**Элементы дифференциального и интегрального исчисления в книге П. Я. Гамалеи "Вышняя теория морского искусства"**

О. А. Саввина

Данное исследование подготовлено в преддверии 200-летия выхода в свет второго тома книги П. Я. Гамалеи "Вышняя теория морского искусства", содержащего начальные основания вышних вычислений, с приложениями оных к криволинейной геометрии и к навигации( СПб., 1802г.).

Этот объемистый труд любопытен во многих аспектах. Он представляет интерес как в научном историко-математическом плане, так и в историко-методическом. Но прежде всего интересна личность самого автора, поэтому хотелось бы сказать о нем несколько слов.

Платон Яковлевич Гамалея (29 ноября 1766 - 1 июля 1817) - профессиональный моряк, даровитый математик и далеко не заурядный педагог. Большая часть жизни Платона Яковлевича была связана с Морским кадетским корпусом. В 13 лет он поступил в это учебное заведение, а уже с 16 лет плавал в эскадре вице-адмирала Чичагова. (По принятому тогда в корпусе положению всех гардемаринов (воспитанников выпускного класса) предписывалось направлять на боевые корабли различных эскадр). Затем Гамалея неоднократно выходил в море и участвовал в разных сражениях, причем не всегда удачно. Пишут, что однажды он даже попал в плен.

С 1793 г. Платон Яковлевич преподает в корпусе морскую практику, эволюцию и теорию морского искусства, а с 1795 г. назначается на должность инспектора классов. В обязанности инспектора входило контролировать и оказывать помощь преподавателям. Учебный процесс в это время был поставлен в корпусе не лучшим образом (После пожара 1771 г. воспитанники переехали в Кронштадт, а преподаватели отказывались ездить туда ежедневно из Петербурга, и это не могло не сказаться на подготовке кадетов, которая стала стремительно ухудшаться).

И Платон Яковлевич принялся за переустройство. В первую очередь новый инспектор обновил состав преподавателей. Старых отправил на пенсию, а для молодых организовал своеобразный "курс переподготовки" (как сейчас бы назвали - "курсы повышения квалификации"), который состоял из курса лекций. Для чтения лекций он приглашал лучших профессоров и преподавателей других столичных кадетских корпусов и Академии наук. Много внимания он уделял и воспитательным вопросам. "Гамалея стремился возбудить в воспитанниках чувство лидерства, желание заниматься как можно лучше, добиваться высших результатов в учебе и дисциплине. Отличники в классах пользовались авторитетом, а главное, - уважением товарищей, которые величали их по имени-отчеству и по существовавшей тогда традиции называли "зейманами" (от английского "seaman" - моряк). Юноши гордились этим своим неофициальным званием. "Зейманы" были первыми помощниками преподавателей, занимались с товарищами, объясняли трудные темы, примеры и задачи"[1. С. 50].

Однако исследователи тут же замечают, что основное внимание инспектора было сосредоточено лишь на математических и специальных предметах: "Платон Яковлевич Гамалея приложил немало сил, чтобы вернуть Морскому кадетскому корпусу былую славу, но, уделяя слишком много внимания математическим и специальным учебным дисциплинам, упускал из виду другие науки, и в преподавании их не удалось достичь тех вершин, которыми славилось раньше это военно-учебное заведение" [1. С. 50].

В 1806 г. на выпуске воспитанников корпуса Гамалея произнес свою знаменитую речь: "Речь о науках вообще, о пользе их и о способе упражняться в оных", которая "представляла собой красноречивый панегирик науке вообще, в том числе и математике". В этой речи он, между прочим, указывал на необходимость соединять изучение науки с ее историей.

Но самую большую известность ученый получил за издание своей многотомной энциклопедии "Вышняя теория морского искусства". "П. Я. Гамалея тщательно изучил все, что было интересного и нового в организации учебно-воспитательного процесса как в русских кадетских корпусах, так и в военно-учебных заведениях Франции и Англии, и на этой основе с учетом морской специфики написал полный "Морской курс" (такого в ту пору не было ни в одной стране мира) [1. С.49]. Стоит при этом заметить, что в конце XVIII века С. Е. Гурьев перевел курс Безу "Навигационные или мореходные исследования", содержание и объем которого несколько уступали энциклопедии Гамалеи.

В первом томе сочинения содержатся "начальные основания алгебры, с приложениями оной геометрии", во втором - "начальные основания вышних вычислений, с приложением оных к криволинейной геометрии и к навигации", следующие тома посвящены "начальным основаниям механики" и "теории кораблестроения и кораблеправления". Итак, для вопросов высшей математики Гамалея отводит целый том и считает, что он должен предшествовать изучению физики и специальных вопросов. А это лишний раз подтверждает, какое большое значение автор придавал разделам дифференциального и интегрального исчислений.

Некоторое общее представление о содержании второго тома можно получить из оглавления, поэтому приведем его:

**Предварительные понятия**

Начальные основания дифференциального вычисления.

О дифференциалах алгебраических функций.

О дифференциалах логарифмических и неопределенно степенных количеств.

О дифференциалах тригонометрических линий.

О дифференциалах вышних чинов.

Приложение дифференциального вычисления к теории кривых линий, и во-первых, о касательных.

О кратных точках.

О радиусах кривизны, точках изгиба и возврата.

Приложение дифференциального вычисления к изысканию максимумов и минимумов, то есть наибольших и наименьших величин.

Точнейшее исследование способа максимумов и минимумов.

Начальные основания интегрального вычисления.

О дифференциальных функциях, содержащих одно переменное количество и имеющих точные интегралы.

Способ сыскивать приближенные интегралы посредством строк и приложение сего способа к вычислению логарифмов.

Положение приближенного способа интеграции к кругу.

Приложение интегрального вычисления к квадратуре кривых линий.

Приложение интегрального вычисления к изысканию длины кривых линий.

Приложение интегрального вычисления к квадратуре кривых поверхностей.

Приложение интегрального вычисления к измерению толстот тел.

Способ приводить интеграцию одной дифференциальной функции к другой, которой интеграл уже известен.

О интеграции соизмеримых дифференциальных дробей.

О приведении коренных функций в соизмеримые дроби.

О интегралах логарифмических и неопределенно-степенных количеств.

О интегралах функций, содержащих тригонометрические линии.

О интегралах дифференциальных функций, содержащих два или большее число переменных количеств.

О дифференциальных уравнениях первого чина.

О дифференциальных уравнениях вышних чинов.

О обратном способе касательных.

Приложение интегрального вычисления к составлению меркаторских карт и к счислению пути корабля.

Остановимся теперь несколько подробнее на некоторых, на наш взгляд, любопытных моментах второго тома.

В первом разделе "Предварительные понятия" поясняются вопросы:

1) Предмет вышних вычислений: "Изыскивать отношения между изменениями количеств и от оных восходить до отношений, кои между самими количествами пребывают, есть предмет, так называемой, вышней алгебры или вышних вычислений" [2. С.2].

2) Понятия постоянного и переменного количеств: "Постоянные всегда сохраняют одинаковую величину, между тем как переменные беспрерывно увеличиваются или уменьшаются" [2. С.2]. Замечания по поводу обозначения переменных и постоянных количеств и сегодня представляются весьма полезными: "Постоянные количества означаются обыкновенно первыми буквами a, b, c и пр. Переменные же последними x, y, z и пр." [2. С.3].

3) Бесконечно великое и бесконечно малое количества "в рассуждении другого".

4) Бесконечно малые и бесконечно великие разных степеней и чинов.

Далее дается важное правило о том, "как поступать в вычислениях с бесконечными количествами", которое потом будет неоднократно применяться при вычислении дифференциалов: "Дабы в вычислениях действовать согласно с понятием, какое мы теперь дали о бесконечных количествах, должно в алгебраическом выражении, заключающем бесконечно великое количество, оставлять только члены, содержащие самую вышнюю степень сего количества, все же прочие члены, где оно в нижних степенях находится или вовсе не входит, уничтожить должно.

Напротив того, в выражении, заключающем бесконечно малое количество, должно оставлять токмо члены, содержащие окончаемыя количества ; а буде сих нет, то те, в коих бесконечно малое в самой нижней степени находится; все же прочие члены, содержащие бесконечно малые вышних чинов, уничтожать должно" [2. С.7-8].

После примера на применение этого правила делается попытка объяснения правильности выполненных операций. Для этого Гамалея использует не только теоретические рассуждения, но и для убедительности приводит пример.

В этом же разделе дается определение функции: "Всякое выражение, содержащее одно или многие переменные количества, сочетанные каким бы то ни было образом, взаимно и с постоянными количествами, называется функция или объятие оных переменных количеств". Далее разъясняется, как следует классифицировать функции на алгебраические и трансцендентные.

И, наконец, говорится о том, что представляет собой метод вышних вычислений: "Предмет вышних вычислений есть двоякий; и потому они на две части разделяются. Первая часть научает познавать изменения переменных количеств или снисходить от количеств к их стихиям; сия часть называется дифференциальное вычисление.

Вторая часть, удовлетворяющая предмету, как находить количества по их изменениям или от стихий количеств восходить к самим количествам, называется интегральное вычисление" [2. С.15-16].

В разделе "Начальные основания дифференциального исчисления" традиционно для этого периода (начиная с работ Лейбница) основным понятием выступает не производная, а дифференциал, который определяется как бесконечно малое изменение количества.

С помощью определения дифференциала и правила уничтожения бесконечно малых выводятся правила для отыскания дифференциала суммы, произведения, частного. Потом следует правило 4, которое указывает, как находить дифференциал степени. Напомним, что у Котельникова порядок иной: сначала излагаются правила отыскания дифференциала степенной функции, суммы и произведения, с помощью которых строится вывод дифференциала частного.

Для доказательства правила, кроме указанных выше приемов, используется формула бинома Ньютона для (x+dx)m. После чего приводятся 12 примеров отыскания дифференциалов от разных функций. Причем среди функций встречаются и сложные, например, x3(a+bx2)2/3 и т.п. Ни понятие сложной функции, ни, тем более, правило для отыскания дифференциала от сложной функции в общем случае не поясняется. А для конкретных примеров предполагается очевидным.

В главе "О дифференциалах логарифмических и неопределенно-степенных количеств" в основном из геометрических соображений выводится дифференциал натурального логарифма, разбирается много примеров. А в заключение приводится весьма удобное правило логарифмического дифференцирования.

Поясняя смысл понятия дифференциалов вышних чинов, автор предостерегает от ошибки смешения двух выражений: d2x и dx2, от которой и сегодня полезно было бы предупредить начинающих.

Автор знакомит читателя и с широкими применениями дифференциального исчисления к геометрии (касательные, подкасательные и поднормали параболы, эллипса, логарифмики, гипербол и т.п.) и отысканию наибольших и наименьших величин [2. С.42-128].

Раздел "Начальные основания интегрального вычисления" начинается с того, что в очередной раз уточняется смысл термина "интегральное исчисление", причем поясняется, что: "Нет ни единой окончаемой функции, которой бы нельзя было взять дифференциала; напротив того, находятся премногие дифференциальные функции, коих интегралов сыскать невозможно: иных потому, что они не полные дифференциалы и что ни от какой дифференциации произойти не могут; таковы суть ydx, xdy-ydx и пр. других по той причине, что они весьма сложны и что не найден еще способ их интегрировать" [2. С.129-130]. Таким образом в то время автор решил вопрос о существовании, который получил точное разъяснение лишь в XIX веке.

В примерах на вычисление интегралов Гамалея широко пользуется способом подстановки, знакомит со способами интегрирования биномиальных дифференциалов, тригонометрических выражений и т.п.

Приложения интегрального исчисления опять занимают значительную часть раздела. Здесь рассматриваются вопросы об отыскании площадей фигур, ограниченных разными кривыми: параболой, окружностью, циклоидой, логарифмикой, гиперболой и т.п. А также изучаются вопросы о вычислении длины дуги (кубической параболы, циклоиды, конической параболы и т.д.) и площади поверхности (шара, эллипсоида). Но самой любопытной представляется последняя глава, в которой описывается приложение интегрального вычисления к составлению меркаторских карт и к счислению пути корабля. Дифференциальное и интегральное исчисление автор использует для вывода формулы "возрастающей широты", которая получается при искажении изображения земного шара на плоскости карты. Свои результаты Гамалея приводит сначала из предположения, что земля есть земной шар, но затем уточняет все вычисления "в рассуждении истинной фигуры земли, которая есть сжатый на полях эллипсоид". Несмотря на то, что для вычисления используется весьма несложный аппарат интегрального исчисления (в основном интегралы типа.



и т.п.), важен сам факт иллюстрации применения высшей математики к морскому делу.

Книга является доказательством достаточно высокого научного уровня содержания математического образования в военно-учебных заведениях на рубеже XVIII и XIX веков, в том числе и высокого уровня математической подготовки самих преподавателей. По сравнению с другими учебными руководствами отечественных математиков на русском языке (С.К. Котельников; П.И. Гиларовский и др.) работа П.Я. Гамалеи отличается большим объемом, глубиной изложения и оригинальностью приложений. Нет также сомнения и в том, что Гамалея при написании работы использовал труды Эйлера.

Таким образом, если в научном (математическом) плане некоторые высказывания автора сегодня представляются слегка наивными (определения функции, бесконечно малой и бесконечно большой; решение вопроса о существовании интеграла и т.п.), то в методическом плане, бесспорно, данная книга представляет собой весьма ценный материал. Многие методические заметки автора и сегодня представляются интересными. Кроме того, с помощью этой книги читатель сможет определить круг вопросов, изучаемых молодыми людьми в военно-учебных заведениях конца XIX - начала XX века. А поскольку программ по отдельным предметам тогда не было, то учебные руководства, по сути, являются единственными источниками, по которым мы можем судить об объеме, содержании и методах изложения вопросов высшей математики в учебных заведениях конца XVIII - начала XIX вв.

**Список литературы**

Галушко Ю. А., Колесников А. А. Школа российского офицерства. Исторический справочник. М.: Информационно-издательское агентство "Русский мир", 1993. 222 с.

Гамалея П. Я. Вышняя теория морского искусства. СПб., 1801-1808. Часть вторая, содержащая основания вышних вычислений, с приложением оных к криволинейной геометрии и к навигации. СПб.: Типография Морского кадетского корпуса, 1802.

Гамалея П. Я. //Брокгауз Ф. А., Ефрон И. А. Энциклопедический словарь. СПб., 1892. Т.15, С.53

Юшкевич А.П. История математики в России до 1917 г. М., 1968.