**МЕТОД А.Ф.СМИРНОВА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КРИТИЧЕСКИХ НАГРУЗОК В СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМАХ**

1. ОСНОВНЫЕ ПРЕДПОСЫЛКИ

1)Нагрузка приложена только в узлах стержневой системы и до потери устойчивости не вызывает изгиба стержней.

2)Материал работает в упругой стадии.

3)Перемещения при потере устойчивости малы по сравнению с размерами конструкции

4)При определении перемещений учитываются продольные силы только в тех стержнях,в которых они возникали до потери устойчивости.

Примечание: Если критические нагрузки определяются в статически неопределимой системе, то ее статическая неопределимость раскрывается методом сил.

Основная система выбирается в момент потери устойчивости .

Основная система-это статически определимая и геометрически неизменяемая система, полученная из заданной путем удаления лишних связей в деформированном состоянии.

Основную систему рекомендуется выбирать таким образом, чтобы сжато-изогнутые элементы не имели смещений вдоль своих осей.



1.2.Алгоритм расчета по методу А.Ф.Смирнова

Рассмотрим упругую систему, загруженную узловыми нагрузками.



В момент потери устойчивости система характеризуется наличием сжато-изогнутых и изогнутых элементов.

Деформированное состояние системы характеризуется вектором отклонений Y, имеющим размер(m×1):

Y1

Y2

Y3

= ...



(m×1) ...

Yn ,

где m-число ненулевых координат вектора отклонений ,которые задаются только для сжато-изогнутых стержней.

Вектор отклонений можно определить по формуле Мора ,которая в матричной форме имеет вид

(1.1)



При определении перемещений система разбивается на участки. В пределах каждого участка намечаются расчетные сечения по концам каждого участка и в тех точках сжато-изогнутых стержней, перемещение которых подлежит определению.

Обозначим : μ-число расчетных сечений

Для составления My необходимо в основной системе построить эпюры моментов от единичных сил приложенных в направлении искомых перемещений Y1,Y2,Y3...Yn.

Матрица Му имеет размер(μ×m)

Эпюра Эпюра Эпюра … Эпюра



=



(μ×m)

G-размером (μ×μ)-матрица податливости всей системы.

Она формируется из матриц податливости отдельных участков.

Мр- матрица-столбец, элементами которой являются ординаты эпюр изгибающих моментов на тот период времени, когда заданная система находится в критическом состоянии.

Для статически-неопределимых систем при определении Мр используется матричный алгоритм метода сил:



(1.2),



где (1.3)-матрица ,раскрывающая статическую неопределимость системы.



Если заданная система статически определимая ,то матрица превращается в единичную матрицу (μ×μ):



=Е (1.4)



Структура матрицы



Эпюра Эпюра Эпюра … Эпюра



=



(μ×m)

-матрица столбец, элементами которой являются ординаты эпюры моментов ,построенной от действия внешних узловых сил в основной системе ,с учетом ее деформированного состояния.



Ординаты эп. зависят от вектора перемещений y



Получим матрицу в виде:



(1.5),



где: H-числовая матрица размером (μ×m),преобразующая вектор отклонений у в эпюру моментов грузового состояния



Тогда (1.6)



Подставляя (1.6) в (1.1) получим вектор перемещений

(1.7)



Обозначим : =k∙c (1.8),



Где k-общий множитель ,полученный из множителей при перемножаемым матрицах Н и G

Тогда: или ,обозначим (1.9),



где :λ-собственное число матрицы ;-собственный вектор матрицы



Преобразуем (1.9)

(1.10)-УРАВНЕНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ МЕТОДА СМИРНОВА,



где ;.



Выражение (1.10) представляет собой систему однородных уравнений относительно ,где матрица составлена из коэффициентов при неизвестных Y1,Y2,Y3...YN.



Уравнение устойчивости (1.10) имеет два решения

1) Вектор перемещений равен 0



Y1  0

Y2  0

Y3 0

= ... = ... (1.11)-начальная форма равновесия



... ...

Yn 0

2) Определитель ,составленный из коэффициентов при неизвестных равен 0.



=0 (1.12)-характеристическое уравнение



Если раскрыть определитель,то получим уравнение m10 порядка,где неизвестным будет λ.

Решение этого уравнения дает значения λ,λ1,λ2,λ3…λm.

Минимальное значение Ркр составляет λmax ()



minPкр= (1.13),



где -наибольшее собственное число характеристической матрицы .



Собственный вектор характеристической матрицы дает форму потери устойчивости.



**2**.ПОРЯДОК РАСЧЕТА СИСТЕМ НА УСТОЙЧИВОСТЬ МЕТОДОМ А.Ф.СМИРНОВА

1.Заданная система изображается в критическом деформированном состоянии.

Выявляются сжато-изогнутые и изогнутые элементы, назначается число ненулевых координат вектора отклонений для сжато-изогнутых элементов.

2.Ось системы разбивается на участки .Назначаются расчетные сечения и правило знаков для эпюр изгибающих моментов .

3.Определяется степень статической неопределимости n и, если n>0 выбирается основная система метода сил.

4.Формируются необходимые матрицы .



5.Вычисляется характеристическая матрица



,



где -для статически неопределимых систем;



=Е-для статически определимых систем



6.Решается характеристическое уравнение =0 →



7.Определяется значение критической нагрузки:

minPкр=



**3**.ФОРМИРОВАНИЕ МАТРИЦЫ ПОДАТЛИВОСТИ ДЛЯ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ ПРИ РАСЧЕТЕ НА УСТОЙЧИВОСТЬ

Матрица податливости всей системы формируется из матриц податливости отдельных участков и имеет следующую структуру

0

G= Gk

(μ×μ) Gk-матрица податливости участка k

Вид матрицы Gk зависит от типа участка (какую деформацию он испытывает).

1)Участок ,испытывающий только изгиб



G,



где : l0-длина любого участка ,принятого за основной

B0-жесткость любого участка ,принятого за основную

;



2)Участки ,испытывающие деформацию сжатие с изгибом. Для такого участка вид матрицы Gk зависит от того ,на сколько панелей разбита его длина

а)Длина участка разбита на две панели:



-длина участка



-длина панели



;



б)Длина участка разбита на три панели:



;;



в)Длина участка разбита на четыре и более панелей:



В этом случае общая длина сжато-изогнутого элемента компонуется из подучастков с двумя или тремя панелями. Соответственно и компонуется матрица податливости.

GΙ

Gk = GΙΙ

**4**.ФОРМИРОВАНИЕ МАТРИЦЫ H

Матрица H-числовая матрица размером (μ×m), преобразующая вектор перемещений в эпюру моментов грузового состояния.



;



Для построения матрицы H необходимо определить изгибающие моменты во всех расчетных сечениях основной системы от узловых нагрузок и построить эпюру М0



Эпюра М0 строится со стороны растянутых волокон с учетом деформированного состояния системы.



М0=



В матрицу H вписываются коэффициенты при перемещениях из каждого уравнения.

**5**.РЕШЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Существует несколько методов решения характеристического уравнения . Все методы делятся на две группы:

1)Первая –позволяет вычислить все собственные числа( метод Крылова-Лузина и др.)

2)Вторая –позволяет вычислить наибольшее собственное число(и соответственно наименьшее значение критической нагрузки)

К этой группе относится метод последовательных приближений

Метод итераций позволяет вычислить наибольшее собственное число характеристической матрицы .Вместе с определением собственного числа одновременно производится определение собственного вектора, соответствующего этому числу и удовлетворяющего равенству:



,



где -характеристическая матрица



-для статически неопределимых систем



=Е- для статически определимых



- собственное число характеристической матрицы



-собственный вектор матрицы



Порядок решения:

1)Задаемся приближенным вектором перемещений -первое приближение;



2)Вычисляется: ,



где -второе приближение собственного вектора; -первое приближение собственного числа.



Вектор следует сделать нормированным ,т.е. его наибольшую координату надо вынести за знак матрицы в виде множителя .



3)Далее вновь подсчитывается :

и т.д.



4)Повторение процесса продолжается до тех пор ,пока значения координат векторов двух последних приближений не совпадут.

Величина найденная в последнем приближении принимается за искомое



**6**.ПРИМЕР.

Определить критическую силу методом А.Ф.Смирнова



;=Е- т.к. система статически определима



=;;



;



;



;



=0



=0



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| С | С= |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| у1 | 1 | 0,5 |  |
| Су1 | 118,5 | 30,5 |  |
| у2 | 1 | 0,257 |  |
| Су2 | 109,75 | 25,15 |  |
| у3 | 1 | 0,229 |  |
| Су3 | 108,74 | 24,54 |  |
| у4 | 1 | 0,2257 |  |
| Су4 | 108,62 | 24,46 |  |
| у5 | 1 | 0,225 |  |

=108,62



у=



minPкр=;

