**Алгоритм определения динамических характеристик гидроупругих систем для управления гидросооружениями**

Маткаримов П.Ж.

Рассматриваются методика и алгоритм решения задачи гидроупругости для грунтовых плотин, взаимодействующих с водной средой.

Рассматриваемая проблема представляется актуальной при проектировании гидросооружений, так как включает в себя совершенствование модели сооружения, модели взаимодействия и алгоритмизацию поиска собственных значений системы “плотина-водохранилище”. На сегодняшний день методы исследования задач гидроупругости, т.е. совместных колебаний конструкции и жидкости весьма разнообразны. Применение тех или иных методов решения рассматриваемых задач диктуется многими обстоятельствами: характером задачи, целью исследования, принятой схематизацией явления, требуемой точностью, возможностью вычислительных средств и др.

Изложим постановку и методику решения задач гидроупругости, связанных с определением динамических характеристик упругих грунтовых плотин, взаимодействующих с полубесконечным слоем жидкости. Динамические характеристики (собственные частоты, формы колебаний) являются основными регламентирующими характеристиками (паспортом) сооружений, позволяющими заранее судить о его динамических свойствах и его поведении при различных воздействиях

Опираясь на современные достижения науки в этой области и основываясь на имеющихся материалах по влиянию жидкости на напряженно-деформированное состояние гидротехнических сооружений при динамических и сейсмических воздействиях, при формулировании задачи жидкость считаем идеальной и несжимаемой, волнообразование на свободной поверхности не учитываем. Тогда потенциал скорости движения жидкости должен удовлетворять уравнению Лапласа

 (1)

и граничным условиям [1, 2]:

;  и , ; (2)

на напорной грани  (где ), скорости частиц жидкости и точек грани плотины по направленнию нормали n одинаковы

 (3)

Тогда выражение для потенциала скоростей, удовлетворяющего уравнению (1) и условиями (2)-(3), будет иметь вид [2]

,

, 

Далее рассматривается динамическая задача гидроупругости для грунтовых плотин. При этом для постановки задачи используется вариационное уравнение Лагранжа, основанное на принципе Даламбера:

 (4)

и кинематическое граничное условие в основании:

,  . (5)

Здесь , , - соответственно, компоненты вектора перемещений, тензоров деформаций и напряжений; , - изохронные вариации перемещений и деформаций; -плотность материала элементов рассматриваемой системы; - гидродинамическое давление воды.

Физические свойства тела описываются соотношениями между напряжениями и деформациями вида

 (6)

Величины  и  являются константами Ламе (индекс n относится к телу, с соответствующими механическими характеристиками).

В соотношении Коши учитываются только линейные члены

  , i, j=1,2,3 (7)

Все задачи, поставленные в данной работе, решаются на базе метода конечных элементов (МКЭ). В частном случае, когда рассматриваются гармонические колебания полное смещение  и потенциал скорости  можно представить в виде

 ,  , (8)

где - упругие перемещения стенки плотины, зависящие только от координаты .

Собственные колебания грунтовой плотины с учетом водной среды водохранилища представляют собой упорядочное движение грунтовой плотины, протекающее при отсутствии внешних воздействий. Решение проблемы заключается в следующем: ищется нетривиальное решение уравнения (4) при однородных кинематических условиях в виде (5).

Постановка (8) в (4) сводит данную задачу к действительной вариационной задаче о собственных значениях в виде

 (9)

 , 

где - амплитуда напряжений, - искомая собственная частота и форма колебаний плотины с учетом водной среды, - гидродинамическое давление воды на стенку плотины, которое имеет вид

 (10)

При этом для решения вариационной задачи (9) используется закон Гука, геометрические соотношения Коши (7) и стандартная процедура МКЭ с использованием треугольного конечного элемента с линейной аппроксимацией поля перемещений внутри элемента.

При этом для i-го узла n-го конечного элемента первые вариации работ упругих, инерционных сил и гидродинамического давления относительно ui будут иметь вид

  , (11)

,



Здесь λ, μ - константы Ламе, ρ, ρ0- плотность материала сооружений и воды.

После интегрирования этих выражений получим строки матриц жесткости, массы и присоединённой массы воды, соответствующие перемещениям ui для n-го элемента. Если эти операции повторить для узлов j и k, а также для перемещения v, то мы получим матрицы жесткости и массы порядка 6×6 для n-го конечного элемента и соответствующие матрицы масс от воды к узлам конечного элемента (если эти узлы соприкасаются с водой). Таким образом, сформировав для каждого конечного элемента свою матрицу [K], [M], [Mв] и объединив их, получим алгебраическую задачу на собственные значения для рассматриваемого сооружения с учетом взаимодействия с водой:

 , (12)

где [K]-матрица жесткости плотины, [Mc]=[M]+[Mв] - суммарная матрица массы плотины и массы воды, ω и {u} - искомые собственная частота и собственный вектор плотины, взаимодействующей с водой.

Решая уравнение (12) методом Мюллера и квадратного корня определим собственную частоту и форму колебания гидроупругой системы “грунтовая плотина с водой”. Такая постановка и методика решения задачи о собственных колебанях гидроупругих систем позволяют получить, в отличие от известных работ, более реальную картину динамики системы.

С помощью изложенного выше алгоритма исследованы собственные колебания грунтовых плотин, взаимодействующих с водной соедой.

Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод о том, что учет взаимодействия воды с плотиной приводит к уменьшению частот собственных колебаний и для первых восьми частот составляет от 2 до 10% в зависимости от вида плотины. Эти отклонения зависят от многих факторов: от высоты плотины, характера форм колебаний сооружения, а также от значения коэффициента откоса, контактирующего с водой. При этом самым значимым фактором является крутизна верхового откоса, определяемая коэффициентом откоса - с увеличением коэффициента откоса соответственно уменьшается влияние воды на динамические характеристики плотины. Для вертикальной стенки значение гидродинамического давления воды является определяющим.

**Список литературы**

1. Кульмач П.П. Гидродинамика гидротехнических сооружений (Основные плоские задачи). -М.: Изд-во АН СССР. –1963. 190 с.

2. Шульман С.Г. Расчеты сейсмостойкости гидросооружений с учетом влияния водной среды. М.: Энергия, 1976. 336 с.