**Апология Бесконечности в связи с парадоксом "Лжец"**

Станишевский Олег Борисович

В нашей "Апологии бесконечности" [1] было показано, что отвергать актуальную бесконечность и канторовскую теорию множеств на том основании, что и диагональный метод доказательства существования бесконечных множеств, больших по своей мощности, чем счетное множество натуральных чисел, и само счетное множество как начальная актуальная бесконечность являются противоречивыми, – занятие несостоятельное и бесперспективное. Во-первых, – это чистейший агностицизм, а во-вторых, противоречия канторовской теории множеств устранимы и условиями их устранения является строгое соблюдение законов и принципов классической логики, как в конечном, так и в бесконечном. Все эти "за" и "против" бесконечности носили теоретико-множественный характер. Однако мы вынуждены продолжить защиту бесконечности, поскольку имеются выступления против бесконечности и канторовской теории множеств и с другой стороны, а именно, со стороны анализа классических парадоксов, когда результаты этого анализа используются для ниспровержения и дискредитации бесконечности. При этом аргументация ниспровержения является весьма солидной, поскольку в качестве аргументов используются результаты машинного моделирования парадоксов. Речь идет о работе А.А. Зенкина "Новый подход к анализу проблемы парадоксов" [2]. Посвящена она главным образом парадоксу "Лжец" и все антиканторовские выводы в ней основываются как на результатах анализа самого этого парадокса, так и на анализе результатов его машинного моделирования. Концепция Зенкина, как это нетрудно видеть из его же работы [3], претендует на то, чтобы она стала общепринятой в философском и, особенно, в математическом знании (см., например, его призыв в конце статьи [3]). Последствия принятия этой концепции будут весьма фундаментальными. Мало того, что придется отбросить весьма эффективную и солидную часть математического знания, но еще и наши представления о Бытии и о Всем Сущем будут отброшены на целые тысячелетия назад, когда Космос был конечным и круглым. Все это и заставило нас весьма скрупулезно вникнуть в аргументы Зенкина против бесконечности со стороны парадоксов в его работе [2].

Во-первых, в этой работе говорится [2, с. 80], что общим для всех усовершенствований теории множеств, "более похожих на грубое хирургическое вмешательство, чем (по мягкому выражению Гильберта) на "лекарства против парадоксов", является готовность пожертвовать любой частью здорового тела математической науки, но не столько для избавления математики от парадоксов, сколько ради сохранения ... теории трансфинитных чисел Г. Кантора, которая, например, тому же Гильберту, представлялась "заслуживающим удивления цветком математического духа и вообще одним из высших достижений чисто умственной деятельности человека" ... . хотя ни для кого и никогда не было секретом, что для "спасения" математического "Титаника" было достаточно "запретить" использование в математике актуальной бесконечности и "пожертвовать" именно теорией трансфинитных чисел Кантора." Вот это и есть та концепция, которую отстаивает автор работы [2]. Во-вторых, в заключении к ней автор упоминает о своей статье "Ошибка Георга Кантора" [4] и напоминает, что им "показано, что канторовское "доказательство" существования бесконечных множеств, различающихся по их мощности (теорема Г. Кантора о несчетности множества всех действительных чисел), также основано на нефинитном "рассуждении" вида (5)". Под видом же (5) имеется ввиду "парадоксальная потенциально-бесконечная осцилляция" на с. 87 в [2]. «такое совпадение, – продолжает автор, – с результатами настоящей работы, конечно же, не случайно и является достаточно убедительным свидетельством того факта, что исторический "спор" Георга Кантора о природе актуальной бесконечности с Аристотелем, Лейбницем, Беркли, Локком, Гауссом, Коши, Пуанкаре, ... и другими, которые ... "... выказывали полнейшую убежденность в окончательной победе занимаемой ими позиции" ..., завершается в пользу знаменитого не лозунга, а пророчества великого Аристотеля: "Infinitum Actu Non Datur"». Кроме этого, как видно из приведенного фрагмента заключения, его автор в своем отрицании актуальной бесконечности опирается и на то, "что канторовское "доказательство" существования бесконечных множеств ... основано на нефинитном "рассуждении" вида" "парадоксальной потенциально-бесконечной осцилляции (5)". С одной стороны, автор здесь неточен в том, что называет канторовское диагональное доказательство нефинитным, которое на самом деле является финитным, что он сам и утверждает в [4, с. 167]: "2. Вывод Кантора о несчетности множества X "перепрыгивает" через потенциально-бесконечный этап ...". С другой стороны, сама "парадоксальная потенциально-бесконечная осцилляция вида (5)" основывается на несостоятельном "потенциально-бесконечном рассуждении вида (3)" (виды (5) и (3) приводятся ниже). Поэтому, чтобы защитить актуальную бесконечность, мы дадим критический анализ аргументации Зенкина, приведшей его к необоснованной парадоксальной потенциально-бесконечной осцилляции, используемой им для дискредитации актуальной бесконечности и канторовской теории множеств, а затем изложим истинное положение вещей, как с самим парадоксом "Лжец", так и с его техническим моделированием.

Начнем с того, что сначала укажем на неадекватно даваемые в работе [2] вербальную и формальную интерпретации парадокса "Лжец", а затем – на смешение языка и метаязыка в его вербальной интерпретации.

В самом начале статьи [2] автор говорит: "этот парадокс звучит так: "Я – лжец" – "Лжец ли я?" если я – лжец, то я лгу, когда утверждаю, что я – лжец, и, следовательно, я – не лжец. Но если я – не лжец, то я говорю правду, когда утверждаю, что я – лжец, и следовательно, я – лжец." Это – вербальная интерпретация парадокса. о ней можно сказать, во-первых, то, что она неадекватна, и, во-вторых, то, что в ней смешаны язык субъекта "Я" (объектный язык) и авторский язык (метаязык).

Неадекватность этой интерпретации, или рассуждения, состоит в следующем. С самого начала в нем, то есть в рассуждении, говорится: "если я – лжец, то я лгу, когда утверждаю, что я – лжец". Из контекста всего рассуждения следует, что заключение "то я лгу" так же, как затем и заключение "то я говорю правду", следует из начального предположения "Если я – лжец", или соответственно из "Но если я – не лжец", и является одномоментным с самим высказыванием "Я – лжец". Но поскольку высказывание "Я – лжец" истинно, так как субъект "Я" есть лжец, а сам субъект утверждает, что это ложь, говоря "Я – лжец", то сделанное автором заключение "то я лгу" является достаточным и нет необходимости еще в одном и уже неверном заключении "следовательно, я – не лжец". В этой связи уместно привести из книги А.С. Богомолова [5, с. 231] адекватную формулировку парадокса "Лжец", даваемую Евбулидом: "Когда ты говоришь "я лгу" и тем самым говоришь правду, ты лжешь. Ибо ты говоришь, что ты лжешь, и все же говоришь правду; следовательно, ты лжешь." Здесь имеют место два предложения, разъясняющие одну и ту же суть парадокса. А что делает автор вербальной интерпретации [2]? Он строит цепь посылок и заключений, которую в более развернутом виде можно представить следующим образом: 1) "я есть лжец"; 2) поскольку лжец – это тот, кто лжет, постольку "то я лгу"; 3) я утверждаю "я – лжец"; 4) поскольку, утверждая "я – лжец", я согласно второй посылке при этом лгу (в данном рассмотрении мы пока не принимаем в расчет то, что на самом деле здесь автор ошибается, поскольку субъект произносит правду), постольку "я – не лжец"; 5) но "если я – не лжец, то я говорю правду"; 6) я утверждаю "я – лжец"; 7) поскольку, утверждая "я – лжец", я согласно пятой посылке при этом говорю правду (здесь опять автор ошибается), постольку "я – лжец". Здесь из "1" следует "2", из "3" и "2" следует "4", из "4" следует "5", из "6" и "5" следует "7". Эта цепь суждений не является одномоментной. Но поскольку в математической логике нет времени, то в общем случае все суждения цепи должны (чтобы отличать их друг от друга) иметь различные имена, или обозначения. Однако всем этим автор пренебрегает: он, во-первых, вводит единое обозначение А="я – лжец" для изменяющегося субъекта (сначала субъект есть лжец, затем – не лжец), а во-вторых, объединяет две импликации "4" и "7", из которых вторая следует из первой, в одно одномоментное событие с помощью конъюнкции &: (А=>неА)&(неА=>А) (А=>неА читается "если А, то неА", где неА – отрицание А) , откуда естественным образом получает А&неА. Почему это надо считать истиной? Да потому, что автор в подобной ситуации на с.84 отвечает: "Исключительно потому, что нам так захотелось". Однако, из импликации "4" следует импликация "7", то есть на самом деле авторской вербальной интерпретации парадокса "Лжец", по крайней мере, отвечает импликация импликаций (А=>неА)=>(неА=>А), а не конъюнкция импликаций. Из импликации же импликаций следует не противоречие А&неА, а сам парадокс "Лжец": [(А=>неА)=>(неА=>А)] = [(неА+неА)=>(А+А)] = (неА=>А) = А (импликация (X=>Y)=(неX+Y), где "+" – дизъюнкция "или"). Это совпадает с тем, что сказал Евбулид.

одной из причин неадекватной вербальной и формальной интерпретации Зенкиным парадокса "Лжец", на наш взгляд, является смешение языков. Смешение языков в вербальной интерпретации парадокса "Лжец" состоит в том, что эта интерпретация дается от лица самого субъекта. На самом же деле субъект "Я" ничего, кроме "Я – лжец", сказать не может. Поэтому должен быть еще метасубъект, как Евбулид например, который бы не был связан ограниченностью языка субъекта. Конечно, можно сказать, что поскольку в разбираемой вербальной интерпретации все рассуждение ведется от авторского лица как метасубъекта, то и нет никакого смешения языков. На самом же деле это не так – ведь не ясно кто говорит "если я – не лжец", или "если я – лжец", или "то я лгу" и т.д. Поэтому и оказывается возможным говорить о двух высказываниях А="Я–лжец" и неА="Я–не лжец", да еще соединенных конъюнкцией &: А&неА. Только вот кому принадлежит второе высказывание не ясно – ведь субъект "Я" может сказать лишь "Я – лжец".

Нужно отметить еще и непоследовательность автора "нового подхода к анализу парадоксов". При анализе процесса моделирования парадокса "Лжец" автор почему-то позволяет себе провести «потенциально-бесконечное "рассуждение"» [2, с. 84], а при вербальной интерпретации парадокса он почему-то себе этого не позволяет. А должен был бы позволить и продолжить: "Но если я – лжец, ... Но если я – не лжец, ... Но если я – лжец, ..." и т.д. Затем, будучи корректным, он должен был бы получить бесконечную цепь импликаций импликаций (А=>неА)=>(неА=>А)=>(А=>неА)=>(неА=>А)=> ... (здесь для наглядности скобки, указывающие порядок следования внешних импликаций, опущены). и тогда ему не пришлось бы ошибочным образом строить ошибочное "потенциально-бесконечное рассуждение (3)".

Заканчивая критические замечания в отношении вербальной и формальной интерпретаций парадокса "Лжец" [2], следует сказать, что одна из его адекватных потенциально-бесконечных записей получается из высказывания "ложно то, что я сейчас говорю" и имеет вид: "ложно то, что ложно то, что ложно то, ..., что я сейчас говорю" [6, с.89-91].

Разбор неадекватных рассуждений в статье [2] мы закончим замечанием о некорректном доказательстве, а точнее – об отсутствии доказательства, недостаточности условий парадоксальности конструкции "НЕ+СЯ". Автор формулирует такую теорему [2, с.83]: "Самоприменимость с отрицанием, то есть логическая конструкция "НЕ+СЯ", является необходимым, но недостаточным условием (классической) парадоксальности." Если с необходимостью все ясно, то почему это условие является недостаточным – непонятно, поскольку автор говорит: "Недостаточность этих двух условий доказывается с помощью тривиального контрпримера: "Брадобрей должен брить всех тех, и только тех, жителей своей деревни, которые НЕ умываютСЯ по четвергам". Очевидно, что в этом утверждении почти расселовского типа есть конструкция "НЕ+СЯ", но нет никакого парадокса". Некорректность здесь заключается в том, что, как нам представляется, автор вложил не тот смысл в самоприменимость понятий, который она имеет на самом деле. Так, А.С. Богомолов говорит [5, с.231], что самоприменимость – это определение, включающее "ссылку на множество, к которому принадлежит определяемое." Иначе еще можно так сказать. Применение – это отношение между понятиями, объектами. Если к тому же эти понятия, объекты определены через это же отношение, то это и будет самоприменение. В приведенном же примере жители деревни, в том числе, и брадобрей как тот же житель деревни определены через отношение "умываться". Затем, хотя можно сказать и сначала, через отношение "брить" определен брадобрей, который бреет не умывающихся жителей. Самоприменение – это когда брадобрей должен брить или не брить жителей, которые бреются или не бреются, применение же отношения брить к жителям, находящимся в отношении умываться или не умываться, не является самоприменением. Поэтому "недостаточность" автором не доказана.

На этом мы закончим обсуждение неадекватных рассуждений автора работы о парадоксах и перейдем к разбору его ключевой ошибки.

Рассматривая физическую модель достаточных условий парадоксальности [2, с. 83-84], автор, с одной стороны, допускает фундаментальное противоречие с отстаиваемой им концепцией, а с другой стороны, основываясь на этом допущении, совершает ключевую ошибку в своей работе. Как мы знаем, в основе концепции автора лежит отрицание актуальной бесконечности. Согласно этой концепции никакая величина не может быть равной бесконечности, она может только стремиться к ней как к своему пределу. Автор же, вопреки этому, берет и допускает скорость распространения сигналов равной бесконечности, то есть V=∞ [2, с. 83,86]. Как это понимать методологически? Наверное только так, что когда автору необходимо получить результаты, позволяющие, по его мнению, дискредитировать канторовскую теорию множеств, то не грех и слукавить – взять и воспользоваться тем, что отрицаешь. А это и есть тот самый парадокс "Лжец", который он анализирует.

Ключевой ошибкой работы [2] являются полученные в ней "потенциально-бесконечное "рассуждение":

(-100=>0)&(0=>-100)&(-100=>0)&(0=>-100)&(-100=> 0)&... (3)"

и основанная на нем "потенциально-бесконечная осцилляция вида:

Y=И=>Y=Л=>Y=И=>Y=Л=>Y=Л=>... (5)"

Суть ошибки заключается в следующем. Сначала говорится [2, с. 83]: "после подачи на вход сумматора Σ напряжения X=+100 вольт, стрелка вольтметра W в течение 1-2 секунд плавно (время переходного процесса) переместилась из положения Y=0 в положение Y=-50 вольт и застыла в этом стационарном положении в полном соответствии с законом аналогового суммирования напряжений Y=-(X+Y), откуда Y=-1/2X." Дальше автор проводит неверные рассуждения. Допуская скорость распространения сигналов V=∞, что теоретико-гипотетически, без учета антиканторовской концепции, вполне допустимо, он говорит [2, с. 84]: "нефизический сигнал X=+100 вольт, – без потерь, без сопротивления и без всяких задержек, – мгновенно "проскакивает" через инвертор Σ и превращается в выходной сигнал Y=-100 вольт, который по цепи обратной связи вновь подается на вход Σ, складывается с входным сигналом X=+100 вольт, дает на выходе Σ сигнал Y=0 вольт, который по цепи обратной связи подается на вход Σ и суммируется с X=+100 вольт, дает на выходе сигнал Y=-100 вольт, и т.д." (это "рассуждение" вида (3)).

Данная ошибка Зенкина подобна той, в которой он "уличает" Георга Кантора, а именно: он "перепрыгивает" через потенциально-бесконечный этап. Действительное положение вещей при моделировании на АВМ (АВМ – аналоговая вычислительная машина) с помощью "стандартной схемы инвертора с обратной связью" [2, с. 84] является следующим. рассматривая предельные переходы типа скорость распространения сигналов V стремится к бесконечности ∞, или, что то же самое, время t переходных процессов в схеме сумматора Σ с инвертором стремится к нулю 0, надо действовать в строгом соответствии с методами, принятыми и отработанными в физике и математическом анализе для подобных воображаемых экспериментов и не следует "перепрыгивать" через следующий потенциально-бесконечный этап. Первое: после подачи на вход Σ напряжения X=+100 вольт через время переходных процессов t=1-2 секунды напряжение на выходе Σ изменится от Y=0 до Y=-50 вольт в полном соответствии с аналоговым суммированием напряжений Y=-(X+Y) => Y=-1/2X. Второе: допуская, что время переходных процессов схемы сумматора нам удалось уменьшить в 2-4 раза, то есть с t=1-2 секунды до t=1/2 секунды, мы должны заметить, что и соответствующее выходное напряжение Y=-50 вольт установится не через 1-2 секунды, а через 1/2 секунды. Третье: уменьшив предыдущее время 1/2 секунды в 2 раза, мы получим соответствующее значение напряжения Y=-50 вольт уже не через 1/2 секунды, а через 1/4=2-2 секунды. Четвертое: снова, третий раз, уменьшив предыдущее время переходных процессов t=2-2 с в 2 раза, мы получим соответствующее выходное напряжение Y=-50 вольт уже через t=2-3 с. Пятое: уменьшая таким образом в 2 раза время переходных процессов четвертый, пятый, шестой и вообще n-й раз, мы будем получать соответствующее установившееся выходное напряжение Y=-50 вольт все раньше и раньше: через 2-4 с, через 2-5 с, через 2-6 с и вообще через 2-n с. Надо подчеркнуть, что при любом значении времени переходных процессов t=2-n с выходное напряжение Y=-50 вольт устанавливается именно через это время t=2-n с и затем не меняется в полном соответствии с законом аналогового суммирования напряжений Y=-(X+Y). Ничего не меняется и при t=lim2-n(при n=>∞)=0, или, что то же самое, при скорости распространения сигналов V=∞, когда, как говорит автор [2], сигналы со входа на выход "проскакивают мгновенно": при входном сигнале X=+100 вольт на выходе сумматора Σ "мгновенно" устанавливается сигнал Y=-50 вольт и остается неизменным при неизменном входном сигнале. Таким образом, на выходе будь-то физической модели МФ конструкции "НЕ+СЯ" [2, с.84], или изоморфной ей логической модели МЛ конструкции "НЕ+СЯ" [2, с.85], или, что то же самое, блока логического доказательства ΣЛ, никак не может иметь места переменная последовательность любого из видов то ли в форме "потенциально-бесконечного рассуждения (3)", то ли в форме "парадоксальной потенциально-бесконечной осцилляции (5)".

Кроме этого, к сказанному надо добавить несколько слов о двусмысленности и фактическом отсутствии изоморфизма между физической МФ и логической МЛ моделями парадокса "Лжец", или логической конструкции "НЕ+СЯ", как называет его автор. Так, на с.86 он говорит, что физическая МФ и логическая МЛ модели изоморфны. Затем он говорит, что в логической модели МЛ входной и выходной сигналы X и Y принимают значения И и Л. Но что сопоставляется им в физической модели МФ, являющейся изоморфной логической модели МЛ, четко и ясно ничего не сказано. Наверное, неспроста. Действительно, в соответствии с общепринятыми канонами построения логических схем, верхнему уровню напряжения сопоставляется истина И, а нижнему уровню – ложь Л. поскольку в авторском изложении, надо думать, верхним уровнем является напряжение +100 вольт, а нижним уровнем – -100 вольт, постольку согласно изоморфизму должны быть соответствия -100<=>Л, +100<=>И. Однако, легко выяснить, что, подав на вход X модели МФ сигнал +100 вольт, на выходе Y в полном соответствии с законом суммирования напряжений Y=-(+100+Y) установится напряжение Y=-50 вольт, которое не соответствует ни истине, ни лжи. При подаче X=-100 вольт согласно Y=-(-100+Y) на выходе установится напряжение Y=+50 вольт. Спрашивается: какие напряжения в физической модели соответствуют логическим значениям И и Л? даже допуская, что, с учетом последовательностей (3) и (3а) на с.84, истине И в логической модели соответствует напряжение ±100 вольт в физической модели, а лжи Л – 0 вольт, то и тогда в отношении изоморфизма концы с концами не сходятся, поскольку на выходе Y физической модели 0 вольт может быть получено только и если только на ее входе X будет тоже 0 вольт. Из этого мы и заключаем, что изоморфизм между моделями МФ и МЛ фактически отсутствует и поэтому переносить закон функционирования физической модели вида (3), к тому же ошибочный, на логическую модель и придавать ему вид потенциально-бесконечной осцилляции безосновательно. Как мы уже сказали выше, автор мог бы получить свою "потенциально-бесконечную осцилляцию (5)" путем продолжения своей вербальной интерпретации парадокса "Лжец", не привлекая для этого ошибочным образом машинное моделирование.

Мы приносим свои извинения за возможно утомительный разбор неадекватных аргументов автора статьи [2]. Но бесконечность заслуживает этого и требует от нас аккуратного обращения с ней. Поэтому мы сделаем еще одно, последнее, замечание. На с.87 автор говорит о дискретном "автомате", запущенном Эпименидом и генерирующем ничем не остановимую бесконечную последовательность (5а) "...=>лжец=>не лжец=>...", альтернативы для которой нет. Причем, альтернативы в том смысле, что "тот факт, что из потенциальной бесконечности, предначертанной процессу (5а) ..., первые 2600 лет уже пройдены, является довольно слабым утешением для тех, кто вслед за Георгом Кантором намеревается достичь его (этого процесса) трансфинитного Конца." Это, конечно, не так – ведь еще Евбулид дал тождественно-истинную интерпретацию парадокса "Лжец", которая не порождает регресса в бесконечность, и мы это подтвердим и формально, и вербально, и кибернетическими моделями.

Таким образом, "новый подход к анализу проблемы парадоксов" не дает нам никаких оснований и доводов для дискредитации как актуальной бесконечности, так и канторовской теории множеств, а сама работа А.А. Зенкина не выдерживает никакой критики.

Перейдем теперь к рассмотрению истинного положения вещей, связанного с парадоксом "Лжец" и с возможностью его технического, а точнее – кибернетического моделирования. Это рассмотрение является дополнением и конкретизацией весьма обстоятельного изучения парадокса "Лжец" в монографии [7]. Начнем с истинного положения вещей, связанного с парадоксом "Лжец". Но предварительно скажем несколько вводных слов о самом парадоксе.

Высказывание "Лжец" кратко и формально мы будем писать так: (Я=Л). это будет означать как "Я – лжец", так и "Я лгу". Записи Я=Л и Я=И не являются высказываниями – они лишь показывают только то, что субъект Я, или, что то же самое, высказывание Я, является либо лжецом (ложью), либо не лжецом (истиной). Другими словами, формальная запись в скобках будет означать высказывание, имеющее значение истины или лжи, а без скобок – высказывательную форму или равенство, о которых не говорят – ложны они или истинны. Вербальная интерпретация парадокса "Лжец" имеет две ипостаси. Первая ипостась – это ипостась субъекта-лжеца и звучит она так, как сказал Евбулид: когда ты утверждаешь "Я лгу" или "Я – лжец" и тем самым говоришь правду, то ты в самом деле лжец. Вторая ипостась – это ипостась субъекта-не лжеца и звучит она так: когда ты утверждаешь "Я лгу" или "Я – лжец" и тем самым лжешь, то ты и в самом деле не лжец.

Дать истинное положение вещей в парадоксе "Лжец" затруднительно в основном из-за самоприменимости. Поэтому, чтобы адекватно выявить сущность самоприменимого высказывания, мы будем смотреть, как поступают в подобных случаях в математике, а затем использовать ее приемы для разрешения затруднений в самоприменимом высказывании "Лжец".

Математика изучает функции y=f(x), где аргумент x– это область определения, или существования, функции y=f(x), а y– это область значений функции, или, что то же самое, x– независимая переменная, y– зависимая переменная. Никаких противоречий с классической логикой здесь нет. Если же мы вместо x подставим y, то получим другой математический объект – алгебраическое уравнение y=f(y), суть которого состоит в том, что надо найти те значения yi, при которых выполняется равенство y=f(y). При этом говорят, что высказывание z=(y=f(x)) истинно при y=yi и ложно в остальных случаях. Все это тоже согласуется с классической логикой.

Возьмем теперь математическую логику и в ней некоторое предложение y=P(x), определенное на некотором множестве объектов x. Здесь тоже все в порядке с классической логикой. Но как только вместо x подставляют y, так начинаются проблемы с классической логикой. Действительно, о предложении y=P(y) начинают говорить, что оно само задает себя, или что оно задано посредством самоприменимости. В результате часто получают парадоксы. Так, при y=Я и P(Я)=(Я=Л) получают Я=(Я=Л) и говорят, что высказывание (Я=Л) одновременно и истинно, и ложно. Как это понимать? А так, что на самом деле парадокс "Лжец" есть, с одной стороны, высказывание (Я=Л), а с другой стороны, это и сам субъект Я. Поэтому при Я=Л высказывание (Я=Л)=(Л=Л)=И и соответственно получается, что в силу Я=(Я=Л) высказывание (Я=Л) оказывается одновременно и ложным Я=Л, и истинным (Я=Л)=(Л=Л)=И. Точно так же при Я=И высказывание (Я=Л)=(И=Л)=Л, что означает, что в силу Я=(Я=Л) высказывание (Я=Л) оказывается одновременно и истинным Я=И, и ложным (Я=Л)=(И=Л)=Л. В результате оказывается, что (Я=Л)=неЯ и соответственно в силу Я=(Я=Л) получаем Я=неЯ. при этом игнорируют то обстоятельство, что субъект Я высказывания (Я=Л) по законам классической логики не тождествен самому высказыванию, несмотря ни на какую самоприменимость (об изменчивости субъекта и нарушении закона тождества см. у И.Н. Буровой [8, глава 1]).

Если мы поступим так же, как поступают в математике, то есть посмотрим на высказывательную форму Я=(Я=Л) как на уравнение или как на высказывание z=(Я=(Я=Л)), относительно которого надо выяснить – истинно оно или ложно, то мы ответим и на интересующий нас вопрос, а именно – противоречит ли классической логике форма Я=(Я=Л)? уравнение Я=(Я=Л) решается просто путем подстановки в него вместо переменной Я ее возможных значений И и Л. поскольку (Я=Л)=неЯ, то решение уравнения Я=(Я=Л) сводится к решению уравнения Я=неЯ. Последнее же не имеет решения, так как ни при Я=И, ни при Я=Л равенство Я=неЯ не выполняется. Следовательно, высказывание z=(Я=(Я=Л)) является ложным и ложным потому, что высказывательная форма Я=(Я=Л) получена с нарушением законов классической логики – конкретно – закона тождества, согласно которому субъект Я высказывания (Я=Л) не есть само это высказывание. Более обще: субъект y любого высказывания P(y) не тождествен самому этому высказыванию. Совпадение значений субъекта y со значениями высказывания P(y), в общем, является случайным и строить на нем какую-либо парадигму нелогично и ненаучно.

Адекватную высказывательную форму, полностью описывающую парадокс "Лжец", можно получить двумя путями – либо чисто логически, либо чисто формально, со строгим соблюдением законов классической логики. В обоих случаях исходной посылкой является само высказывание (Я=Л).

Логический путь. Поскольку мы уже знаем, что (Я=Л)=неЯ, то мы берем за основу и эту высказывательную форму. трактовка самоприменимости в форме Я=(Я=Л) является неадекватной не только по причине нарушения закона тождества, но и чисто по существу. Существо же парадокса "Лжец" состоит в том, что, в силу самоприменимости, высказывание (Я=Л) также утверждает о себе, что оно есть ложь и поэтому для него справедливо высказывание ((Я=Л)=Л). Далее мы замечаем, что ((Я=Л)=Л)=не(Я=Л). А так как (Я=Л)=неЯ, то ((Я=Л)=Л)=ненеЯ=Я. Это и есть адекватная высказывательная форма: Я=((Я=Л)=Л). Соответственно высказывание, полностью и без регресса в бесконечность описывающее парадокс "Лжец", имеет вид (Я=((Я=Л)=Л)).

Формально и без нарушения закона тождества мы должны рассматривать высказывание (Я1=(Я=Л)), а не (Я=(Я=Л)). Самоприменимость же высказывания (Я=Л) означает, что и (Я1=Л). Опять же формально, дальше должно рассматриваться высказывание (Я2=(Я1=Л)). Поскольку Я1=(Я=Л)=неЯ, то Я2=(Я1=Л)=неЯ1=ненеЯ=Я. Следовательно, парадокс "Лжец" описывается либо двумя высказываниями

(Я1=(Я=Л)),   (Я=(Я1=Л)),

либо одним, эквивалентным этим двум, высказыванием вида

(Я=((Я=Л)=Л)).

Как первая, так и вторая записи являются тождественно-истинными высказываниями. В переводе на естественный язык это высказывание звучит следующим образом: первая ипостась: если ты лжец (субъект Я=Л) и говоришь "Я лгу" или "Я – лжец" – (Я=Л), что является правдой – (Я=Л)=(Л=Л)=И, то ты, называя истину ложью, в самом деле лжец – (Я=((Я=Л)=Л))=(Я=(И=Л))=(Я=Л); вторая ипостась: если ты не лжец (субъект Я=И) и говоришь "Я лгу" или "Я – лжец" – (Я=Л), что является ложью – (Я=Л)=(И=Л)=Л, то ты, называя ложь ложью, в самом деле не лжец – (Я=((Я=Л)=Л))=(Я=(Л=Л))=(Я=И).

Таким образом, если самоприменимость вместе с отрицанием используется без нарушения законов классической логики, то никакого парадокса в общепринятом смысле в данном случае нет. Если же утверждается, что в каком-либо языке, например, в семантически замкнутом языке [9, с. 27], можно построить высказывательную форму Я=(Я=Л), то надо исследовать основания этого языка на предмет нарушения в нем законов классической логики.

Представим теперь действительное положение вещей с кибернетическим моделированием парадокса "Лжец". Кибернетическим моделирование названо потому, что в основе кибернетики лежит обратная связь, а самоприменимость – это тоже обратная связь. Кроме этого, сделаем небольшое замечание к моделируемому объекту. В работе [2] нет четкого определения этого объекта. С одной стороны, много говорится о том, что моделируется логическое доказательство парадоксальности самоприменимого высказывания, хотя так и остается неясным – как на модели, или на блоке логического доказательства ΣЛ, получается доказательство в виде конечной последовательности (4) (см. с. 85). С другой стороны, говорится, что «в рамках ... нового физического парадокса была построена изоморфная модель парадокса "Лжеца"» (с. 83), а затем вся статья заканчивается параграфом «Моделирование "ЛЖЕЦА"». Подобная двусмысленность есть продолжение смешения языков. У нас же речь будет идти строго о моделировании парадокса "Лжец", а все выводы, то есть доказательства, будут делаться по результатам моделирования на естественном языке при строгом соблюдении законов классической логики.

Сразу же заметим, что этот парадокс работает на человечество уже более полувека. Он лежит в самих субстратных основах всей цифровой вычислительной техники – этого ядра современных информационных технологий. Правда, сама эта техника и информационные технологии не осознают данного факта. И это, наверное, соответствует истинному положению вещей – парадокса на самом деле нет. Если бы он был в действительности, то вряд ли бы вычислительная техника породила современные информационные технологии и позволила получать адекватные результаты. Можно сказать, что практика не подтверждает существование парадокса "Лжец" как логического противоречия.

Рассмотрим три ипостаси кибернетической модели парадокса "Лжец": идеальную, реальную и истинную. Начнем с идеальной модели.

Субстратной основой цифровой вычислительной техники является тот или иной функционально полный набор логических элементов, или операций. В частности, таким набором может быть набор из двух элементов – элемента НЕ (логического инвертора) и конъюнктора &. Из этих элементов могут строиться любые цифровые устройства для переработки информации. Нас интересует элемент НЕ. Он имеет один вход x и один выход y и выполняет логическую операцию отрицания: y=неx. Поскольку рассматривается идеальная ипостась модели парадокса, то инвертор полагается идеальным, то есть таким, в котором информация со входа на выход проходит без задержек. Легко видеть, что если соединить выход y инвертора НЕ с его входом x, то такой инвертор (инвертор с обратной связью) будет моделировать парадокс "Лжец" в форме Я=(Я=Л)=неЯ. Действительно, инвертор с обратной связью реализует функцию y=неy, а при y=Я он моделирует функцию лжеца Я=неЯ. Это идеальная ипостась модели. В цифровой вычислительной технике проверку схем на правильность их функционирования проводят путем их моделирования. В правильной схеме все ее элементы показывают на своих выходах уровни логических нулей 0 и единиц Е. Одним из уровней сигналов, указывающих на ошибки в схеме, является уровень неопределенности Н. Этот уровень является результатом соединения выходов двух (и более) логических элементов между собой, когда на выходе одного логического элемента имеет место уровень логической единицы, а на выходе другого – уровень логического нуля. Так вот, идеальный инвертор с обратной связью показывает на своем выходе y тот же сигнал ошибки Н. Как это может быть? А может это быть следующим образом. При очень детализированном рассмотрении процесса перехода инвертора из одного логического состояния в другое операция инвертирования входного сигнала x протекает по закону инвертирования в многозначной логике: y=неx=Е-x. Здесь запись Е-x означает обычное арифметическое вычитание. При этом все многозначные логические уровни заключены между Е и 0. В двузначной логике, как мы уже говорили, уровню Е сопоставляется логическая 1, а уровню 0 – логический 0. Если на входе xсигнал x пробегает все значения от 0 до Е, то на выходе y в то же самое время сигнал y=Е-x пробегает значения от Е-0=Е до Е-Е=0. В инверторе с обратной связью на выходе устанавливается сигнал y=неy=Е-y=> y=Е/2. Именно этот сигнал и является сигналом ошибки Н=Е/2, поскольку он является средним значением сигналов y1=Е и y2=0 на соединенных друг с другом выходах двух элементов: (y1+y2)/2=(Е+0)/2=Н. Таким образом, идеальная модель парадокса "Лжец" в форме Я=(Я=Л) показывает, что эта форма является ошибочной. данный результат согласуется с классической логикой и подтверждает наш вывод о неадекватности этой высказывательной формы.

Перейдем к реальной модели парадокса "Лжец". В идеальной модели использовался идеальный логический инвертор, в котором как время прохождения сигнала со входа на выход, так и время перехода из одного состояния в другое были равны нулю. В реальном инверторе эти времена отличны от нуля. Закон функционирования реального инвертора получают посредством замещения реального инвертора его эквивалентом. Одним из таких эквивалентов является схема, состоящая из элемента задержки входного сигнала x на время dtи идеального инвертора. Для наших целей достаточно именно этого эквивалента. Его функционирование описывается простым выражением y(t)=неx(t-dt). Кроме этого, нам удобно рассматривать функционирование реального инвертора, полагая временную задержку dt единичной, а само время дискретным. Тогда вместо y(t) можно писать yi, а вместо x(t-dt) – xi-1. Соответственно реальный инвертор будет моделировать зависимость yi=неxi-1. Соединив выход y такого инвертора с его входом x, получим для его закона функционирования зависимость yi=неyi-1. Это и есть реальная модель парадокса "Лжец". Действительно, сначала мы замечаем, что, полагая y=Я, будем иметь Яi=неЯi-1. Затем вспомнив, что выше, рассматривая истинное положение вещей в отношении парадокса "Лжец", мы дали правильное его описание: получив соотношения Я1=(Я=Л)=неЯ, Я2=(Я1=Л)=неЯ1, мы остановились и заметили, что Я2=неЯ1=не(неЯ)=Я. Здесь же мы не будем останавливаться на этом, а продолжим описание самоприменимости с одновременным утверждением лжи о себе, а именно: Я3=(Я2=Л)=неЯ2, Я4=(Я3=Л)=неЯ3, ..., Яi=(Яi-1=Л)=неЯi-1, ... . нетрудно видеть, что именно эту последовательность и моделирует реальный инвертор с обратной связью. Причем, все четные ее высказывания Я2, ..., Я2n, ... тождественны самому субъекту Я, а нечетные – Я1, Я3, ..., Я2n+1, ... – его отрицанию неЯ, то есть на самом деле имеет место последовательность неЯ=>Я=>неЯ=>Я=>... (здесь и дальше стрелки – это не импликации). если в данной последовательности все пары неЯ=>Я обозначить через А, то она примет вид тавтологии А=>А=>А=>..., или вид повторяющегося тождественно-истинного высказывания в форме Евбулида. Тождественно-истинное же высказывание, независимо от того, сколько раз оно повторяется, парадоксом не является. Наблюдая только за парой А, мы тем самым не будем замечать последовательности, или, диалектически, мы тем самым снимем регресс в бесконечность. Таким образом, реальная модель парадокса "Лжец" подтверждает отсутствие противоречия в высказываниях "Я – лжец" и "Я лгу".

последовательность неЯ=>Я=>неЯ=>Я=>... в терминах цифровой вычислительной техники есть периодическая последовательность логических нулей и единиц, или на инженерном языке – периодическая последовательность импульсов. Поэтому реальная модель парадокса "Лжец" есть не что иное, как логический генератор, или – генератор импульсов. Без него не будет работать ни один компьютер, ни одно цифровое вычислительное устройство. Это – один из двух фундаментальных элементов компьютерной техники. Другим ее фундаментальным элементом является истинная модель парадокса "Лжец". К ней и перейдем.

Истинная модель легко конструируется по истинному описанию парадокса "Лжец", полученному выше в виде двух выражений Я1=(Я=Л)=неЯ и Я=(Я1=Л)=неЯ1, и с использованием либо идеального инвертора, либо реального инвертора, что для нас одно и то же. Мы будем подразумевать идеальный инвертор. Легко видеть, что для реализации первого высказывания Я1=неЯ нужен один инвертор, на вход которого надо подать значения второго высказывания Я=неЯ1, что позволит получить на выходе y1 этого инвертора значение Я1 первого высказывания. Подав это значение Я1 на вход второго инвертора, мы получим на его выходе y значение Я второго высказывания. Так как результат Я второго инвертора подается на вход первого инвертора, то мы получаем схему из двух инверторов, соединенных в кольцо. Что это такое? Это логический элемент с двумя устойчивыми состояниями: 1) при Я=Л имеем Я1=И и соответственно y=0 и y1=Е – это одно устойчивое состояние; 2) при Я=И будем иметь Я1=Л и соответственно второе устойчивое состояние y=Е и y1=0. В вычислительной технике он называется элементом памяти или триггером. Микропроцессор любого компьютера в среднем состоит на половину из логических элементов и на половину из триггеров. И что же моделирует триггер? Триггер моделирует тождественно-истинное высказывание (Я=((Я=Л)=Л)), называемое парадоксом "Лжец" в форме Евбулида. важно заметить, что истинная и реальная модели парадокса "Лжец" изоморфны. Действительно, состоянию (неЯ,Я) истинной модели соответствует пара А=(неЯ=>Я) реальной модели и наоборот.

Что показывают кибернетические модели парадокса "Лжец"? первое: идеальная модель показывает, что высказывательная форма Я=(Я=Л) является ошибочной, чем подтверждается нарушение закона классической логики – закона тождества. Второе: реальная модель последовательностным образом моделирует евбулидовскую тождественно-истинную формулировку парадокса "Лжец". Третье: то же самое моделирует и истинная модель, но уже не последовательностным образом, а параллельным. Четвертое: реальная и истинная модели "парадокса "Лжец"" подтверждают отсутствие парадокса, или, что то же самое, подтверждают отсутствие противоречий как в высказывании "Я – лжец", так и в высказывательных формах Я1=(Я=Л), Я=(Я1=Л) и Я=((Я=Л)=Л).

резюмируя вышеизложенное, мы должны сказать следующее.

Первое. Дискредитация и ниспровержение канторовской теории множеств и актуальной бесконечности с помощью "нового подхода к анализу проблемы парадоксов" являются противоречивыми и носят неадекватный и ошибочный характер. Сначала неадекватным образом формулируются вербальная и формальная интерпретации парадокса "Лжец". Затем, в противоречии с исповедуемой концепцией, используется актуальная бесконечность для получения результатов, дискредитирующих, как кажется их автору, эту же бесконечность. В результате "новый подход к анализу проблемы парадоксов" сам превращается в парадокс "Лжец". Путем ошибочной интерпретации сущности машинного моделирования парадокса "Лжец" автором "нового подхода" получено странное потенциально-бесконечное рассуждение (3), которое вместе с ошибочной интерпретацией явилось основой получения парадоксальной потенциально-бесконечной осцилляции вида (5). Последняя как раз и используется в качестве аргумента против канторовского учения, что, конечно, в своей основе является несостоятельным.

Второе. Дано действительное положение вещей в проблеме как самого парадокса "Лжец", так и его кибернетического (машинного) моделирования. Путем адекватной вербально-формальной интерпретации этого парадокса показано, что противоречия в нем возникают лишь тогда, когда нарушаются законы классической логики, в частности, закон тождества. Адекватность вербально-формальной интерпретации подтверждена тремя ипостасями кибернетической модели парадокса "Лжец". При этом, замечено, что две из них представляют собой два самых фундаментальных элемента современных компьютеров.

Перефразируя Аристотеля, еще раз скажем: "InfinitumActuDatur!" – бесконечность во всех своих ипостасях была, есть и будет!

**Список литературы**

1. Станишевский О.Б. Апология бесконечности. // философия.ру, 2004.

2. Зенкин А.А. Новый подход к анализу проблемы парадоксов. // Вопросы философии. 2000, №10.

3. Зенкин А.А. Infinitum Actu Non Datur. // Вопросы философии. 2001, №9.

4. Зенкин А.А. Ошибка Георга Кантора. // Вопросы философии. 2000, №2.

5. Богомолов А.С. Диалектический логос: Становление античной диалектики. М., 1982.

6. Чефранов Г.В. Бесконечность и интеллект. Ростов-на-Дону, 1971.

7. Станишевский О.Б. Аритмология (Введение в онтологию): Бесконечность и рефлексивная сущность Бытия. Таганрог, 2003.

8. Бурова И.Н. Парадоксы теории множеств и диалектика. М., 1976.

9. Смирнова Е.Д. Логическая семантика и философские основания логики. М., 1986.