БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Кафедра РТС

РЕФЕРАТ

На тему:

"Анализ случайных процессов в линейных системах радиоэлектронных следящих систем"

МИНСК, 2008

## Определение статистических характеристик случайных процессов в линейных системах

Задающее воздействие и внутренние возмущения (флуктуации частоты, фазы, задержки) являются случайными процессами с нормальным законом распределения, который не изменяется при прохождении процессов через линейные цепи. Флюктуационная составляющая напряжения на выходе дискриминатора (t) также процесс случайный, и хотя не всегда имеет нормальный закон распределения, но при прохождении через последующие узкополосные линейные цепи нормализуется.

Случайный процесс с нормальным законом распределения определяется математическим ожиданием и корреляционной функцией. Методы определения математического ожидания рассмотрены в предыдущем разделе. Рассмотрим методы определения корреляционной функции и связанной с ней дисперсией случайных процессов.

Спектральная плотность процесса на выходе и входе линейной системы связаны зависимостью

,

где - частотная передаточная функция системы;

 - спектральная плотность процесса на входе.

Преобразовав по Фурье правую и левую часть можно определить корреляционную функцию:

.

Дисперсия случайного процесса на выходе линейной системы:

 (1)

или:

, (2)

где Sv(w) –двусторонняя спектральная плотность процесса на выходе системы.

При использовании односторонней спектральной плотности N(f) выражение (2) может быть записано в виде:

,

где ; .

Расчет дисперсии случайного процесса с помощью стандартных интегралов

Для упрощения вычисления интеграла (6.1) его приводят к стандартному виду:

,

где ─ полином четной степени частоты;

 - полином, корни которого принадлежат верхней полуплоскости комплексной переменной; n – степень полинома.

Вычисление производят по формулам:

; ; .

При n>3 формулы для расчетов можно найти в справочнике.

Условие применения стандартных интегралов: полином под интегралом должен быть дробно-рациональной функцией переменной и система должна быть устойчивой.

Рассмотрим пример расчета дисперсии ошибки слежения в системе, представленной структурной схемой (рис.1).

Рис.1. К примеру расчета дисперсии ошибки слежения.

Исходные данные:

─ флюктуационная составляющая, определяемая спектральной плотностью .

Рассчитаем дисперсию ошибки слежения по формуле дисперсию по формуле:

.

Передаточная функция от воздействия к ошибке

;

; .

Выполним расчет:

;

;

; ;

; ; ; ; ;

. (3)

Приведем ко входу дискриминатора и упростим выражение (3)

, (4)

где ; - спектр приведенного ко входу дискриминатора случайного процесса.

Таким образом, дисперсия ошибки слежения пропорциональна коэффициенту усиления разомкнутого контура следящей системы и спектральной плотности флюктуационной составляющей.

Если вместо пропорционально-интегрирующего фильтра использовать интегратор, то: , и

;

Если на вход инерционного звена с передаточной функцией

подать шум со спектральной плотностью , то дисперсия на выходе будет равна

;

Таким образом шум вызывает одинаковый эффект на выходе инерционной цепи и в следящих системах, содержащих одно интегрирующее звено с добротностью, обратной постоянной времени .

Если следящая система содержит в качестве фильтра последовательное соединение инерционного звена и интегратора, то в этом случае

; ; ; .

Следовательно, постоянная времени инерционного звена не влияет на величину флюктуационной ошибки (дисперсию). Это объясняется тем, что при увеличении инерционного звена сужается полоса системы, но одновременно увеличивается максимум АЧХ, а площади под кривыми не изменяются (рис.2).

Рис.2. Зависимость АЧХ от постоянной времени инерционного звена.

Используя (4) можно оптимизировать параметры системы, в частности по критерию минимума флюктуационной ошибки. С этой целью продифференцируем (6.4) по и приравняем производную нулю.

;

;

;

; ;

при ; ;

Подставив в (4), получим

,

где - собственная частота следящей системы.

Если задающее воздействие представлено спектральной плотностью неточность его воспроизведения также оценивается дисперсией. Рассмотрим пример (рис.3).

Рис.3

Пусть ; ,

где ─ дисперсия задающего воздействия;

 - параметр, определяющий ширину спектра.

Определим величину дисперсии ошибки слежения , обусловленную неточностью воспроизведения задающего воздействия.

;

,

где; - коэффициент передачи интегратора;

 - крутизна дискриминационной характеристики.

; ;

приведем выражение к стандартному виду:

;

 (jw) =( +jw) (Kv+jw) =(jw) 2 +(+Kv) jw+ Kv;

; ;

; ; ; ;

; ;

При увеличении уменьшается, в то время как в первом примере увеличивается.


## Эквивалентная шумовая полоса следящих систем

Под эквивалентной шумовой полосой следящей системы понимают полосу пропускания эквивалентной системы, имеющей прямоугольную АЧХ, одинаковое с исходной системой ее значение на нулевой частоте и одинаковую дисперсию на выходе при воздействии на входы систем белого шума (рис.4).

Рис.4. АЧХ исходной и эквивалентной систем.

Чтобы определить полосу пропускания используем условие равенства дисперсий:

Отсюда

.

Использование значения эквивалентной шумовой полосы позволяет упростить вычисление дисперсии:

; .

Если , то , или ,

где ─ односторонняя спектральная плотность.

Формулы для расчета эквивалентной шумовой полосы систем приведены в табл.1

Таблица 1. Формулы для расчета эквивалентной шумовой полосы.

|  |  |
| --- | --- |
|   |   |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

## Оптимизация параметров следящих систем

Для решения задачи оптимизации необходимо определить структуру системы, предъявляемые требования и ограничения, накладываемые на систему, описать воздействия и возмущения, выбрать критерий оптимизации и метод.

Оптимизируем параметры kи2 и T1 в системе (рис.5), в которой задающее воздействие λ(t) – детерминированная функция, а возмущение ─ случайный процесс ξ(t).

В качестве критерия оптимизации используем критерий минимума среднего квадрата ошибки:

; (5)

где - квадрат математического ожидания ошибки слежения.



Рис.5. Структурная схема оптимизируемой системы.

Исходные данные:

; .

Необходимо определить и по критерию (5).

Величина математического ожидания (динамической ошибки) определяется выражением

.

Величина дисперсии ошибки:

. (6)

Для определения оптимальных значений параметров воспользуемся методом дифференцирования:

.

Из этого уравнения определяем

. (7)

Подставив в исходное уравнение (6) вместо T1 его оптимальное значение (7) и продифференцировав по переменной kи2, найдем ее оптимальное значение

.

Пусть задающее воздействие является случайным процессом с нулевым математическим ожиданием и спектральной плотностью

Флюктуационная составляющая характеризуется спектральной плотностью .

В качестве фильтра используется идеальный интегратор:

.

Найдем оптимальное значение коэффициента передачи интегратора по критерию минимума суммарной ошибки слежения:

,

где ─ величина дисперсии ошибки, обусловленная неточным воспроизведением входного воздействия; ─ величина дисперсии ошибки обусловленная воздействием флюктуационной составляющей.

. (8)

Продифференцируем (8) по и приравняем производную нулю. В результате получим

.


## Память следящих систем

Радиотехнические системы работают в условиях многолучевого распространения радиоволн, поэтому при приеме сигнала наблюдается эффект замирания сигнала. Попадание на вход приемника мощной широкополосной помехи приводит к смещению рабочей точки характеристики активного элемента на нелинейный участок характеристики и в результате – к подавлению полезного сигнала мощной помехой. Сигнал на входе следящей системы пропадает, что эквивалентно размыканию контура. На структурной схеме (Рис.6) это явление можно отобразить введением двух ключей Кл1 и Кл2. Пропадание сигнала приводит к размыканию ключа Кл1 и переводу ключа Кл2 в положение 2, поскольку меняется характер флюктуаций.

Рис.6. Структурная схема следящей системы с учетом пропадания полезного сигнала на входе.

Если в режиме слежения закон распределения ошибки нормальный с нулевым математическим ожиданием и в момент времени следящая система разомкнулась, то через время , характер распределения ошибки слежения изменится: увеличится математическое ожидание и дисперсия. Если в момент значение ошибки не выходит за пределы апертуры дискриминационной характеристики, то появление сигнала приведет к восстановлению режима слежения. Если же , то происходит срыв слежения.

Вероятность того, что через после пропадания сигнала ошибка слежения не превышает определяет память следящей системы:

.

Рис.7. Распределение плотности вероятности ошибки слежения.

Рис.8. Дискриминационная характеристика.

Рассмотрим пример.

Пусть следящая система имеет два интегратора (рис.9).

Рис.9. Структурная схема системы.

Задающее воздействие определяется линейной зависимостью

;

Поскольку система является астатической с астатизмом второго порядка установившееся значение ошибки равно нулю, т.е.

.

Следовательно,

; , а ,

т.е. напряжение на входе второго интегратора пропорционально скорости изменения задающего воздействия .

Таким образом, система отслеживает скорость изменения входного процесса не по рассогласованию а по памяти. При пропадании сигнала на вход система будет отслеживать его изменение, если скорость не изменятся. При восстановлении сигнала ошибка будет минимальной, или равной нулю (в реальной ситуации срыв может произойти в результате флюктуаций управляемой величины под воздействием помех).

Память следящих систем определяется числом интегрирующих звеньев. Одно звено обеспечивает память по положению, два – по скорости, три – по ускорению.

Таким образом, система с астатизмом n –го порядка обладает памятью по n-1 производной задающего воздействия.

# ЛИТЕРАТУРА

1. Коновалов. Г.Ф. Радиоавтоматика: Учебник для вузов. – М.: Высш. шк., 2000.

2. Радиоавтоматика: Учеб. пособие для вузов. / Под ред.В.А. Бесекерского. - М.: Высш. шк., 2005.

3. . Первачев С. В. Радиоавтоматика: Учебник для вузов. - М.: Радио и связь, 2002.

4. Цифровые системы фазовой синхронизации / Под ред. М.И. Жодзишского – М.: Радио, 2000