Экономико-математическое моделирование и прогнозирование в спортивной индустрии

## 1. Задачи и функции математического моделирования

В современной экономике спорта довольно широко используется математический аппарат - анализируются графики различных зависимостей, выводятся математические формулы, проводится математическая обработка статистических данных, производится компьютерное моделирование экономических процессов.

Чем же вызвано такое активное проникновение математики в экономику, с какой целью внедряются в спортивный бизнес вычислительные алгоритмы? Ответить на этот вопрос можно следующим образом. Центральной проблемой экономики является проблема рационального выбора. Чтобы делать правильный и обоснованный выбор (или осуществляли прогноз) необходима математическая поддержка процесса принятия решений. Поэтому роль математических методов в экономике непрерывно возрастет. Кроме того, математическое моделирование полезно для более полного понимания сущности происходящих процессов, уяснения их экономической природы и движущих сил. В связи с тем что в настоящее время многие математические теории и их прикладные направления хорошо разработаны (такие, кик линейная алгебра, математический анализ, теория вероятностей, корреляционный и дисперсионный анализ, методы скалярной и векторной оптимизации), то пользователям можно задействовать возможности мощного и развитого математического аппарата.

К сказанному следует добавить, что компьютерное моделирование и использование математического аппарата подчас существенно снижает издержки предприятия при осуществлении планирования и прогнозирования экономических мероприятий. Экономия средств в данном случае образуется за счет внедрения модельных экспериментов и оптимизационных методов решения многих видов задач.

Остановимся несколько подробнее на понятии моделирования и модельного эксперимента. Общеизвестно, что в основе изучения экономических и иных систем всегда лежит эксперимент - реальный или модельный. Смысл реального эксперимента - это изучение свойств на самом практически действующем объекте. Например, реально существующий и действующий объект - спортивное сооружение в виде зимнего Дворца спорта. Для того чтобы выяснить оптимальную цену билетов на игры чемпионата страны по хоккею, можно провести ряд экспериментов по наполняемости зрительской аудитории при различных ценах билетов. Однако такое экспериментирование приводит к неизбежным потерям части прибыли Дворцом спорта, что является крайне нежелательным. В таких случаях целесообразно проводить модельный эксперимент, т.е. такой, который проводится не на реально действующем объекте, а на его виртуальном аналоге - модели. Построение моделей и изучение свойств систем при помощи таких моделей называется моделированием.

Моделирование оказывается незаменимым инструментом и при построении экономических прогнозов, т.е. вероятных суждений о состоянии какого-либо явления или системы в будущем. Прогнозирование является одной из форм предвидения перспектив развития событий, которое в экономике является ценнейшим ресурсом, так как предвидение - залог будущей прибыли.

При изучении экономических систем и прогнозировании их будущего состояния чаще всего используют математическое моделирование (так как эксперимент на реальном объекте, как было сказано выше, ведет к необоснованным издержкам). Под математическим моделированием понимается концентрация наших знаний, представлений и гипотез об оригинале, записанную с помощью математических соотношений.

Математическая модель представляет собой упрощенную модель оригинала. В результате такого упрощения происходит сокращение размерности состояний исходной системы. В то же время сформированная модель должна вести себя так же, как и оригинал, т.е. между оригиналом и математической моделью должно быть взаимное соответствие.

Построение экономико-математических моделей включает в себя несколько этапов.

Формирование экономико-математической модели начинается с постановки задачи, которая в свою очередь открывается определением целей моделирования. Далее, исходя из целей исследования, устанавливаются границы изучаемой системы, условий се функционирования и необходимый уровень детализации моделируемых процессов. Кроме того, в постановку задачи включаются критерии оценки эффективности функционирования оригинала и возможные ограничения на их значения. Большое значение имеет также описание потоков информации, циркулирующих между оригиналом и внешней средой, взаимосвязь внутренних элементов, описание ограничений на выделенные ресурсы.

Следующим этапом построения модели является синтез, т.е. формирование структуры и описание параметров модели. Структурный синтез заключается в построении в рамках поставленной задачи некоторого количества альтернативных вариантов моделей, отличающихся степенью детализации и учета тех или иных особенностей функционирования оригинала.

Этап анализа модели заключается в изучении ее свойств и поведения в различных условиях функционирования. На этой стадии производится выбор н расчет критериев эффективности для каждой из построенных на этапе синтеза моделей. Такими критериями могут быть, например, минимум издержек на единицу производимой продукции или максимум качества предоставляемой потребителям товаров и услуг. Различают следующие виды математических моделей:

аналитические - это модели, представляющие собой совокупность аналитических выражений и зависимостей;

анионные - это модели, основанные на компьютерном эксперименте: являются переложением на машинный язык описаний моделируемых объектов. Эти модели позволяют имитировать функционирование систем на компьютере, производить при этом измерения и обработку необходимых данных;

численные - это модели, представленные в виде различных численных методов и схем. как правило, обеспечивающих приближенное решение задачи;

алгоритмические - это модели, представленные алгоритмами в виде определенной логической последовательности выполнения операций на компьютере.

Следует отметить, что в теории и практике экономико-математического моделирования используется и ряд других типов моделей, характеризующихся разной степенью сложности и различным предназначением.

## 2. Экономика спортивных сооружений

Современные спортивные сооружения являются сложными многоцелевыми системами, которые включают в себя спортивные арены, зрительские комплексы, тортовые предприятия, системы связи и безопасности, медицинской помощи, вспомогательных служб. Крупные спортивные сооружения могут одновременно обслуживать десятки и даже сотни тысяч болельщиков и спортсменов, предоставляя каждому клиенту соответствующий набор сервисных услуг. Значительное количество болельщиков, посещая спортивные сооружения, создают спрос на целый ряд сопутствующих товаров и услуг - на напитки, бутерброды, пиццу, спортивную прессу, сувениры.

Для того чтобы удовлетворить весь предъявляемый спрос на высшем уровне, предоставить потребителям качественные товары и услуги, необходимо учесть многие экономические и иные факторы уже на стадии проектирования спортивных сооружений. Так, например, следует учесть, какое среднее количество болельщиков будет посещать данное спортивное сооружение, сколько потребуется билетных касс, как будут организовываться транспортные потоки для перевозки спортсменов и болельщиков, сколько и каких торговых предприятий потребуется и где они будут расположены.

Ответы на эти и многие другие вопросы должны быть получены в ходе маркетинговых и проектно-изыскательских работ на фазе проектирования спортивных сооружений. И уже на этой стадии в процесс активно включаются экономико-математические методы, задействуется существующий аппарат математического моделирования и прогнозирования. Данные методы и расчеты совершенно необходимы для определения:

сроков окупаемости отдельных предприятии спортивного сооружения и всего комплекса в целом;

величины прибыли, получаемой:

торговыми предприятиями спортивного сооружения,

от продажи входных билетов,

от размещенной в спорткомплексе рекламы,

от продажи прав на теле - и радиотрансляцию,

от аренды площадей и оборудования;

возможности многоцелевого использования спортивного сооружения;

исследования колебаний прибыли в зависимости от времени года

(сезона);

изменений прибыли в зависимости от перемен в макроэкономической сфере.

Если проектирование спортивного сооружения производится без экономико-математической поддержки и учета вышеперечисленных экономических параметров, то необходимые корректировки впоследствии приходится производить уже на действующем объекте, что существенно увеличивает соответствующие издержки.

Другим важным направлением применения экономико-математического моделирования в спортивных сооружениях и спортивной индустрии является их активное использование в системах бухгалтерского учета и автоматизации систем управления предприятием. Суть данных процессов сводится к следующему. Многие сложные и рутинные вычислительные процедуры, которые повседневно осуществляются в структурных подразделениях спортивных организаций, клубов, спортивных сооружений, предприятиях-производителях спортивных товаров (таких, как учет материальных средств, прохождение финансовых потоков, расчет текущего баланса и т.д.), можно существенно облегчить с помощью компьютеров. Однако включить в производственный процесс компьютеры без построения экономико-математических моделей нельзя, так как все вычислительные задачи должны быть представлены в попятной для компьютера форме (т.е. в виде программного продукта). Поэтому, чтобы автоматизировать какие-либо производственные или вычислительные процессы, необходимо прибегнуть к экономико-математическому моделированию.

Экономико-математические методы и модели оказываются также чрезвычайно полезными в маркетинговых исследованиях. С помощью I экономико-математических моделей обрабатываются данные опросов болельщиков и потенциальных потребителей продукции спортивного назначения, собирается необходимая спортивным клубам и организациям информация (например, по ключевым словам) из компьютерных сетей, производится учет рекламаций, контролируется число болельщиков, посетивших компьютерный сайт клуба или спортивной организации и т.д.

Полученная таким образом информация используется для целей экономического прогнозирования, главным образом прогнозирования потребительского спроса, и, соответственно, прибыли спортивной организации. Как правило, в экономике спорта наиболее часто используются три основных класса моделей, которые применяются для анализа или прогноза.

Модели временных рядов. К этому классу можно отнести модели тенденции (тренда) и сезонности

*Y (t) = S (t) + qi*

где Y *(t) -* временная тенденция (тренд);

S (t) - периодическая (сезонная) компонента:

*qt -* случайная величина.

Модели данного вида используются для изучения и прогнозирования объема продаж входных билетов, спроса на спортивные товары и услуги и тому подобных исследованиях.

Регрессионные модели. В регрессионных моделях исследуется зависимость среднего значения какой-либо величины от некоторой другой величины или нескольких величин. Регрессионные модели представляются в виде функции

f (х, b) =fх1..., хк, bt,..., bj),

В зависимости от вида функции f (x,b) регрессионные модели делятся на линейные и нелинейные. Например, можно исследовать спрос на входные билеты на игры чемпионата России по футболу как функцию от времени проведения матча (дня недели, утренних или вечерних часов), от температуры воздуха и иных погодных условий, от среднего уровня дохода болельщиков, от интенсивности рекламы и тому подобных параметров.

Системы одновременных уравнений. Модели данного типа описываются системами уравнений. Уравнения, входящие и модель, могут быть дифференциальными, регрессионными, линейными или нелинейными; могут представлять собой равенства или неравенства.

Модели, описываемые системами уравнений, обычно более сложны, чем модели регрессии или временных рядов. Модели данного класса могут быть использованы при построении моделей спроса и предложения, решении транспортных задач, задач оптимального распределения ресурсов, при анализе макроэкономического равновесия и некоторых других областях.

Рассмотрим пример построения модели спроса и предложения.

Пусть Qd - спрос на товар или yoyiy в момент времени t,

Qs - предложение на товар в момент времени t.

Р, - цена товара, Y1, - доход ог реализации товара. Сформируем систему уравнений "спрос-предложение":

Qd=Qs (равновесие).

Цена товара Pt и спрос на товар Q в момент равновесия определяются из уравнений модели, т.е. являются внутренними переменными. Предопределенными в данной модели являются доход У, и значение цены товара в предыдущий момент времени р

## 3. Теории массового обслуживания

Важной составной частью экономико-математического моделирования, имеющей обширное практическое применение, является теория массового обслуживания'. Название теории довольно точно отражает се сущность - теория массового обслуживания вбирает в себя комплекс теоретических вопросов оптимального построения и эксплуатации систем массового обслуживания. То речь идет о таких системах, которые часто встречаются в технике и экономике и предназначены для многократного использования при выполнении однотипных задач.

Теория массового обслуживания оформилась в середине XX в.; ее основоположником считается известный датский ученый Л.К. Эрланг, который решил ряд задач по теории массового обслуживания с отказами.

Во многих областях экономики спорта активно используются системы специального назначения, реализующие выполнение типовых задач с циклическим повторением операций. Такие системы получили название систем массового обслуживания. В качестве примеров систем массового обслуживания можно рассматривать спортивные сооружения (стадионы, спорткомплексы, ледовые арены и т.д.), спортивные организации всех организационно-правовых форм (единоличные владения, партнерства, акционерные общества всех типов), билетные кассы, предприятия торговли и многие другие объекты.

Термин "система" означает совокупность частей, связанных общей функцией, т.е. некоторую целостную структуру взаимодействующих элементов. Не являются исключением в этом смысле и системы массового обслуживания, которые включают в себя некоторое число обслуживающих устройств, которые называются каналами или линиями обслуживания. Роль каналов обслуживания могут выполнять различные устройства, линии связи, приборы или люди, производящие тс или иные операции, например, транспортные пути, кассиры или операторы.

Системы массового обслуживания различаются по своему построению и уровню сложности. Их принято подразделять на одноканальные и многоканальные.

Рис. 1. Схематическое изображение одноканалыюй модели

Как правило, в экономико-математическом моделировании систем массового обслуживания и других объектов элементы моделирования обозначают прямоугольником, у которого имеются вход и выход, обозначаемые стрелками. Если модель адекватна оригиналу, то изменение сигнала на входе и выходе у них должно быть одинаковым. При этом внутренняя структура моделируемого объекта и процессы, протекающие в нем, в модели не показываются, т.е. модель представляет собой так называемый "черный ящик".

Все системы массового обслуживания предназначены для обработки некоторого потока заявок', поступающих случайным образом на вход системы. Обслуживание поступивших заявок может производиться системой за разные временные интервалы, так как время обработки заявок зависит от многих случайных величин. Пока заявка обрабатывается, канал считается занятым. По окончании обслуживания заявки канал освобождается и находится в состоянии ожидания поступления новой заявки.

Очевидно, что случайный характер поступления заявок и времени их обслуживания создаст для систем массового обслуживания режим работы с неравномерной нагрузкой, - в отдельные периоды интенсивность потока заявок заставляет работать систему с перегрузкой, в другие, в отсутствие заявок, система простаивает. Причем, даже функционируя в режиме максимальной загрузки, система массового обслуживания допускает создание очереди, которую часть заявок покидает, если ожидание затягивается. В таких случаях возникает необходимость введения в систему дополнительных линий обслуживания. Такая система массового обслуживания становится многоканальной (рис.2).

Как следует из рис. 2, каждая система массового обслуживания содержит следующие элементы:

каналы обслуживания;

входной поток заявок;

очередь;

выходящий поток обслуженных заявок.

В спортивной индустрии и других отраслях экономики используется большое количество систем массового обслуживания, каждая из которых содержит различное число каналов обслуживания, имеет свою производительность и организационную структуру. В зависимости от указанных характеристик система массового обслуживания обладает определенной эффективностью функционирования (пропускной способностью). Если какая-либо система массового обслуживания со временем перестает справляться со своими задачами, се заменяют на более эффективную, которая более полно удовлетворяет увеличившимся объемам заявок.

Рис. 2. Многоканальная система массового обслуживания

В качестве иллюстрации прикладного применения теории массового обслуживания приведем простую задачу.

Задача. Стадион небольшого города обслуживает касса с одним окном. В дни проведения соревнований численность покупателей билетов возрастает и интенсивность покупок составляет 0,45 человек/мин. Кассир затрачивает на обслуживание болельщика в среднем 2 минуты. Определить среднее число покупателей у кассы и среднее время, затрачиваемое болельщиком на приобретение билета.

Решение. Данная процедура обслуживания моделируется одноканалыюй системой массового обслуживания с ожиданием без ограничений на длину очереди и на время ожидания. Параметры системы:

число каналов п = 1;

интенсивность входного потока X = 0,45 человек/мин.

среднее время обслуживания одной заявки 7^ = 2 мин.

Следовательно, интенсивность потока обслуживания ц будет составлять: р. = 1/Tоб = 0,5 (человек/мин), а нагрузка системы р определится как р = 0,45/0,5 = 0,9 (эрланга).

Среднее время, которое болельщик затрачивает на приобретение билета, складывается из среднего времени пребывания в очереди. Его можно подсчитать по формуле:

Среднее число покупателей у кассы определится как

Таким образом, получаем следующий результат: очередь у кассы в среднем составляет 9 человек, а время, затрачиваемое болельщиком на приобретение входного билета на стадион,-20 минут. Очевидно, что такой результат не является удовлетворительным и в "пиковые" периоды администрации стадиона следует подключать к продаже билетов еще одного кассира.