# Экзаменационные билеты по предмету: Уравнения математической физики за весенний семестр 2001 года

примерный перечень экзаменационных вопросов

Уравнения математической физики

1. Какие функции называются ортогональными в интервале? Приведите примеры.
2. Какая система функций называется ортогональной в интервале? Приведите примеры.
3. Сформулируйте определение ряда Фурье по ортогональной системе функций.

Приведите формулы коэффициентов Фурье.
4. Сформулируйте определение тригонометрического ряда Фурье. Приведите формулы коэффициентов Фурье.
5. Какой вид имеют ряды Фурье четных и нечетных функций. Приведите формулы коэффициентов Фурье в каждом из этих случаев.
6. Сформулируйте условия для функции f(х) Дирихле на отрезке (a, b(?
7. Сформулируйте теорему Дирихле о разложении функции в ряд Фурье.
8. Какое дифференциальное уравнение называется обыкновенным? Приведите примеры.
9. Сформулируйте определение дифференциального уравнения с частными производными. Приведите примеры.
10. Что такое порядок дифференциального уравнения? Приведите примеры дифференциальных уравнений различных порядков.
11. Какая функция называется решением дифференциального уравнения?
12. Какие дифференциальные уравнения называются линейными? Приведите примеры линейных уравнений.
13. Какой общий вид имеют линейные уравнения с частными производными первого и второго порядков с двумя независимыми переменными?
14. Какие линейные уравнения называются однородными и неоднородными?

Приведите примеры.
15. Сформулируйте свойства линейных однородных дифференциальных уравнений.
16. Сформулируйте свойства линейных неоднородных дифференциальных уравнений.
17. Что называется линейным дифференциальным оператором порядка n?

Сформулируйте его свойства.
18. Какую классификацию имеют линейные уравнения с частными производными второго порядка с двумя независимыми переменными? Приведите примеры.
19. Какие уравнения имеют гиперболический тип? Приведите примеры.
20. Какие уравнения имеют эллиптический тип? Приведите примеры.
21. Какие уравнения имеют параболический тип? Приведите примеры.
22. Какие уравнения имеют смешанный тип? Приведите примеры.
23. Какой вид уравнений второго порядка называется каноническим? Приведите примеры.
24. Что такое оператор Лапласа? Напишите вид оператора Лапласа в полярной и цилиндрической системах координат.
25. Какая задача называется задачей Штурма-Лиувилля?
26. Какая функция называется решением задачи Штурма-Лиувилля? Приведите примеры решений.
27. Сформулируйте определение собственных значений и собственных функций задачи Штурма-Лиувилля. Приведите примеры собственных значений и собственных функций.
28. Сформулируйте задачу Штурма-Лиувилля с краевыми условиями первого рода.
29. Сформулируйте задачу Штурма-Лиувилля с краевыми условиями второго рода.
30. Сформулируйте задачу Штурма-Лиувилля с краевыми условиями третьего рода.
31. Выпишите собственные значения и собственные функции задачи

y(( + (y = 0, y(0) = y(l) = 0. Сформулируйте их свойства.
32. Выпишите собственные значения и собственные функции задачи

y(( + (y = 0, y((0) = y((l) = 0. Сформулируйте их свойства.
33. Выпишите основные свойства собственных значений и собственные функциb задачи Штурма-Лиувилля.
34. Сформулируйте теорему Стеклова о разложении функций в ряде Фурье.
35. Выпишите собственные значения и собственные функции задачи

y(( + (y = 0, y((0) = y(l) = 0. Сформулируйте их свойства.
36. Выпишите собственные значения и собственные функции задачи

y(( + (y = 0, y(0) = y((l) = 0. Сформулируйте их свойства.
37. Какой вид имеет (одномерное) волновое уравнение? Сформулируйте задачу, приводящую к этому уравнению.
38. Какой вид имеет волновое уравнение на плоскости? Сформулируйте задачу, приводящую к этому уравнению.
39. Какой вид имеет волновое уравнение в пространстве? Сформулируйте задачу, приводящую к этому уравнению.
40. Какой вид имеет (одномерное) уравнение теплопроводности? Сформулируйте задачу, приводящую к этому уравнению.
41. Какой вид имеет уравнение теплопроводности в пространстве?

Сформулируйте задачу, приводящую к этому уравнению.
42. Какой вид имеют уравнение Лапласа и уравнение Пуассона? Сформулируйте задачи, приводящие к этим уравнениям.
43. Какие условия называются начальными? Сформулируйте начальные условия для волнового уравнения.
44. Какие условия называются начальными? Сформулируйте начальное условие для уравнения теплопроводности.
45. Какие начальные условия задаются для уравнения колебаний струны?

Сформулируйте их физический смысл.
46. Какое начальное условие задается для уравнения теплопроводности?

Сформулируйте его физический смысл.
47. Какие условия называются граничными? Приведите примеры граничных условий для волнового уравнения.
48. Какие условия называются граничными? Приведите примеры граничных условий для уравнения теплопроводности.
49. Какие граничные условия называются однородными? Приведите примеры однородных граничных условий для уравнения теплопроводности.
50. Какие граничные условия называются неоднородными? Приведите примеры неоднородных граничных условий для уравнения теплопроводности.
51. Сформулируйте три основных типа граничных условий для уравнения теплопроводности.
52. Сформулируйте три основных типа граничных условий для волнового уравнения.
53. Какой вид имеют граничные условия первого рода для уравнения колебаний струны? Сформулируйте их физический смысл.
54. Какой вид имеют граничные условия второго рода для уравнения колебаний струны? Сформулируйте их физический смысл.
55. Какой вид имеют граничные условия первого рода для уравнения теплопроводности? Сформулируйте их физический смысл.
56. Какой вид имеют однородные граничные условия второго рода для уравнения теплопроводности? Сформулируйте их физический смысл.
57. Какой вид имеют однородные граничные условия третьего рода для уравнения теплопроводности? Сформулируйте их физический смысл.
58. Как из граничных условий третьего рода получить условия первого и второго рода? Какой физический смысл они имеют в случае уравнения теплопроводности?
59. Что называется краевой задачей для дифференциального уравнения?

Приведите примеры краевой задачи для волнового уравнения.
60. Что называется задачей Коши? Сформулируйте задачу Коши для волнового уравнения.
61. Какой вид имеет задача Коши для уравнения теплопроводности?

Сформулируйте физическую задачу, приводящую к такой задаче Коши.
62. Какой вид имеет первая краевая задача для волнового уравнения?

Сформулируйте физическую задачу, приводящую к такой краевой задаче.
63. Какой вид имеют вторая и третья краевые задачи для волнового уравнения?
64. Какой вид имеет первая задача для уравнения теплопроводности?

Сформулируйте физическую задачу, приводящую к такой задаче.
65. Какой вид имеют вторая и третья краевые задачи для уравнения теплопроводности?
66. Какой вид имеют условия Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа?
67. Сформулируйте третью краевую задачу для уравнения Лапласа и Пуассона.
68. Сформулируйте задачи Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа на плоскости.
69. Сформулируйте внешнюю задачу Дирихле в плоскости и в пространстве.
70. Сформулируйте основную идею метода Фурье. В каком виде ищут частные решения волнового уравнения методом Фурье?
71. В каком виде ищут частные решения уравнения теплопроводности методом

Фурье? Приведите примеры частных решений для одномерного уравнения теплопроводности.
72. В каком виде ищут частные решения уравнения колебаний струны методом

Фурье? Приведите примеры частных решений.
73. В каком виде ищут частные решения задачи Дирихле на плоскости методом

Фурье? Приведите примеры частных решений.
74. Какой вид имеют частные решения внутренней задачи Дирихле для круга?
75. Какой вид имеют частные решения внешней задачи Дирихле для круга?
76. Что называется интегралом Фурье? Запишите интеграл Фурье для четных и нечетных функций.
77. Какой вид имеют интегралы Фурье по косинусам и по синусам? Как определяются подынтегральные функции?
78. Как формулируется задача Коши для уравнения теплопроводности? Запишите, в каком виде ищут решение задачи методом Фурье.
79. Какой вид имеет общее решение уравнения теплопроводности на бесконечной прямой?
80. Какой вид имеет формула Пуассона для уравнения теплопроводности?

Запишите общее решение уравнения теплопроводности в виде интеграла

Фурье.
81. Что называется фундаментальным решением уравнения теплопроводности?

Каковы его свойства и физический смысл?
82. Что называется интегральным преобразованием? Что такое ядро преобразования? Приведите примеры.
83. Какое преобразование называется преобразованием Фурье? Какой вид имеет обратное преобразование Фурье?
84. Какими свойствами обладает преобразование Фурье? Как доказать свойство линейности преобразования Фурье?
85. Что называется сверткой функций? Как преобразуется свертка функций при преобразовании Фурье?
86. Как преобразуются производные при преобразовании Фурье?
87. Какой вид имеет уравнение теплопроводности после преобразования Фурье?

Каково его общее решение?
88. Как решается задача Коши для уравнения теплопроводности с помощью преобразования Фурье?
89. Как решается смешанная задача для уравнения теплопроводности на полупрямой с помощью преобразования Фурье?
90. Какой вид имеет волновое уравнение после преобразования Фурье? Каково его общее решение?
91. Как получить решение задачи Коши для волнового уравнения с помощью преобразования Фурье?
92. Какой вид имеет волновое уравнение после характеристической замены переменных? Каково общее решение и его физический смысл?
93. Какой вид имеет формула Даламбера решения задачи Коши для волнового уравнения? Как записываются волны отклонения и волны импульса?
94. Как записывается решение смешанной задачи для волнового уравнения на полупрямой? Изобразите фазовую плоскость для этой задачи.
95. Что называется характеристиками линейного уравнения с частными производными первого порядка? Каковы дифференциальные уравнения характеристик?
96. Какой вид имеет линейное уравнение с частными производными первого порядка после характеристической замены переменных? Каково его общее решение?
97. Как записать систему двух линейных уравнений с частными производными первого порядка в матричном виде?
98. Какое общее решение имеет система двух линейных уравнений с частными производными первого порядка в случае различных собственных значений матрицы коэффициентов?
99. Что называется характеристиками гиперболического уравнения второго порядка? Каковы дифференциальные уравнения характеристик?
100. Какие характеристики имеет волновое уравнение? Каковы дифференциальные уравнения характеристик?
101. Что называется стоячими волнами? В каком случае возникают стоячие волны?
102. Какие функции называются гармоническими? Приведите примеры. Что такое фундаментальное решение уравнения Лапласа?
103. Как формулируется теорема о среднем для гармонических функций на плоскости? Какое следствие можно получить из теоремы о среднем?
104. Как формулируется теорема о среднем для гармонических функций в пространстве?
105. Какой вид имеет неравенство Харнака на плоскости?
106. Как формулируется теорема Лиувилля? Приведите ее доказательство.
107. В чем заключается принцип максимума для гармонических функций?
108. Какие следствия получаются из принципа максимума?
109. Какая функция называется функцией Грина задачи Дирихле? Приведите примеры.
110. Какие точки на плоскости называются сопряженными относительно окружности? Относительно прямой?
111. Какой вид имеет функция Грина для круга? Что изменится, если рассматривается шар?
112. Какой вид имеет функция Грина для полуплоскости? Что изменится, если рассматривать полупространство?
113. Запишите формулу Грина для функций двух переменных. Какой вид примет формула Грина для гармонических функций?
114. Как записывается решение задачи Дирихле с помощью функции Грина на плоскости и в пространстве?
115. Запишите интегральную формулу Пуассона для круга и для полуплоскости.
116. Какой вид имеет ядро Пуассона для круга? Перечислите его свойства.
117. Какой вид имеет ядро Пуассона для полуплоскости? Перечислите его свойства.
118. Какой вид имеет ядро Пуассона для внешности круга? Перечислите его свойства.
119. Что называется объемным потенциалом? Какие задачи можно решать с помощью объемного потенциала?
120. Что называется потенциалом простого слоя? Какие задачи можно решать с помощью потенциала простого слоя?
121. Что называется потенциалом двойного слоя? Какие задачи можно решать с помощью потенциала двойного слоя?
122. Что называется логарифмическим потенциалом площади? Какие задачи можно решать с помощью потенциала площади?
123. Что называется логарифмическим потенциалом простого слоя? Какие задачи можно решать с помощью этого потенциала?
124. Что называется логарифмическим потенциалом двойного слоя? Какие задачи можно решать с помощью этого потенциала?
125. Какие задачи математической физики называются корректными? Приведите примеры корректно поставленных задач.

Типы задач

1. Являются ли функции ?(x)=sin?x и ?(x)=cos3?x ортогональными на отрезке

[0,1].
2. Являются ли функции ?(x)=sin2x и ?(x)=sin[pic]x ортогональными на отрезке [0,2].
3. Проверить, являются ли функции u1=x3y-3xz+4 и u2=xу2+2xz-5 решениями уравнения x2uxx+uyy+y2uzz-uz=0.
4. Проверить, являются ли функции u1=x+y+3z2 и u2=x2+y2+z2 решениями уравнения ?u=6.
5. Проверить, являются ли функции u1=sinxcos5y и u2=x2+25y2+25xy решениями уравнения 25uxx-uyy=0.
6. Определить тип уравнения с частными производными:

а) uxx-2uxy+10uyy+u=0,

б) 2uxx+4uxy+2uyy-2ux+4uy=0,
7. Определить тип уравнения с частными производными:

а) 2uyy-uxy+3ux-u=0,

б) 4(uxx+uyy)-uxy+2(ux+uy)=0,
8. Определить тип уравнения с частными производными:

а) 2uyy-uxy+3ux-u=0,

б) 4(uxx+uyy)-uxy+2(ux+uy)=0,
9. Найти область на плоскости в которых уравнение (y2+1)uxx- x(uxy+uyy)+y(ux+uy)=0 имеет гиперболический тип.
10. Найти область на плоскости в которых уравнение x3uxx+2xyuxy+y(1+x)uyy- u=0 имеет эллиптический тип.
11. Найти область на плоскости в которых уравнение

(y2+1)2uxx+4(y2+1)uxy+(|x|+|x-4|)uyy-uy=0 имеет параболический тип.
12. Найти область на плоскости в которых уравнение x2uxx+2xyuxy+y2uyy-u=0 имеет параболический тип.
13. Решить краевую задачу y''-y=ex, y'(0)=y'(1)=0.
14. Решить краевую задачу y''-4y=x, y'(0)=y(2)=0.
15. Решить краевую задачу y''+y=ex, y(0)=y[pic]=0.
16. Решить краевую задачу 4y''+y=cosx, y(-?)=y'(?)=0.
17. Решить краевую задачу y''+?y=0, ?=1, y'(0)=1, y'(?)=0.
18. Решить краевую задачу y''-4y=4x, y'(0)= -1, y(1)=1.
19. Проверить, являются ли функции y1=cos[pic]x и y2=cos?x собственными функциями задачи Штурма-Лиувилля y''+?y=0, y'(0)=y'(6)=0. Найти соответствующие собственные значения, если они существуют.
20. Проверить, являются ли функции y1=cos2x и y2=cosx собственными функциями задачи Штурма-Лиувилля y''+?y=0, y'(0)=y'[pic]=0. Найти соответствующие собственные значения, если они существуют.
21. Решить задачу Штрума-Лиувилля y''+?y=0, y(0)=y(?)=0.
22. Решить задачу Штрума-Лиувилля y''+?y=0, y'(0)=y(?)=0.

Экзаменационный билет по предмету

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Билет № 1

Какой общий вид имеют линейные уравнения с частными производными первого и второго порядков с двумя независимыми переменными?
Что называется фундаментальным решением уравнения теплопроводности? Каковы его свойства и физический смысл?
Проверить, являются ли функции u1=x+y2 и u2=e2xy решениями уравнения uxx+uyy-2ux=0.
Решить краевую задачу y''+9y=ex, y(0)=[pic], y[pic]=[pic].

Зав. кафедрой

--------------------------------------------------

Экзаменационный билет по предмету

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Билет № 2

1) Какой вид имеют вторая и третья краевые задачи для уравнения теплопроводности?
Как формулируется задача Коши для уравнения теплопроводности? Запишите, в каком виде ищут решение задачи методом Фурье.
Определить типы уравнения с частными производными:

а) 5uxx+2uxy-uyy=0,

б) 2uxx+3uxy+4uyy=0,

в) uxx+2uxy+uyy=0.
Решить краевую задачу y''-4y=e2x, y(0)=y'(2)=0.

Зав. кафедрой

--------------------------------------------------

Экзаменационный билет по предмету

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Билет № 3

2) Какой вид имеют уравнение Лапласа и уравнение Пуассона? Сформулируйте задачи, приводящие к этим уравнениям.
Запишите интегральную формулу Пуассона для круга и для полуплоскости.
Являются ли функции ?(x)=cos3x и ?(x)=sin2x на отрезке [pic].
Решить задачу Штурма-Лиувилля y''+?y=0, y(0)=у'(2)=0.

Зав. кафедрой

--------------------------------------------------

Экзаменационный билет по предмету

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Билет № 4

3) Какая система функций называется ортогональной в интервале? Приведите примеры.
Как решается задача Коши для уравнения теплопроводности с помощью преобразования Фурье?
Проверить, являются ли функции u1=sinxsiny и u2=x2+y2-3xy решениями уравнения uxx-uyy=0.
Решить задачу Штурма-Лиувилля y''+?y=0, y'(0)=у(2)=0.

Зав. кафедрой

--------------------------------------------------

Экзаменационный билет по предмету

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Билет № 5

4) Какие условия называются граничными? Приведите примеры граничных условий для волнового уравнения.
Что называется интегралом Фурье? Запишите интеграл Фурье для четных и нечетных функций.
Определить типы уравнения с частными производными:

а) 2uxx-3uxy=0,

б) uxx-4uxy+5uyy=0,

в) 4uxx+8uxy+4uyy=0.
Проверить, являются ли функции y1=sin3?x и y2=cos[pic] собственными функциями задачи Штурма-Лиувилля y''+?y=0, y(0)=у'[pic]=0. Найти соответствующие собственные значения, если они существуют.

Зав. кафедрой

--------------------------------------------------

Экзаменационный билет по предмету

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Билет № 6

5) Какой вид имеет первая краевая задача для волнового уравнения?

Сформулируйте физическую задачу, приводящую к такой краевой задаче.
Как записывается решение смешанной задачи для волнового уравнения на полупрямой? Изобразите фазовую плоскость для этой задачи.
Определить типы уравнения с частными производными:

а) uxx+2uxy+uyy=0,

б) 3uxy+4uyy=0,

в) 3uxx+2uxy+uyy=0.
Решить краевую задачу y''+4y=cosx, y(0)=y[pic]=0.

Зав. кафедрой

--------------------------------------------------

Экзаменационный билет по предмету

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Билет № 7

6) Какое начальное условие задается для уравнения теплопроводности?

Сформулируйте его физический смысл.
Как записать систему двух линейных уравнений с частными производными первого порядка в матричном виде?
Являются ли функции ?(x)=sin[pic]?x и ?(x)=sin[pic]?x на отрезке [0,1].
Решить краевую задачу y''+?2y=?2x, y(0)=2, y'[pic]=1.

Зав. кафедрой

--------------------------------------------------

Экзаменационный билет по предмету

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Билет № 8

7) Сформулируйте свойства линейных однородных дифференциальных уравнений.
Что называется логарифмическим потенциалом простого слоя? Какие задачи можно решать с помощью этого потенциала?
Найти и нарисовать область на плоскости (x,y), в которой уравнение yuxx+2xuxy-uyy=0 имеет гиперболический тип.
Решить краевую задачу y''+?2y=?2x, y(0)=0, y'(2)=2.

Зав. кафедрой

--------------------------------------------------

Экзаменационный билет по предмету

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Билет № 9

8) Сформулируйте задачи Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа на плоскости.
Какой вид имеет ядро Пуассона для полуплоскости? Перечислите его свойства.
Определить типы уравнения с частными производными:

а) uxx+4uxy+4uyy=0,

б) uxx-3uxy-4uyy=0,

в) 2uxx+5uxy+4uyy=0.
Решить краевую задачу y''-4y=2, y(0)= -[pic], y(2)=2.

Зав. кафедрой

--------------------------------------------------

Экзаменационный билет по предмету

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Билет № 10

9) Какой вид имеют вторая и третья краевые задачи для волнового уравнения?
В чем заключается принцип максимума для гармонических функций?
Являются ли функции ?(x)=cos4x и ?(x)=cos6x на отрезке [pic].
Решить задачу Штурма-Лиувилля y''+?y=0, y'(0)=у'(2)=0.

Зав. кафедрой

--------------------------------------------------

Экзаменационный билет по предмету

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Билет № 11

10) Какой вид имеют ряды Фурье четных и нечетных функций. Приведите формулы коэффициентов Фурье в каждом из этих случаев.
Какой вид имеет общее решение уравнения теплопроводности на бесконечной прямой?
Найти и нарисовать область на плоскости (x,y), в которой уравнение

2uxx+yuxy-xuyy=0 имеет гиперболический тип.
Решить краевую задачу y''+y=cos2x, y'(0)=1, y'[pic]=1.

Зав. кафедрой

--------------------------------------------------

Экзаменационный билет по предмету

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Билет № 12

11) Что называется задачей Коши? Сформулируйте задачу Коши для волнового уравнения.
Какой вид имеет неравенство Харнака на плоскости?
Найти и нарисовать область на плоскости (x,y), в которой уравнение uxx+2yuxy+(x2-1)uyy=0 имеет гиперболический тип.
Решить краевую задачу y''+y=sin2x, y'(0)= -1, y'[pic]=0.

Зав. кафедрой

--------------------------------------------------

Экзаменационный билет по предмету

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Билет № 13

12) Сформулируйте задачу Штурма-Лиувилля с краевыми условиями первого, второго и третьего родов.
Какой вид имеет формула Пуассона для уравнения теплопроводности? Запишите общее решение уравнения теплопроводности в виде интеграла Фурье.
Найти и нарисовать область на плоскости (x,y), в которой уравнение yuxx+2xuxy+uyy=0 имеет гиперболический тип.
Решить задачу Штурма-Лиувилля y''+?y=0, y'(0)=у(1)=0.

Зав. кафедрой

--------------------------------------------------

Экзаменационный билет по предмету

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Билет № 14

13) Какие граничные условия называются однородными? Приведите примеры однородных граничных условий для уравнения теплопроводности.
Какой вид имеет ядро Пуассона для внешности круга? Перечислите его свойства.
Найти и нарисовать область на плоскости (x,y), в которой уравнение

(y2+1)uxx+xuxy+uyy=0 имеет эллиптический тип.
Решить краевую задачу y''+4y=ex, y(0)=[pic], y[pic]=0.

Зав. кафедрой

--------------------------------------------------

Экзаменационный билет по предмету

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Билет № 15

14) В каком виде ищут частные решения уравнения теплопроводности методом

Фурье? Приведите примеры частных решений для одномерного уравнения теплопроводности.
Какой вид имеет функция Грина для круга? Что изменится, если рассматривается шар?
Проверить, являются ли функции u1=2xy+5x-3y и u2=5(x2-y2) решениями уравнения uxx+uyy=0.
Решить задачу Штурма-Лиувилля y''+?y=0, y(0)=у(2?)=0.

Зав. кафедрой

--------------------------------------------------

Экзаменационный билет по предмету

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Билет № 16

15) Какие дифференциальные уравнения называются линейными? Приведите примеры линейных уравнений.
Что называется стоячими волнами? В каком случае возникают стоячие волны?
Найти и нарисовать область на плоскости (x,y), в которой уравнение uxx+xuxy- yuyy=0 имеет эллиптический тип.
Решить краевую задачу y''-4y=4x, y(0)=0, y'(1)=1.

Зав. кафедрой

--------------------------------------------------

Экзаменационный билет по предмету

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Билет № 17

16) Сформулируйте теорему Стеклова о разложении функций в ряде Фурье.
Какие задачи математической физики называются корректными? Приведите примеры корректно поставленных задач.
Проверить, являются ли функции u1=3x+4y-5 и u2=1+e4x решениями уравнения uxx+4xy+3uy-4ux=0.
Решить краевую задачу y''-[pic]y=x, y(0)=y(3)=0.

Зав. кафедрой

--------------------------------------------------

Экзаменационный билет по предмету

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Билет № 18

17) Сформулируйте теорему Дирихле о разложении функции в ряд Фурье.
Какими свойствами обладает преобразование Фурье? Как доказать свойство линейности преобразования Фурье?
Являются ли функции ?(x)=cos3?x и ?(x)=cos5?x на отрезке [pic].
Проверить, являются ли функции y1=cos3?x и y2=cos6?x собственными функциями задачи Штурма-Лиувилля y''+?y=0, y'(0)=у'[pic]=0. Найти соответствующие собственные значения, если они существуют.

Зав. кафедрой

--------------------------------------------------

Экзаменационный билет по предмету

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Билет № 19

18) Какой вид имеет (одномерное) волновое уравнение? Сформулируйте задачу, приводящую к этому уравнению.
Что называется объемным потенциалом? Какие задачи можно решать с помощью объемного потенциала?
Проверить, являются ли функции u1=2(x2+y2)+3z и u2=2x2+y2+z2 решениями уравнения ?u=8.
Проверить, являются ли функции y1=sin?x и y2=sin2?x собственными функциями задачи Штурма-Лиувилля y''+?y=0, y(0)=у'[pic]=0. Найти соответствующие собственные значения, если они существуют.

Зав. кафедрой

--------------------------------------------------

Экзаменационный билет по предмету

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Билет № 20

19) Какой вид имеют граничные условия первого рода для уравнения теплопроводности? Сформулируйте их физический смысл.
Что называется потенциалом двойного слоя? Какие задачи можно решать с помощью потенциала двойного слоя?
Найти и нарисовать область на плоскости (x,y), в которой уравнение uxx+xuxy+yuyy=0 имеет эллиптический тип.
Решить краевую задачу y''+?2y=?2x, y'(0)=1, y(1)=1.

Зав. кафедрой

--------------------------------------------------

Экзаменационный билет по предмету

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Билет № 21

20) Какой вид имеет уравнение теплопроводности в пространстве?

Сформулируйте задачу, приводящую к этому уравнению.
Как формулируется теорема о среднем для гармонических функций в пространстве?
Проверить, являются ли функции u1=ln(x-y) и u2=ex+y решениями уравнения uxx- uyy=0.
Проверить, являются ли функции y1=sin[pic] и y2=sin2x собственными функциями задачи Штурма-Лиувилля y''+?y=0, y(0)=у(4?)=0. Найти соответствующие собственные значения, если они существуют.

Зав. кафедрой

--------------------------------------------------

Экзаменационный билет по предмету

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Билет № 22

21) Какие условия называются начальными? Сформулируйте начальные условия для волнового уравнения.
Что называется потенциалом простого слоя? Какие задачи можно решать с помощью потенциала простого слоя?
Проверить, являются ли функции u1=exsiny и u2=y2-2x-2 решениями уравнения uyy+ux=0.
Решить задачу Штурма-Лиувилля y''+?y=0, y(0)=у(2)=0.

Зав. кафедрой

--------------------------------------------------

Экзаменационный билет по предмету

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Билет № 23

22) Какие начальные условия задаются для уравнения колебаний струны?

Сформулируйте их физический смысл.
Какой вид имеет функция Грина для полуплоскости? Что изменится, если рассматривать полупространство?
Определить типы уравнения с частными производными:

а) 4uxx-uyy=0,

б) 3uxx+2uxy+5uyy=0,

в) 2uxx-4uxy+2uyy=0.
Решить краевую задачу y''+?2y=x, y(0)=1, y'(2)=[pic].

Зав. кафедрой

--------------------------------------------------

Экзаменационный билет по предмету

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Билет № 24

23) Сформулируйте основную идею метода Фурье. В каком виде ищут частные решения волнового уравнения методом Фурье?
Какой вид имеет ядро Пуассона для круга? Перечислите его свойства.
Найти и нарисовать область на плоскости (x,y), в которой уравнение (y2-

1)uxx-2xuxy+uyy=0 имеет эллиптический тип.
Решить краевую задачу y''+[pic]y=x, y(0)=y[pic]=0.

Зав. кафедрой

--------------------------------------------------

Экзаменационный билет по предмету

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Билет № 25

24) Какой вид имеют однородные граничные условия второго рода для уравнения теплопроводности? Сформулируйте их физический смысл.
Какой вид имеет линейное уравнение с частными производными первого порядка после характеристической замены переменных? Каково его общее решение?
Определить типы уравнения с частными производными:

а) 3uxx+4uyy=0,

б) uxx+6uxy+9uyy=0,

в) 3uxx-4uxy+4uyy=0.
Проверить, являются ли функции y1=cos[pic]x и y2=cos[pic] собственными функциями задачи Штурма-Лиувилля y''+?y=0, y'(0)=у[pic]=0. Найти соответствующие собственные значения, если они существуют.

Зав. кафедрой

--------------------------------------------------

Экзаменационный билет по предмету

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Билет № 26

25) В каком виде ищут частные решения уравнения колебаний струны методом

Фурье? Приведите примеры частных решений.
Как получить решение задачи Коши для волнового уравнения с помощью преобразования Фурье?
Найти и нарисовать область на плоскости (x,y), в которой уравнение xuxx+2yuxy+uyy=0 имеет эллиптический тип.
Решить задачу Штурма-Лиувилля y''+?y=0, y'(0)=у(2?)=0.

Зав. кафедрой

--------------------------------------------------

Экзаменационный билет по предмету

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Билет № 27

26) Сформулируйте третью краевую задачу для уравнения Лапласа и Пуассона.
Как решается смешанная задача для уравнения теплопроводности на полупрямой с помощью преобразования Фурье?
Определить типы уравнения с частными производными:

а) uxx+2uxy+3uyy=0,

б) uxx-uyy=0,

в) 4uxx+8uxy+4uyy=0.
Решить задачу Штурма-Лиувилля y''+?y=0, y(0)=у'(2?)=0.

Зав. кафедрой

--------------------------------------------------

Экзаменационный билет по предмету

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Билет № 28

27) Что называется краевой задачей для дифференциального уравнения?

Приведите примеры краевой задачи для волнового уравнения.
Что называется логарифмическим потенциалом двойного слоя? Какие задачи можно решать с помощью этого потенциала?
Найти и нарисовать область на плоскости (x,y), в которой уравнение xuxx- yuxy+uyy=0 имеет гиперболический тип.
Решить задачу Штурма-Лиувилля y''+?y=0, y(0)=у'(?)=0.

Зав. кафедрой

--------------------------------------------------

Экзаменационный билет по предмету

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Билет № 29

28) Какую классификацию имеют линейные уравнения с частными производными второго порядка с двумя независимыми переменными? Приведите примеры.
Что называется логарифмическим потенциалом площади? Какие задачи можно решать с помощью потенциала площади?
Проверить, являются ли функции u1=5(x+y)+2(x-y)2 и u2=5xy+3x-4 решениями уравнения uxx-uyy=0.
Решить задачу Штурма-Лиувилля y''+?y=0, y(0)=у'(1)=0.

Зав. кафедрой

--------------------------------------------------

Экзаменационный билет по предмету

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Билет № 30

29) Какие условия называются граничными? Приведите примеры граничных условий для уравнения теплопроводности.
Что называется характеристиками линейного уравнения с частными производными первого порядка? Каковы дифференциальные уравнения характеристик?
Являются ли функции ?(x)=cos3?x и ?(x)=cos?x на отрезке [0,1].
Проверить, являются ли функции y1=sin3x и y2=cos4x собственными функциями задачи Штурма-Лиувилля y''+?y=0, y'(0)=у'[pic]=0. Найти соответствующие собственные значения, если они существуют.

Зав. кафедрой

--------------------------------------------------

Экзаменационный билет по предмету

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Билет № 31

30) Какой вид имеют условия Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа?
Какой вид имеет уравнение теплопроводности после преобразования Фурье?

Каково его общее решение?
Определить типы уравнения с частными производными:

а) 2uxx+5uyy=0,

б) uxx+8uxy+16uyy=0,

в) 3uxx+uxy-2uyy=0.
Проверить, являются ли функции y1=cos?x и y2=sin[pic] собственными функциями задачи Штурма-Лиувилля y''+?y=0, y'(0)=у'(2)=0. Найти соответствующие собственные значения, если они существуют.

Зав. кафедрой

--------------------------------------------------

Экзаменационный билет по предмету

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Билет № 32

31) Сформулируйте три основных типа граничных условий для волнового уравнения.
Какие характеристики имеет волновое уравнение? Каковы дифференциальные уравнения характеристик?
Определить типы уравнения с частными производными:

а) uxx+3uxy-4uyy=0,

б) 2uxx-uxy+uyy=0,

в) [pic]uxx-uxy+[pic]uyy=0.
Решить краевую задачу y''-9y=3x, y'(0)= -[pic], y(1)=[pic].

Зав. кафедрой

--------------------------------------------------

Экзаменационный билет по предмету

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Билет № 33

32) Какая задача называется задачей Штурма-Лиувилля?
Какое общее решение имеет система двух линейных уравнений с частными производными первого порядка в случае различных собственных значений матрицы коэффициентов?
Проверить, являются ли функции u1=sin5xcosy и u2=25x2+y2+25xy решениями уравнения uxx-25uyy=0.
Проверить, являются ли функции y1=sin[pic]x и y2=sin[pic]x собственными функциями задачи Штурма-Лиувилля y''+?y=0, y(0)=у(3)=0. Найти соответствующие собственные значения, если они существуют.

Зав. кафедрой

--------------------------------------------------

Экзаменационный билет по предмету

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Билет № 34

33) Сформулируйте определение тригонометрического ряда Фурье. Приведите формулы коэффициентов Фурье.
Запишите формулу Грина для функций двух переменных. Какой вид примет формула Грина для гармонических функций?
Проверить, являются ли функции u1=3xy+4и u2=[pic]-2 решениями уравнения

[pic]uxx+ux+uyy-[pic]uy=0.
Решить задачу Штурма-Лиувилля y''+?y=0, y'(0)=у'(?)=0.

Зав. кафедрой

--------------------------------------------------

Экзаменационный билет по предмету

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Билет № 35

34) Какой вид имеют граничные условия второго рода для уравнения колебаний струны? Сформулируйте их физический смысл.
Как формулируется теорема Лиувилля? Приведите ее доказательство.
Найти и нарисовать область на плоскости (x,y), в которой уравнение 2uxx- yuxy-xuyy=0 имеет эллиптический тип.
Решить задачу Штурма-Лиувилля y''+?y=0, y'(0)=у'(2?)=0.

Зав. кафедрой

--------------------------------------------------