**Лабораторная работа №1**

**Отбор образцов, проб и выборок для исследования свойств текстильных материалов, методы оценки неровности текстильных материалов**

Цель работы

1. Изучить принципы и методы отбора образцов, проб и выборок при исследовании свойств текстильных материалов.
2. Изучить способы вычисления основных статистических характеристик.

Содержание работы

1.Изучить принципы отбора образцов, проб и выборок. Основные понятия и определения.

2.Результаты исследования свойств текстильных материалов.

3.Расчет статистических характеристик результатов измерений классическим способом.

4.Расчет статистических характеристик упрощенными способами.

5.Анализ результатов работы, формулировка выводов.

Пособия и инструменты: образцы текстильных материалов, микрокалькулятор.

Общие сведения

Контроль качества продукции осуществляют сплошным и выборочным способами. В легкой промышленности и бытовом обслуживании наиболее часто применяется выборочный контроль качества продукции. При этом партию продукции рассматривают как генеральную совокупность единиц любой продукции, а ее исследуемую часть называют одинаково – выборкой.

Чтобы выборка отражала свойства партии продукции и позволяла прогнозировать их, выборку необходимо отбирать по определенным правилам.

Объем выборки определяется неравномерностью продукции и величиной доверительных границ или интервала, в пределах которых должно находиться искомое значение показателя свойств всей партии продукции. Чем больше неравномерность материала (неоднородность) и чем больше задаваемая величина доверительного интервала, тем большим должен быть объем выборки. По возможности объем выборки принимают минимальным для ускорения испытаний. Выборочные значения характеристик распределения вероятностей в генеральной совокупности называют оценками или статистиками. К основным статистикам относятся среднее, дисперсия, среднеквадратическое отклонение, коэффициент вариации.

Выборочной совокупностью или просто выборкой называют совокупность случайно отобранных объектов.

Генеральной совокупностью называют совокупность объектов, из которых производится выборка.

Образец – часть объекта испытания, который непосредственно подвергается испытанию.

Методы отбора проб:

На практике применяются различные методы отбора проб. Принципиально их можно подразделить на два вида:

1. Отбор, не требующий расчленения генеральной совокупности на части:

а) простой случайный бесповторный отбор;

б) простой случайный повторный отбор.

2. Отбор, при котором генеральная совокупность разбивается на части:

а) типический отбор;

б) механический отбор;

в) серийный отбор.

Простым случайным называют такой отбор, при котором объекты извлекают по одному из всей генеральной совокупности.

Типическим называют отбор, при котором объекты отбираются не из всей генеральной совокупности, а из каждой ее «типической» части.

Механическим называют отбор, при котором генеральную совокупность «механически» делят на столько групп, сколько объектов должно войти в выборку, а из каждой группы отбирают один объект.

Серийным называют отбор, при котором объекты отбирают из генеральной совокупности не по одному, а «сериями», которые подвергаются сплошному обследованию.

Подчеркнем, что на практике часто применяется комбинированный отбор, при котором сочетаются указанные выше способы.

Выполнение работы

1. Результаты измерений испытания данной выборки и результаты расчета статистик, заносятся в табл. 1.

Таблица 1

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| №  п.п. | Первичные результаты измерений Xi, г/м² | Отклонение первичного результата от среднего (Xi- X) | Квадратическое отклонение (Хi – Х)2 |
| 1 | 552,8 | 6,7 | 44,89 |
| 2 | 548,7 | 2,6 | 6,76 |
| 3 | 537,3 | -8,8 | 77,44 |
| 4 | 545,0 | -1,1 | 1,21 |
| 5 | 542,4 | -3,7 | 13,69 |
| 6 | 550,2 | 4,1 | 16,81 |
|  | ∑Xi | **∑**(Xi-X) | ∑(Xi-X)2 |
|  | 3276,4 | -0,2 | 160,8 |

2. Обрабатывает полученные результаты классическим способом.

2.1. Средний результат наблюдаемого признака определяют по формуле:



2.2. Отклонение каждого наблюдения в опыте от среднего:



2.3. Определяут дисперсию теоретического распредел**е**ния:



2.4. Выборочное среднеквадратическое отклонение определяют по формуле:

****

3.5.Выборочное значение коэффициента вариации СВ (%), являющейся мерой относительной изменчивости наблюдаемой случайной величины, вычисляют по формуле:

****

При большом числе испытаний используют упрощенные способы вычислений статистик (произведений, сумм).

3. Вычисление статистических характеристик способом произведений.

Результаты измерений толщины кожи в мм:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1.23 | 1.23 | 1.28 | 1.26 |
| 1.22 | 1.25 | 1.24 | 1.24 |
| 1.26 | 1.24 | 1.21 | 1.22 |
| 1.20 | 1.25 | 1.23 | 1.25 |
| 1.21 | 1.27 | 1.25 | 1.21 |
| 1.25 | 1.24 | 1.24 | 1.27 |
| 1.28 | 1.22 | 1.20 | 1.24 |
| 1.24 | 1.23 | 1.24 | 1.26 |
| 1.26 | 1.24 | 1.27 | 1.24 |
| 1.24 | 1.26 | 1.25 | 1.24 |

При числе испытаний n=40 применяем упрощённый способ подсчёта среднего арифметического, среднего арифметического отклонения и коэффициента вариации, результаты первичных наблюдений разбиваем на разряды с определённым интервалом и определяем частоту встречаемости результатов наблюдений в каждом разделе.

По таблице 2 определяем кол-во классов, т.к. n=40, то выбираем 10 классов.

Таблица 2

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Число испытаний | 25 | 50 | 100 | 200 | 500 | более 500 |
| Количество классов | 7…11 | 8…13 | 9…14 | 10…16 | 12…18 | 14…20 |

Определяем размах результатов испытаний R. Для этого из всей совокупности результатов выбирает наибольшую Хmax и наименьшую Хmin величины и определяем разницу между ними:



Далее определяем интервал класса (разряда):

****

После определения интервала класса первичные результаты группируют по разрядам и определяют частоту ni (табл.3).

Таблица 3

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер разрядов | Границы разрядов | Частота | Условное отклонение | Сумма S1 | Сумма S2 |
| 1 | 1.20…1.208 | 2 | -5 | -10 | 50 |
| 2 | 1.208…1.216 | 3 | -4 | -12 | 48 |
| 3 | 1.216…1.224 | 3 | -3 | -9 | 27 |
| 4 | 1.224…1.232 | 4 | -2 | -8 | 16 |
| 5 | 1.232…1.240 | 4 | -1 | -4 | 4 |
| 6 | 1.240…1.248 | 8 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | 1.248…1.256 | 6 | +1 | 6 | 6 |
| 8 | 1.256…1.264 | 5 | +2 | 10 | 20 |
| 9 | 1.264…1.272 | 3 | +3 | 9 | 27 |
| 10 | 1.272…1.280 | 2 | +4 | 8 | 32 |
| 10 |  | 40 |  | 10 | 230 |

Определяем условное среднее значение x0 как полусумму значений нижней границы класса:

****

Среднее арифметическое результатов испытаний:

****

Определяем сумму квадратов отклонений:



Вычисляем среднеквадратическое отклонение:



Далее определяем коэффициент вариации:

****

Выводы: в процессе выполнения лабораторной работы были изучены принципы и методы отбора образцов, проб и выборок при исследовании свойств текстильных материалов, способы вычисления основных статистических характеристик.

Были определены структурные характеристики, поверхностная плотность и толщина кожи классическим и упрощённым методом. При оценке толщины кожи упрощённым методом получили высокий показатель коэффициента вариации СВ. Это можно объяснить тем, что при измерении толщины был большой размах результатов испытаний R. При этом в процессе статистической обработки были удалены случайные и грубые ошибки, которые могли появиться в результате невнимательного снятия и записи показаний толщиномера, наличия погрешности в измерении прибора, неровноты толщины кожи.

**Лабораторная работа №2.**

**Тема: Однофакторный эксперимент. Определение линейного уравнения регрессии первого порядка**

Цель работы

Освоение методов математической обработки результатов исследования свойств текстильных материалов; определение уравнения регрессии по данным однофакторного эксперимента.

Пособия и инструменты: таблицы значений критериев Кочрена, Стьюдента, Фишера; микрокалькулятор.

Содержание работы

1. Статистическая обработка первичных результатов эксперимента.

2. Расчет критерия Кочрена и проверка однородности дисперсии в опытах матрицы.

3. Определение средней дисперсии выходного параметра в опытах матрицы.

4. Определение коэффициентов регрессии и составление уравнения регрессии.

5. Определение адекватности уравнения регрессии. Расчет критерия Фишера.

6. Оценка значимости коэффициентов регрессии.

7. Определение доверительных интервалов средних и индивидуальных значений выходного параметра.

8. Построение графика полученного уравнения регрессии.

9. Анализ результатов работы. Формулировка выводов.

Общие сведения

В настоящее время при исследовании свойств текстильных материалов и других видов продукции широкое применение получили математико-статистические методы планирования экспериментов.

В задачу планирования эксперимента входят: выбор необходимых для эксперимента опытов, т.е. построение матрицы планирования, выбор методов математической обработки результатов эксперимента.

Существует два вида планирования активного эксперимента: традиционное (классическое) однофакторное и многофакторное (факторное).

В традиционном однофакторном планировании изучается влияние на выходной параметр одного входного параметра (фактора).

В результате обработки экспериментальных данных определяют взаимосвязь между выходным параметром (Y) и варьируемым на нескольких уровнях фактором (X). Математическая модель в общем виде описывается функцией отклика:

**y = f(x) (1)**

При существовании линейной связи между входными и выходными параметрами уравнение регрессии имеет следующий вид:

y = do+d1(x-x̃), (2)

где d0,d1 – коэффициенты уравнения регрессии.

Адекватность уравнения регрессии проверяется по критерию Фишера [1,4]. Если расчетное значение критерия Фишера (Fp) меньше табличного (Fm), то гипотеза об адекватности линейной модели не отвергается.

Выполнение работы

1. Статистическая обработка первичных результатов эксперимента

Полученные значения статистических характеристик заносим в соответствующие графы табл. 1.

Таблица 1

Расчёты статистических характеристик

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № опыта | Фактор Х | Значение параметра,Y | | Ỹ | S2 | S | Св |
| 1 | 2 |
| 1. 1 | 4 | 9.93 | 9.47 | 9.70 | 0.106 | 0.325 | 3.353 |
| 1. 2 | 12 | 9.81 | 9.32 | 9.56 | 0.120 | 0.346 | 3.622 |
| 1. 3 | 20 | 9.76 | 9.21 | 9.48 | 0.151 | 0.389 | 4.1 |
| 1. 4 | 27 | 9.74 | 9.16 | 9.45 | 0.168 | 0.41 | 4.34 |
|  | 35 | 9.73 | 9.12 | 9.42 | 0.186 | 0.431 | 4.577 |
|  | 43 | 9.68 | 9.10 | 9.39 | 0.168 | 0.41 | 4.368 |
|  | 50 | 9.67 | 9.07 | 9.37 | 0.180 | 0.424 | 4.528 |
|  | 58 | 9.64 | 9.04 | 9.34 | 0.180 | 0.424 | 4.542 |
|  | 66 | 9.63 | 9.01 | 9.32 | 0.192 | 0.438 | 4.704 |
|  | 73 | 9.62 | 9.00 | 9.32 | 0.192 | 0.438 | 4.709 |
|  | 81 | 9.61 | 8.99 | 9.30 | 0.192 | 0.438 | 4.714 |
|  | 88 | 9.62 | 8.97 | 9.29 | 0.212 | 0.46 | 4.945 |
|  | 96 | 9.60 | 8.95 | 9.27 | 0.212 | 0.46 | 4.955 |
|  | 104 | 9.58 | 8.94 | 9.26 | 0.205 | 0.453 | 4.887 |
|  | 111 | 9.57 | 8.92 | 9.24 | 0.212 | 0.46 | 4.972 |
|  | 119 | 9.54 | 8.92 | 9.23 | 0.192 | 0.438 | 4.75 |
|  | 126 | 9.55 | 8.93 | 9.22 | 0.192 | 0.438 | 4.745 |
|  | 134 | 9.53 | 8.90 | 9.21 | 0.198 | 0.445 | 4.834 |
|  | 141 | 9.53 | 8.89 | 9.21 | 0.205 | 0.453 | 4.914 |
|  | 149 | 9.52 | 8.88 | 9.20 | 0.205 | 0.453 | 4.919 |
|  | 156 | 9.51 | 8.86 | 9.18 | 0.212 | 0.46 | 5.004 |
|  | 164 | 9.49 | 8.88 | 9.18 | 0.186 | 0.431 | 4.696 |
|  | 171 | 9.49 | 8.85 | 9.17 | 0.205 | 0.453 | 4.935 |
|  | 179 | 9.49 | 8.82 | 9.15 | 0.225 | 0.474 | 5.175 |
|  | 186 | 9.47 | 8.82 | 9.14 | 0.212 | 0.46 | 5.026 |
|  | 194 | 9.46 | 8.82 | 9.14 | 0.205 | 0.453 | 4.951 |
|  | 201 | 9.45 | 8.82 | 9.13 | 0.225 | 0.474 | 5.175 |
|  | 209 | 9.47 | 8.80 | 9.13 | 0.212 | 0.46 | 5.026 |
|  | 216 | 9.46 | 8.80 | 9.13 | 0.218 | 0.467 | 5.112 |
|  | 224 | 9.45 | 8.79 | 9.12 | 0.218 | 0.467 | 5.117 |

2. Расчёт критерия [Кочрена](file:///C:\Temp\Лабораторная%20работа%20№2\Критерий%20%20Кочерена.doc) и проверка однородности дисперсии в опытах матрицы

Для проверки однородности дисперсии и воспроизводимости эксперимента при одинаковой повторности (m) всех опытов рассчитываем значение критерия Кочрена Gp по формуле

 (3)

где  - максимальная дисперсия из всех опытов;

 - сумма всех дисперсий эксперимента.

Далее расчётное значение Gp сравниваем с табличным значением GT. Дисперсии однородны и число повторных опытов одинаково, т.к. Gp**<** GT (0.039<0.3632).

3. Определение средней дисперсии выходного параметра в опытах матрицы

Т.к. в опытах матрицы дисперсии однородны и число повторных опытов одинаково, то среднюю дисперсию определяют по формуле

 (4)

После этого определяем число степеней свободы средней дисперсии;

F(S2(1){y})=N(m-1)=30 (5)

Средняя дисперсия характеризует средний разброс значений выходного параметра относительно его средних значений, т.е. ошибку опытов в эксперименте.

4. Определение коэффициентов регрессии и составление уравнения регрессии

Дисперсии выходного параметра для каждого уровня фактора однородны, следлвательно, применяем метод наименьших квадратов.

Коэффициенты уравнения регрессии определяем по формулам:

 (6)

 (7)

где  - среднее значение результата эксперимента;

xu - значение фактора на определенном u-уровне;

 - среднее значение фактора.

Для удобства все промежуточные расчеты сводят в табл. 2.

Таблица 2

Расчет коэффициентов уравнения регрессии

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № опыта u | Фактор xu | xu- x̃ | (xu- x̃)2 | Ỹu | (xu- x̃) Ỹu |
|  | 4 | -110.567 | 12225.06 | 9.70 | -1072.49 |
|  | 12 | -102.567 | 10519.99 | 9.56 | -980.54 |
|  | 20 | -94.567 | 8942.91 | 9.48 | -896.49 |
|  | 27 | -87.567 | 7667.98 | 9.45 | -827.51 |
|  | 35 | -79.567 | 6331.38 | 9.42 | -749.52 |
|  | 43 | -71.567 | 5121.84 | 9.39 | -672.01 |
|  | 50 | -64.567 | 4168.89 | 9.37 | -604.99 |
|  | 58 | -56.567 | 3199.83 | 9.34 | -528.34 |
|  | 66 | -48.567 | 2358.75 | 9.32 | -452.64 |
|  | 73 | -41.567 | 1727.82 | 9.32 | -387.40 |
|  | 81 | -33.567 | 1126.74 | 9.30 | -312.17 |
|  | 88 | -26.567 | 705.81 | 9.29 | -246.81 |
|  | 96 | -18.567 | 344.73 | 9.27 | -172.12 |
|  | 104 | -10.567 | 111.66 | 9.26 | -97.85 |
|  | 111 | -3.567 | 12.72 | 9.24 | -32.96 |
|  | 119 | 4.433 | 19.65 | 9.23 | 40.92 |
|  | 126 | 11.433 | 130.71 | 9.22 | 105.41 |
|  | 134 | 19.433 | 377.64 | 9.21 | 178.98 |
|  | 141 | 26.433 | 698.70 | 9.21 | 243.45 |
|  | 149 | 34.433 | 1185.63 | 9.20 | 316.78 |
|  | 156 | 41.433 | 1716.69 | 9.18 | 380.35 |
|  | 164 | 49.433 | 2443.62 | 9.18 | 453.79 |
|  | 171 | 56.433 | 3184.68 | 9.17 | 517.49 |
|  | 179 | 64.433 | 4151.61 | 9.15 | 589.56 |
|  | 186 | 71.433 | 5102.67 | 9.14 | 652.89 |
|  | 194 | 79.433 | 6309.60 | 9.14 | 726.60 |
|  | 201 | 86.433 | 7470.66 | 9.13 | 489.13 |
|  | 209 | 94.433 | 8917.59 | 9.13 | 862.17 |
|  | 216 | 101.433 | 10288.65 | 9.13 | 926.08 |
|  | 224 | 109.433 | 11975.58 | 9.12 | 998.02 |

После определения коэффициентов составляют искомое уравнение регрессии:

yR = do+d1(x-x̃). (8)

5. Определение адекватности уравнения регрессии. Расчеты критерия Фишера. Для определения адекватности полученного уравнения (8) используют критерий Фишера, расчетное значение которого определяем по формуле

 (9)

где S2(1) – средняя дисперсия или дисперсия воспроизводимости, определяемая но формуле (4);

S2(2) – дисперсия, характеризующая рассеивание средних экспериментальных значений уu относительно прямой линии, определяемой по формуле (8) (дисперсия адекватности).

Дисперсия S2(2) характеризует точность аппроксимации зависимости ỹ=f(X) прямой линией, ее определяют по формуле

 (10)

где  и  экспериментальное и расчетное значения выходного параметра.

После этого определяют число степеней свободы дисперсии адекватности

F{S2(2)}=N-2=28 (11)

Далее подставляем в формулу (9) значения дисперсии S2(1){y}и S2(2){y} рассчитывают [критерий Фишера](file:///C:\Temp\Лабораторная%20работа%20№2\Критерий%20Фишера.doc). Fp сравниваем с табличным значением критерия Фишера FT, которое определяют из [1.4] при доверительной вероятности α=0,95 и число степеней свободы f {S2(2)} и f { S2(1)}

FT =2.38, а Fр = 0.029

Fр < FT

Т.к. Fр < FT, то линейное уравнение адекватно.

Расчет суммы в формуле (10) сводим в табл. 3. Расчетные значения выходного параметра  определяем из уравнения (8), подставляя значения Хu.

Таблица 3

Расчёт дисперсии адекватности

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| u | xu | d1xu | YRu | ỹu | ỹu- YRu | (ỹu- YRu)2 |
|  | 4 | -7.864×10-3 | 9.492 | 9.70 | 0.208 | 0.043 |
|  | 12 | -0.024 | 9.477 | 9.56 | 0.083 | 6.950×10-3 |
|  | 20 | -0.039 | 9.461 | 9.48 | 0.019 | 3.645×10-4 |
|  | 27 | -0.053 | 9.447 | 9.45 | 2.853× 10-3 | 8.140×10-6 |
|  | 35 | -0.069 | 9.431 | 9.42 | -0.011 | 1.304×10-4 |
|  | 43 | -0.085 | 9.416 | 9.39 | -0.026 | 6.601×10-4 |
|  | 50 | -0.098 | 9.402 | 9.37 | -0.032 | 1.020×10-3 |
|  | 58 | -0.114 | 9.386 | 9.34 | -0.046 | 2.135×10-3 |
|  | 66 | -0.130 | 9.370 | 9.32 | -0.050 | 2.548×10-3 |
|  | 73 | -0.144 | 9.357 | 9.32 | -0.037 | 1.348×10-3 |
|  | 81 | -0.159 | 9.341 | 9.30 | -0.041 | 1.680×10-3 |
|  | 88 | -0.173 | 9.327 | 9.29 | -0.037 | 1.386×10-3 |
|  | 96 | -0.189 | 9.312 | 9.27 | -0.042 | 1.722×10-3 |
|  | 104 | -0.204 | 9.296 | 9.26 | -0.036 | 1.280×10-3 |
|  | 111 | -0.218 | 9.282 | 9.24 | -0.042 | 1.765×10-3 |
|  | 119 | -0.234 | 9.266 | 9.23 | -0.036 | 1.317×10-3 |
|  | 126 | -0.248 | 9.253 | 9.22 | -0.033 | 1.058×10-3 |
|  | 134 | -0.263 | 9.237 | 9.21 | -0.027 | 7.180×10-4 |
|  | 141 | -0.277 | 9.223 | 9.21 | -0.013 | 1.699×10-4 |
|  | 149 | -0.293 | 9.207 | 9.20 | -7.308×10-3 | 5.340×10-5 |
|  | 156 | -0.307 | 9.194 | 9.18 | -0.014 | 1.835×10-4 |
|  | 164 | -0.322 | 9.178 | 9.18 | 2.181×10-3 | 4.756×10-6 |
|  | 171 | -0.336 | 9.164 | 9.17 | 5.942×10-3 | 3.531×10-5 |
|  | 179 | -0.352 | 9.148 | 9.15 | 1.669×10-3 | 2.786×10-6 |
|  | 186 | -0.366 | 9.135 | 9.14 | 5.430×10-3 | 2.949×10-5 |
|  | 194 | -0.381 | 9.119 | 9.14 | 0.021 | 4.476×10-4 |
|  | 201 | -0.395 | 9.105 | 9.13 | 0.025 | 6.210×10-4 |
|  | 209 | -0.411 | 9.089 | 9.13 | 0.041 | 1.652×10-3 |
|  | 216 | -0.425 | 9.076 | 9.13 | 0.054 | 2.960×10-3 |
|  | 224 | -0.440 | 9.060 | 9.12 | 0.060 | 3.616×10-3 |

6. Оценка значимости коэффициентов регрессии

Для определения значимости полученных коэффициентов d0 и d1 уравнения (8) используется критерий [Стьюдента](file:///C:\Temp\Лабораторная%20работа%20№2\Критерий%20Стьюдента.doc) [1], расчетное значение которого определяем по формуле

tp=|di|/S{di}=3,114 (12)

где S {di} - оценка среднеквадратического отклонения коэффициента регрессии di.

Дисперсию коэффициентов регрессии S2{do} и S2{d1} рассчитываем по формулам:

(13)

 (14)

В формулы (13) и (14) входит дисперсия S2{y}, которая является сводной оценкой дисперсии случайной величины Yu выходного параметра при условии линейной связи. Эту дисперсию определяем по формуле

 (15)

далее определяют число степеней свободы этой дисперсии:

f{S2}=mN-2=58(16)

Сравниваем табличное и расчётное значения критерия Стьюдента. Если tp>tт, то коэффициенты уравнения регрессии значимы и, следовательно, связь между Y и Х значима.

В нашем случае tр=3,114, а tt=2,0. Следовательно, связь между Y и Х значима.

После этого определяем абсолютные ошибки коэффициентов регрессии ε{di}:

ε {di}=S{di}·tT[α,f{S2}]. (17)

ε {d0}=2,314

ε {d1}=0,035

Тогда для истинных значений коэффициентов регрессии δ0 и δ1в линейном уравнении (8) доверительные интервалы определяются неравенством

di-ε{di}≤ δi≤ds+ ε{di}. (18)

6,961≤ δ0≤5,289

-0,036967≤ δ1≤-0,033

7. Определение доверительных интервалов средних и индивидуальных значений выходного параметра

Чтобы определить степень отклонения расчетных значений выходного параметра YRu от истинного его значения при каждом уровне фактора Xu, определяем доверительные ошибки ε{YRu} расчетного значения выходного параметра и доверительные интервалы средних и индивидуальных значений выходного параметра.

Доверительные ошибки расчетных значений выходного параметра для каждого уровня фактора рассчитывают по формуле

εm{YRu}=Sm{yRu}·tT[α,f{S2}] (19)

где Sm{yRu} – оценка среднеквадратического отклонения расчетного значения выходного параметраYRu для каждого значения xu.

Оценку среднеквадратического отклонения рассчитывают по формуле

 (20)

Расчеты εm{YRu} и Sm{YRu} заносим в табл.4.

Далее в таблицу заносят расчетные значения yRu, полученные по уравнению регрессии (8).

Зная ошибки расчетной величины, определяем доверительные интервалы для испытанных средних значений выходного параметра.

Нижний доверительный интервал определяют:

Ym(н)=yRu- εm,(21)

верхний доверительный интервал :

Ym(в)=yRu+ εm, **(**22**)**

Значения верхних и нижних значений доверительных интервалов для каждого опыта заносим в табл. 4.

Таблица 4

Доверительные интервалы средних значений

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| u | xu | (xu- x̃)2 | Sm2 | Sm | εm | YRu | Ym(н) | Ym(в) |
|  | 4 | 12225.06 | 4.871e | 0.070 | 8.096 | 9.492 | 1.397 | 17.588 |
|  | 12 | 10519.99 | 4.192e | 0.065 | 7.510 | 9.477 | 1.967 | 16.987 |
|  | 20 | 8942.91 | 3.563e | 0.060 | 6.924 | 9.461 | 2.537 | 16.385 |
|  | 27 | 7667.98 | 3.055e | 0.055 | 6.412 | 9.447 | 3.035 | 15.859 |
|  | 35 | 6331.38 | 2.523e | 0.050 | 5.826 | 9.431 | 3.605 | 15.258 |
|  | 43 | 5121.84 | 2.041e | 0.045 | 5.241 | 9.416 | 4.175 | 14.656 |
|  | 50 | 4168.89 | 1.661e | 0.041 | 4.728 | 9.402 | 4.674 | 14.130 |
|  | 58 | 3199.83 | 1.275e | 0.036 | 4.142 | 9.386 | 5.244 | 13.529 |
|  | 66 | 2358.75 | 9.401e | 0.031 | 3.557 | 9.370 | 5.814 | 12.927 |
|  | 73 | 1727.82 | 6.888e | 0.026 | 3.044 | 9.357 | 6.312 | 12.401 |
|  | 81 | 1126.74 | 4.493e | 0.021 | 2.459 | 9.341 | 6.882 | 11.800 |
|  | 88 | 705.81 | 2.816e | 0.017 | 1.947 | 9.327 | 7.381 | 11.274 |
|  | 96 | 344.73 | 1.377e | 0.012 | 1.361 | 9.312 | 7.950 | 10.673 |
|  | 104 | 111.66 | 4.488e | 0.0067 | 0.777 | 9.296 | 8.519 | 10.073 |
|  | 111 | 12.72 | 5.467e | 0.002338 | 0.271 | 9.282 | 9.011 | 9.553 |
|  | 119 | 19.65 | 8.228e | 0.002868 | 0.333 | 9.266 | 8.934 | 9.599 |
|  | 126 | 130.71 | 5.247e | 0.007244 | 0.840 | 9.253 | 8.412 | 10.093 |
|  | 134 | 377.64 | 1.509e | 0.012 | 1.425 | 9.237 | 7.812 | 10.662 |
|  | 141 | 698.70 | 2.788e | 0.017 | 1.937 | 9.223 | 7.286 | 11.160 |
|  | 149 | 1185.63 | 4.728e | 0.022 | 2.522 | 9.207 | 6.685 | 11.729 |
|  | 156 | 1716.69 | 6.843e | 0.026 | 3.035 | 9.194 | 6.159 | 12.228 |
|  | 164 | 2443.62 | 9.739e | 0.031 | 3.620 | 9.178 | 5.558 | 12.798 |
|  | 171 | 3184.68 | 1.269e | 0.036 | 4.133 | 9.164 | 5.031 | 13.297 |
|  | 179 | 4151.61 | 1.654e | 0.041 | 4.718 | 9.148 | 4.430 | 13.867 |
|  | 186 | 5102.67 | 2.033e | 0.045 | 5.231 | 9.135 | 3.904 | 14.365 |
|  | 194 | 6309.60 | 2.514e | 0.050 | 5.816 | 9.119 | 3.302 | 14.935 |
|  | 201 | 7470.66 | 2.977e | 0.055 | 6.329 | 9.105 | 2.776 | 15.434 |
|  | 209 | 8917.59 | 3.553e | 0.060 | 6.915 | 9.089 | 2.175 | 16.004 |
|  | 216 | 10288.65 | 4.099e | 0.064 | 7.427 | 9.076 | 1.648 | 16.503 |
|  | 224 | 11975.58 | 4.771e | 0.069 | 8.013 | 9.060 | 1.047 | 17.073 |

Далее определяем границы доверительного интервала для индивидуальных значений выходного параметра Y при каждом уровне фактора.

Верхняя граница интервала:

y*l*(в)=yRu+S*l*·tт[α,f{S2}]. (23)

Нижняя граница интервала:

y*l*(в)=yRu-S*l*·tт[α,f{S2}]. (23)

Предварительно определяем ошибку:

 (25)

Используя значения Sm из табл. 4 и ранее определенные по уравнению (15) значения S2{у} и критерий Стьюдента, определяем верхние и нижние границы искомой зоны по формулам (23) и (24), сводя все расчеты в табл. 5,

Таблица 5

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| u | xu | Sm2 | S*l*2 | S*l* | YRu | tт· S*l* | Y*l*(н) | Y*l*(в) |
|  | 4 | 4.871e | 0.107 | 0.328 | 9.492 | 0.656 | 8.837 | 10.148 |
|  | 12 | 4.192e | 0.107 | 0.327 | 9.477 | 0.653 | 8.823 | 10.130 |
|  | 20 | 3.563e | 0.106 | 0.326 | 9.461 | 0.652 | 8.809 | 10.112 |
|  | 27 | 3.055e | 0.106 | 0.325 | 9.447 | 0.650 | 8.797 | 10.097 |
|  | 35 | 2.523e | 0.105 | 0.324 | 9.431 | 0.648 | 8.783 | 10.080 |
|  | 43 | 2.041e | 0.105 | 0.323 | 9.416 | 0.647 | 8.769 | 10.063 |
|  | 50 | 1.661e | 0.104 | 0.323 | 9.402 | 0.646 | 8.756 | 10.048 |
|  | 58 | 1.275e | 0.104 | 0.322 | 9.386 | 0.644 | 8.742 | 10.031 |
|  | 66 | 9.401e | 0.103 | 0.322 | 9.370 | 0.643 | 8.727 | 10.014 |
|  | 73 | 6.888e | 0.103 | 0.321 | 9.357 | 0.643 | 8.714 | 9.999 |
|  | 81 | 4.493e | 0.103 | 0.321 | 9.341 | 0.642 | 8.699 | 9.983 |
|  | 88 | 2.816e | 0.103 | 0.321 | 9.327 | 0.641 | 8.686 | 9.969 |
|  | 96 | 1.377e | 0.103 | 0.320 | 9.312 | 0.641 | 8.671 | 9.952 |
|  | 104 | 4.488e | 0.103 | 0.320 | 9.296 | 0.641 | 8.655 | 9.936 |
|  | 111 | 5.467e | 0.103 | 0.320 | 9.282 | 0.640 | 8.642 | 9.923 |
|  | 119 | 8.228e | 0.103 | 0.320 | 9.266 | 0.640 | 8.626 | 9.907 |
|  | 126 | 5.247e | 0.103 | 0.320 | 9.253 | 0.641 | 8.612 | 9.893 |
|  | 134 | 1.509e | 0.103 | 0.320 | 9.237 | 0.641 | 8.596 | 9.878 |
|  | 141 | 2.788e | 0.103 | 0.321 | 9.223 | 0.641 | 8.582 | 9.864 |
|  | 149 | 4.728e | 0.103 | 0.321 | 9.207 | 0.642 | 8.565 | 9.849 |
|  | 156 | 6.843e | 0.103 | 0.321 | 9.194 | 0.643 | 8.551 | 9.836 |
|  | 164 | 9.739e | 0.104 | 0.322 | 9.178 | 0.644 | 8.534 | 9.821 |
|  | 171 | 1.269e | 0.104 | 0.322 | 9.164 | 0.644 | 8.520 | 9.808 |
|  | 179 | 1.654e | 0.104 | 0.323 | 9.148 | 0.646 | 8.503 | 9.794 |
|  | 186 | 2.033e | 0.105 | 0.323 | 9.135 | 0.647 | 8.488 | 9.781 |
|  | 194 | 2.514e | 0.105 | 0.324 | 9.119 | 0.648 | 8.471 | 9.767 |
|  | 201 | 2.977e | 0.106 | 0.325 | 9.105 | 0.650 | 8.455 | 9.755 |
|  | 209 | 3.553e | 0.106 | 0.326 | 9.089 | 0.651 | 8.438 | 9.741 |
|  | 216 | 4.099e | 0.107 | 0.327 | 9.076 | 0.653 | 8.422 | 9.729 |
|  | 224 | 4.771e | 0.107 | 0.328 | 9.060 | 0.655 | 8.405 | 9.715 |

Выводы: в процессе выполнения лабораторной работы были изучены методы математической обработки результатов исследования свойств текстильных материалов, приведён расчёт критерия Кочрена и проверка однородности дисперсии в опытах матрицы, определена средняя дисперсия выходного параметра в опытах матрицы, коэффициенты регрессии, адекватность уравнения регрессии, расчёт критерия Фишера, определены уравнения регрессии по данным однофакторного эксперимента, доверительные интервалы средних и индивидуальных значений выходного параметра, построен график полученного уравнения регрессии.

**Лабораторная работа №3 часть 1**

**Постановка полного факторного эксперимента при исследовании качествашвейных изделий. Определение многофакторных регрессионных моделей I и II порядков при исследовании качества швейныхизделий**

***Цель работы:***

Освоить математические методы планирования полного факторного эксперимента (ПФЭ); научиться определять математические модели I и II порядков при исследовании качества швейных изделий

***Содержание работы***

1 .Планирование полного факторного эксперимента и обработка результатов*.*

2. Определение линейной модели ПФЭ.

3. Проверка адекватности уравнения I порядка.

4. Планирование многофакторного эксперимента II порядка.

5. Определение уравнения регрессии II порядка.

6. Проверка адекватности уравнения II порядка.

7. Анализ результатов работы. Формулировка выводов.

***Пособия и инструменты:*** таблицы значений критериев Стьюдента, Фишера; микрокалькулятор.

**Вариант №4**

Определяли воздухопроницаемость тканей с различными значениями плотности нитей по основе (Х1)(П0=180), и коэффициентом уплотненности (Х2)(С0=0,7) с интервалами изменения соответственно 50 и 0,2. Определить уровни варьирования факторов, построить рабочую матрицу планирования. Провести обработку ПФЭ, найти уравнение регрессии, проверить его адекватность, результаты расчёта представить графически.

**Матрица эксперимента**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № опыта | Х0 | Х1 | Х2 | Х1Х2 | Y дм/м с |
| 1  2  3  4 | +  +  +  + | +  -  +  - | -  -  +  + | -  +  +  - | 200  380  150  300 |

Общие сведения

Качество швейных изделий зависит от целого ряда факторов (свойства используемых материалов, швейных ниток, качество соединений и др.). Поэтому при исследовании качества швейных изделий решают многофакторную задачу, в которой изучаемое свойство объекта (Y) зависит от нескольких факторов (Х1 , Х2, Х3, Х4 и т.д.).

С той целью проводится полный факторный эксперимент (ПФЭ), в котором реализуются все возможные комбинации рассматриваемых уравнений факторов, а результаты оцениваются с помощью статистического анализа.

Планирование ПФЭ связано с построением линейных моделей вида



где - значение критерия;

bi - линейные коэффициенты;

bij— коэффициенты двойного взаимодействия факторов.

Многофакторный эксперимент представляет собой сложную задачу, поэтому очень часто линейная математическая модель является неадекватной реальному процессу.

В данном случае переходят к планированию второго и более высоких порядков. Уравнение регрессии при этом представляет полином второй или более высокой степени. Так, при планировании второго порядка изучаемый процесс описывается уравнением второго порядка, общий вид которого представлен ниже



Порядок статистической обработки результатов эксперимента при многофакторном планировании соответствует последовательности обработки при однофакторном планировании.

Выполнение работы

1.1. Определение коэффициентов уравнения регрессии.

* + 1. Свободный член уравнения регрессии определяем по формуле:





где n - число опытов;

- средний результат в каждом опыте.

* + 1. Линейные коэффициенты определяют по формуле:







где хiu - кодированное значение i-го фактора в каждом отдельном опыте.

1.1.3. Коэффициенты парного взаимодействия.





1.2. Оценка значимости коэффициентов уравнения регрессии.

1.2.1 Определение дисперсии результатов эксперимента:



где  – сумма среднеквадратических отклонений результатов эксперимента от среднего значения в каждом определенном опыте;

N - повторность опытов.



1.2.2 Определение дисперсии (ошибки) коэффициентов уравнения регрессии по формуле



1.2.3. Определение доверительного интервала для коэффициентов уравнения.



где tT = 3,18-табличное значение [критерия Стьюдента](file:///C:\Temp\Лабораторная%20работа%20№1\Критерий%20Стьюдента.doc) для n=4.





После определения доверительного интервала сравниваем его величину с коэффициентами регрессии. Величина доверительного интервала меньше (по модулю) величины коэффициента, следовательно, данный коэффициент уравнения значим и не исключается из уравнения регрессии.

1.3. Составление уравнения регрессии

После оценки значимости коэффициентов студенты составляют уравнение регрессии в виде.





где -







1.4. Проверка адекватности уравнения регрессии

Адекватность полученного уравнения регрессии определяем с помощью критерия Фишера. Для этого рассчитывают значения критерия по уравнению регрессии, подставляя вместо хu кодированное значение каждого фактора в данном опыте. После этого определяют квадраты отклонений между расчетными и экспериментальными значениями .

Результаты заносим в таблицу 1.

Таблица 1.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № опыта | Результат эксперимента | Расчётное значение |  |  |
| 1  2  3  4 | 200  380  150  300 | 142.5  307.5  142.5  307.5 | -7.5  7.5  7.5  -7.5 | 56.25  56.25  56.25  56.25 |

После этого определяем дисперсию адекватности по формуле:



где n– повторность опыта;

k - количество факторов.

Тогда расчётное значение [критерия Фишера](file:///C:\Temp\Лабораторная%20работа%20по%20МИСИ%20№2\Критерии\Критерий%20Фишера.doc):





Fт = 19,45

Fp > Fт

Определив расчётное значение критерия Фишера и сравнивая его с табличным, определяют адекватность уравнения регрессии изучаемому процессу. Если Fp>FT, то гипотеза об адекватности отвергается, и уравнение регрессии не соответствует реальному процессу, т.е. связь между критерием и факторами нелинейная.

**Вывод**: В данной лабораторной работе освоили математические методы планирования полного факторного эксперимента (ПФЭ), научились определять математические модели I порядка, при исследовании качества изделий.

Изучив алгоритм выполнения работы и выполнив ее, определили, что адекватность отвергается (Fp>FT) и уравнение регрессии не соответствует реальному процессу, т.е. связь между критериями и факторами нелинейная. Следовательно, уравнение будет иметь степенную зависимость. Переходим к планированию эксперимента высшего порядка.

**Лабораторная работа №3 часть 2**

**Вариант №4**

Определяли воздухопроницаемость тканей с различными значениями плотности нитей по основе (Х1)(П0=180), и коэффициентом уплотненности (Х2)(С0=0,7) с интервалами изменения соответственно 50 и 0,2. Определить уровни варьирования факторов, построить рабочую матрицу планирования. Провести обработку ПФЭ, найти уравнение регрессии, проверить его адекватность, результаты расчёта представить графически.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № опыта | Х0 | Х1 | Х2 | Х1Х2 | X²11 | X²22 | Y дм/м с |
| ядро  1  2  3  4 | +  +  +  + | +  -  +  - | -  -  +  + | -  +  +  - | +  +  +  + | +  +  +  + | 200  380  150  300 |
| звёздные  5  6  7  8 | +  +  +  + | -1,414  1,414  0  0 | 0  0  -1,414  1,414 | 0  0  0  0 | 2,0  2,0  0  0 | 0  0  2,0  2,0 | 270  340  180  330 |
| центральные  9  10  11  12  13 | +  +  +  +  + | 0  0  0  0  0 | 0  0  0  0  0 | 0  0  0  0  0 | 0  0  0  0  0 | 0  0  0  0  0 | 190  200  230  180  220 |

2.1. Определение коэффициентов уравнения регрессии

2.1.1 Свободный член уравнения определяем по формуле:





где yu - среднее экспериментальное значение в каждом u-том опыте;

x - кодированное значение уровня k-го фактора в u-том опыте;

k - количество факторов;

а1, а2 - числовые константы, берутся из таблицы.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Число факторов (k) | Число опытов | Коэффициенты | | | | | | |
| а1 | а2 | а3 | а4 | а5 | а6 | а7 |
| 2 | 13 | 0,200 | 0,100 | 0,125 | 0,250 | 0,125 | 0,0187 | 0,100 |
| 3 | 20 | 0,1663 | 0,0568 | 0,0732 | 0,1250 | 0,0625 | 0,0069 | 0,0568 |
| 4 | 31 | 0,1428 | 0,0357 | 0,0417 | 0,0625 | 0,0312 | 0,0037 | 0,0357 |
| 5 | 32 | 0,1591 | 0,0341 | 0,0417 | 0,0625 | 0,0312 | 0,0028 | 0,0341 |

2.1.2 Линейные коэффициенты определяем по формуле:







2.1.3. Коэффициенты парного взаимодействия:





где xiu, xju-кодированные значения уровней i-го и j-го факторов соответственно и в u-том опыте.

2.1.4 Коэффициенты при квадратичных членах уравнения регрессии определяют:







После вычисления коэффициентов уравнения регрессии переходят к оценке их значимости.

2.2. Оценка значимости коэффициентов уравнения регрессии.

2.2.1 Определяем дисперсию воспроизводимости S2{y} по формуле (дублирование опытов проводится только в нулевой точке).



где n0 = 5 – число опытов в нулевой точке;

= 252 – средний результат в нулевой точке;

y0j - каждый отдельный результат в нулевой точке.

2.2.2 Дисперсию (среднеквадратическую ошибку) в определении коэффициентов определяют для свободного члена:



для линейных коэффициентов:





для коэффициентов парного взаимодействия:





для квадратичных коэффициентов:





Формулы для подсчёта постоянных С, А, λ приведены ниже:







где N – общее число опытов;

k – число факторов в эксперименте.

2.2.2 Определение доверительных интервалов для оценки значимости коэффициентов уравнения.

Доверительные интервалы для b0,bi,bji и bii соответственно определяют по формулам:









Проверяем значимость коэффициентов уравнения, сравниваем соответствующий доверительный интервал с величиной коэффициента. |bi|<|∆bi|. Итак, коэффициенты парного взаимодействия незначимы, т.к. их числовые значения меньше по модулю их доверительного интервала, следовательно, эти коэффициенты исключаются из уравнения регрессии. А все остальные коэффициенты значимы, т.к. их числовые значения больше по модулю их доверительного интервала.

2.3. Составление уравнения регрессии.

Адекватность уравнения проверяем по критерию Фишера:



где дисперсию адекватности определяем по формуле:



где - среднее экспериментальное значение критерия в каждом опыте;

- расчётное значение критерия;

y0j - значение критерия в каждой нулевой точке;

- среднее значение критерия в нулевой точке.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № опыта | Результат эксперимента | Расчётное значение |  |  |
| 1  2  3  4  5  6  7  8  9  10  11  12  13 | 200  380  150  300  270  340  180  330  240  255  260  245  260 | 204.497  311.743  225.021  332.267  217.547  369.192  228.874  257.895  252.062  252.062  252.062  252.062  252.062 | -4.497  68.257  -75.021  -32.267  52.453  -29.192  -48.874  72.105  -12.062  2.938  7.938  -7.062  7.938 | –  –  –  –  –  –  –  –  144  9  64  49  64 |







Fp<FT

Определив расчётное значение критерия Фишера и сравнив его с табличным, определили адекватность уравнения регрессии изучаемому процессу. Расчётное значение критерия Фишера меньше табличного Fp<FT, следовательно, гипотеза об адекватности не отвергается, и уравнение регрессии соответствует реальному процессу, т.е. связь между критерием (y) и факторами (x) линейная.

**Вывод:** В данной работе по результатам экспериментальных данных, содержащихся в 1 части задания, мы достроили рабочую матрицу эксперимента, и перешли к планированию многофакторного эксперимента второго порядка. Уравнение регрессии при этом представляет полином второй степени. Получили следующее уравнение регрессии:









