119 |
| 112 | 110 | 135 | 125 | 131 | 120 | 142 | 119 |
| 96 | 78 | 153 | 125 | 132 | 142 | 142 | 140 |
| 127 | 120 | 153 | 142 | 202 | 175 | 145 | 144 |
| 130 | 125 | 153 | 135 | 202 | 173 | 157 | 150 |
| 130 | 140 | 153 | 145 | 205 | 202 | 180 | 180 |
| 130 | 119 | 162 | 172 | 180 | 202 | 180 | 200 |
| 150 | 140 | 165 | 165 | 188 | 225 | 180 | 175 |
| 140 | 120 | 165 | 150 | 210 | 220 | 180 | 190 |
| 140 | 125 | 165 | 146 | 221 | 225 | 200 | 200 |
| 162 | 170 | 170 | 152 | 225 | 220 | 200 | 175 |
| 155 | 170 | 170 | 165 | 225 | 230 | 240 | 228 |
| 157 | 160 | 154 | 170 | 227 | 232 | 240 | 232 |
| 157 | 165 | 154 | 165 | 237 | 232 | 132 | 140 |

1) Находим, что

Тогда длина интервала группирования

- число интервалов (разрядов), неформализован и зависит от объёма и степени однородности выборки. При ,

2) Находим границы величины

,

3) Находим значение представителей

- середина j-того интервала.

4) Для графического описания выборки по условиям задания необходимо построить гистограмму относительных частот (рис. 1) и эмпирическую функцию распределения (рис. 2)

а) На гистограмме относительных частот высота прямоугольников выбирается равной , основания прямоугольников соответствуют интервалам разбиения. Площадь j-того прямоугольника равна относительной частоте наблюдений, попавших в j-тый интервал.

Составляем таблицу частот группированной выборки (табл. 2), содержащую столбцы с номерами интервала j, значениями нижней границы (начала интервала) и представителя интервала , числами значений в j-том интервале , накопленной частоты , относительной частоты , накопленной относительной частоты . Число строк таблицы равно числу интервалов r.

Рис. 1. Гистограмма относительных частот

б) Эмпирическая функция распределения определяется по значениям накопленных относительных частот представителей разрядов:

Функция представляет собой кусочно-постоянную функцию, имеющие скачки в точках, соответствующих серединам интервалов группировки , причём при , и при

Рис. 2. Эмпирическая функция распределения

5) Составленную ранее таблицу частот группированной выборки (табл. 2) дополняем таблицей расчёта числовых значений и . Она содержит результаты промежуточных вычислений по формулам



6) После заполнения таблицы 2 рассчитываем значение числовых оценок:

7) Определяем коэффициент вариаций

8) Определяем границы доверительного интервала для математического ожидания по формулам

При заданной доверительной вероятности по таблицам распределения Стьюдента , поэтому имеем

9) Среднеквадратичное отклонение оценки математического ожидания случайной величины Y равно

10) По виду гистограммы выдвигаем гипотезу Н0 о подчинении случайной величины нормальному закону распределения. Для построения теоретической функции и составляем таблицу значений (таблица 3) нормальной величины , определяем функцию Лапласа , значения функции распределения на концах отрезков и вероятность попадания в i-тый интервал по формуле

11) Рисунок 2 с эмпирической функцией распределения дополняем теоретической функцией F(y), значения которой найдены на концах интервалов.

Рис. 3. Эмпирическая , теоретическая функция распределения.

12) Для проверки согласия выдвинутой гипотезы о о законе распределения экспериментальным данным находим вероятность попадания опытных данных в j-тый интервал от до на основе полученных значений функции на границах интервалов. На построенную раньше гистограмму наносим точки с координатами и соединяем их плавными линиями (Рис. 4). Сравнивая вид гистограммы и плотность распределения, необходимо убедиться в их адекватности, близости их характеров.

Рис. 4. Гистограмма относительных частот и теоретическая плотность вероятности .

13) При количественной оценке меры близости эмпирического и теоретического законов распределения можно использовать критерии Пирсона или Колмогорова.

а) по критерию Колмогорова

Максимальное значение модуля разности между значениями эмпирической и теоретической функциями(см. рис. 2) наблюдается в точке, близкой к представителю . Тогда

Вычисляем величину

где r – объём выборки из представителей интервалов

, следовательно . Так как , поэтому гипотеза о нормальном распределении по критерию Колмогорова принимается как не противоречащая опытным данным.

б) Для вычисления таблицу 3 дополняем промежуточными результатами ,, . Объединяем 1,2,3 и 9,10. Тогда . Получаем, что



Для нормального закона распределения . Тогда число степеней свободы . При имеем . Поэтому гипотеза по критерию Пирсона принимается.

14) Составляем точечную диаграмму в декартовой системе координат, где по оси абсцисс откладываем значение , а по оси ординат - . Пары значений представляем на диаграмме в виде точек. На диаграмму наносим сетку равноотстоящих горизонтальных и вертикальных прямых. Расстояние между двумя вертикальными прямыми выражает длину интервала по оси абсцисс, а расстояние между горизонтальными прямыми – длину интервала по оси ординат.

15) Для вычисления коэффициента корреляции составляется корреляционная таблица (таблица 4). В последние две строки заносятся промежуточные результаты для вычисления точечной оценки коэффициента корреляции

16) Находим

Следовательно, линейные приближения к регрессиям имеют вид:

На рисунке 3 представлены точечная диаграмма и линии регрессии X на Y и Y на X. Расположение точек на диаграмме и небольшое значение коэффициента корреляции указывают на слабую коррелированность случайных величин X и Y между собой.

Таблица 2

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № интервала |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | 19 | 29,65 | 10 | 10 | 0,1 | 0,1 | 296,5 | -93,933 | 8823,408 | 88234,08 |
| 2 | 40,3 | 50,95 | 3 | 13 | 0,03 | 0,13 | 152,85 | -72,633 | 5275,553 | 15826,66 |
| 3 | 61,6 | 72,25 | 10 | 23 | 0,1 | 0,23 | 722,5 | -51,333 | 2635,077 | 26350,77 |
| 4 | 82,9 | 93,55 | 10 | 33 | 0,1 | 0,33 | 935,5 | -30,033 | 901,9811 | 9019,811 |
| 5 | 104,2 | 114,85 | 26 | 59 | 0,26 | 0,59 | 2986,1 | -8,733 | 76,26529 | 1982,898 |
| 6 | 125,5 | 136,15 | 10 | 69 | 0,1 | 0,69 | 1361,5 | 12,567 | 157,9295 | 1579,295 |
| 7 | 146,8 | 157,45 | 7 | 76 | 0,07 | 0,76 | 1102,15 | 33,867 | 1146,974 | 8028,816 |
| 8 | 168,1 | 178,75 | 10 | 86 | 0,1 | 0,86 | 1787,5 | 55,167 | 3043,398 | 30433,98 |
| 9 | 189,4 | 200,05 | 4 | 90 | 0,04 | 0,9 | 800,2 | 76,467 | 5847,202 | 23388,81 |
| 10 | 210,7 | 221,35 | 10 | 100 | 0,1 | 1 | 2213,5 | 97,767 | 9558,386 | 95583,86 |
| 11 | 232 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|  | Сумма |  | 100 |  | 1 |  | 12358,3 |  |  | 300429 |

Таблица 3

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № интервала |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | 19 | -1,89849 | -0,4713 | 0,0287 | 0,0368 | 3,68 | 8,4681 | 0,421508 |
| 2 | 40,3 | -1,51183 | -0,4345 | 0,0655 | 0,0659 | 6,59 |
| 3 | 61,6 | -1,12517 | -0,3686 | 0,1314 | 0,0982 | 9,82 |
| 4 | 82,9 | -0,73852 | -0,2704 | 0,2296 | 0,1336 | 13,36 | 11,2896 | 0,84503 |
| 5 | 104,2 | -0,35186 | -0,1368 | 0,3632 | 0,1488 | 14,88 | 123,6544 | 8,310108 |
| 6 | 125,5 | 0,034799 | 0,012 | 0,512 | 0,1508 | 15,08 | 25,8064 | 1,7113 |
| 7 | 146,8 | 0,421457 | 0,1628 | 0,6628 | 0,1282 | 12,82 | 33,8724 | 2,642153 |
| 8 | 168,1 | 0,808114 | 0,291 | 0,791 | 0,092 | 9,2 | 30,6916 | 1,6626 |
| 9 | 189,4 | 1,194772 | 0,383 | 0,883 | 0,0599 | 5,99 |
| 10 | 210,7 | 1,58143 | 0,4429 | 0,9429 | 0,0327 | 3,27 |
| 11 | 232 | 1,968087 | 0,4756 | 0,9756 |  |  |  |  |
|  | Сумма |  |  |  |  |  |  | 13,5927 |