**ЭТАПЫ РАЗВИТИЯ ЛОГИКИ КАК НАУКИ И ОСНОВНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ СОВРЕМЕННОЙ СИМВОЛИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ  
§ 1. Краткие сведения из истории классической и неклассических логик  
§ 2. Развитие логики в связи с проблемой обоснования математики  
§ 3. Интуиционистская логика  
§ 4. Конструктивные логики  
§ 5. Многозначные логики  
§ 6. Законы исключенного третьего и непротиворечия в неклассических логиках (многозначных, интуиционистской, конструктивных)  
§ 7. Модальные логики  
§ 8. Положительные логики   
§ 9. Паранепротиворечивая логика**

**§ 1. Краткие сведения из истории классической и неклассических логик**

Первоначально логика зародилась и развивалась в недрах фи­лософии - единой науки, которая объединяла всю совокупность знаний об объективном мире и о самом человеке и его мышлении. На этом этапе исторического развития логика имела преимущест­венно онтологический характер, т. е. отождествляла законы мыш­ления с законами бытия.

Вначале законы и формы правильного мышления изучались в рамках ораторского искусства — одного из средств воздействия на умы людей, убеждения их в целесообразности того или иного по­ведения. Так было в Древней Индии, Древнем Китае, Древней Греции, Древнем Риме, средневековой России. Но в искусстве кра­сноречия логический момент выступает еще как подчиненный, поскольку логические приемы служат не столько цели достиже­ния истины, сколько цели убеждения аудитории.

развитие логической науки на протяжении ряда столетий про­текало по двум руслам, обособленным и не связанным между собой. Одно из этих течений логики начиналось в Древней Гре­ции (в особенности логика Аристотеля). На его основе развива­лась логика в Древнем Рим, затем в Византии, Грузии, Армении, арабоязычных странах Ближнего Востока, Западной Европе и России. Другое направление имело своим истоком индийскую логику, на основе которой развивалась логика в Китае, Тибете, Монголии, Корее, Японии, Индонезии, на Цейлоне'.

**Логика в Древней Индии**

История логики Индии связана с развитием индийской фило­софии. Древнейший литературный памятник Индии - Веды (II-начало I тысячелетия до н.э.), а наиболее древняя ее часть - Ригведа. С целью разъяснения Вед появляются Упанишады, про­заические трактаты брахманов, в которых они развивают или комментируют многие философские мысли, содержащиеся в Ведах.

Индийский ученый Мадхава в своем сочинении “Обзор всех систем” (1350) насчитывает 16 школ древнеиндийской философии. На первом месте стоит материалистическая философская школа чарвака (основатели Брихаспати и его ученик Чарвака). К ней при­мыкала школа локаята. В основном материалистическими были рационалистические философские системы вайшешика (ее основа­тель получил прозвище Канада, что значит “пожиратель атомов”), ньяя (основатель школы ньяя - Гаутама) и джайнизм (основатель Вардхамана Махавира, получивший прозвище “Джина” - победи­тель). Материализм как философское направление исходит из того, что мир материален, существует объективно, что материя первич­на, существует вечно, а сознание, мышление - свойство материи.

Были в Древней Индии и идеалистические философские систе­мы, утверждающие первичность духа, сознания, мышления. Наиболее крупные из них: йога, миманса, веданта, буддизм.

Среди ведущих философских систем следует назвать также санкхью - систему дуалистическую, исходящую из признания равноправными двух начал - духа и материи, идеального и материального.

Диспуты между представителями различных философских школ способствовали развитию теории познания и логики. Но логика самостоятельно трактуется лишь школой ньяя, хотя еще не систематически, а в формах кратких афоризмов (сутр). Лишь начиная с Дигнаги (VI в.) индийская логика приобретает строй­ную и систематическую форму.

Индийская логика развивалась на протяжении двух тысячеле­тий, и история ее развития на мировом уровне еще до конца не изучена. Хотя библиография по индийской философии и логике огромна, единства во взглядах на ход ее развития не достигнуто.

В индийской логике много внимания уделяется теории умоза­ключения, которое в ней отождествляется с доказательством. Су­ществовавший первоначально взгляд, что силлогизм состоит из десяти суждений (членов), меняется. Развитие логики шло по пути сокращения членов силлогизма. Гаутама сократил их до пяти: 1) тезис, 2) основание, 3) пример, 4) применение и 5) вы­вод. Эта система силлогизма стала господствующей в индий­ской логике.

Особенностями индийской логики являются следующие:

1) оригинальное учение о пятичленном силлогизме, в кото­ром важна мысль о неразрывной связи дедукции и индукции;

2) суждение не признается самостоятельным актом мысли, а рассматривается как член умозаключения;

3) восприятие не есть нечто непосредственно данное, а заклю­чает в себе акт “суждения - умозаключения”. Иными словами, в основе наших восприятии лежит приобретенный нами опыт;

4) различение речи “в себе” (т. е. внутренней речи, являющей­ся формой процесса мышления, когда человек как бы ведет раз­говор с самим собой) и речи “для других” (т. е. внешней речи, когда происходит передача мыслей и общение людей в устной или письменной форме). Первая характеризуется более сокра­щенным способом мышления, чем вторая. Следует отметить, что европейская психология лишь в XX в. приступила к изучению этих видов речи и установлению различий между ними.

В сжатой форме системы индийской логики (“старая” ньяя, буддийская логика, “новая” нъяя) изложены в двухтомной “Ин­дийской философии” С. Радхакришнана.

Одним из наиболее полных систематических изложений основ индийской логики навья-ньяя на Западе является работа видного американского индолога, профессора Гарвардского университета Д. Г. X. Инголлса1.

Навья-ньяя (“новый метод”, “новая логика”) - единственная завершенная система логики, возникшая вне пределов европей­ской культуры. Основоположником школы считается автор тра­ктата “Таттва-чин-тамани” Гангша (ХII-ХIII вв.). В этой школе логика становится самостоятельной наукой, выступает методом и инструментом познания. Однако восходящая к древней тради­ции громоздкая система категорий, несоблюдение различия ме­жду абстрактным выводом и конкретным примером вывода го­ворят о том, что эта логика не лишена недостатков. Во многом их преодолевает поздняя, или радикальная, школа навья-ньяя, основанная Рагхунатхой.

Знакомя с главными понятиями, теорией и методами малоиз­вестной за пределами Индии логики навья-ньяя, с крупнейши­ми представителями этой школы за период с XII по XVII в., Инголлс опирается на достижения современной ему символичес­кой логики.

Со времени своего возникновения и до 20-х гг. XX в. логика преимущественно развивалась в направлении формализации и каталогизирования правильных способов рассуждений в пределах двух значений истинности. Суждения могли быть либо ис­тинными, либо ложными. Такая *логика* именовалась *классичес­кой,* ибо восходила к древней традиции. Классическая логика -это первая ступень развития формальной логики.

С ходом истории логика поднимается на вторую, более высо­кую ступень развития. Сегодня она систематизирует формы мышления, применяя математические методы и специальный аппарат символов. Исследуя содержательное мышление с помо­щью исчислений, она идет по пути абстрагирования. Эта формальная логика носит название символической или математиче­ской, но является классической в том смысле, что по-прежнему оперирует двумя значениями истинности. Вместе с тем в современной математической логике развиваются и *неклассические логики,* которые оперируют либо бесконечным множеством зна­чений истинности, либо конструктивными (по сравнению с клас­сической логикой) методами доказательства истинности сужде­ний, либо модальными суждениями, либо исключают отрица­ния, имеющиеся в классической логике.

Д. Инголлс в своей книге отмечает, что формальная логика навья-ньяя отличалась высокой степенью абстракции. Ньяики ограничивались чисто лингвистическим анализом, всегда пытались вскрыть отношения между самими вещами. В некоторых отношениях, считает американский исследователь, навья-ньяя превосходит аристотелевскую логику. Ее создатели, например, имели понятие о конъюнкции, дизъюнкции и их отрицании, зна­ли следствие о классах из законов де Моргана. В школе навья-ньяя кванторы, т. е. логические термины, выраженные словами “все”, “некоторые”, “любые” и т. п., почти никогда не использо­вались, так как они выражались с помощью абстракции свойств и путем комбинирования отрицаний. В навья-ньяя анализирова­лись следующие проблемы: отношение “проникновения” (т. е. теория логического следования), проблема отрицательных вы­сказываний, способы образования сложных терминов и др.

Навья-ньяя так и не пришла к использованию символов. Хотя, по мнению Д. Инголлса, незнание представителями этой школы символов вряд ли справедливо считать недостатком. Ведь ни­кто, за исключением стоиков, не использовал в логике символов вплоть до XIX в. Вместо символов здесь была разработана сло­жная система клише, благодаря которой удавалось получить множество выражений. Д. Инголлс склонен видеть в логике рас­сматриваемой формальной логической системы зачатки ряда идей, получивших развитие в математической логике.

Древнеиндийская логика самобытна. Она возникла и развива­лась независимо от древнегреческой. С греческой философией и логикой Индия познакомилась лишь в результате похода Александра Македонского (356-323 до н. э.).

**Логика Древнего Китая**

Под логикой Древнего Китая, по утверждению Пань Шимо, принято понимать прежде всего логику периода Чуньцю и Чжаньго (722-221 до н. э.), когда появляется понятие “философская дис­куссия” и создается ситуация, известная как “соперничество ста школ”. Ученые исследуют теорию имен, понятий, вопросы об ис­кусстве спора (дискуссии). Такими мыслителями являлись: Дэн Си (ок. 545-501 до н. э.), Конфуций (551-501 до н. э.), Хуэй Ши (ок. 370-318 до н. э.), Гунсунь Лун (ок. 325-250 до н. э.), Мо-цзы (ок. 490-403 до н. э.), Сюнь-цзы (ок. 313-238 до н. э.), Хань Фей-цзы (ок. 280-233 до н. э.) и др1.

Пань Шимо так характеризует достижения различных школ того периода: “Усилиями школы имен (минцзя), школы законни­ков фацзя), конфуцианской школы (жуцзя) и особенно школы поздних моистов (моцзя) была создана более или менее целост­ная логическая концепция. В Древнем Китае большинство логи­ческих теорий было рассеяно по различным трактатам, посвящен­ным вопросам политики, философии, этики и естествознания. Поздние моисты обобщили достижения своих предшественни­ков, взяв при этом за основу учение Мо-цзы, и создали первый в истории китайской логики энциклопедический трактат “Мобянь” (Рассуждения Мо-цзы), называемый также “Мо-цзы”2.

Автор статьи “Логика Древнего Китая” дает концентрирован­ную интересную информацию о тех проблемах, которые разраба­тывались в логических теориях периода раннего Циня: 1) теория имени; 2) теория “цы” (высказываний); 3) теория “шо” (рассуж­дения) и “бянь” (спора)3; 4) об основных законах мышления. Пань Шимо отметил ряд особенностей логики Древнего Китая:

а) логические теории концентрировались вокруг основных понятий - “мин” (имени) и “цы” (предложения, высказывания);

б) развитие логики было тесно связано с языком того време­ни; не обращалось внимания на различие между логической при­родой “мин” и “цы” и их языковыми свойствами;

в) логика этого периода “обычно исходила из практических требований риторики (способы ведения спора) и познаватель­ного аспекта дискуссии... Логика Древнего Китая не смогла выработать строгих представлений о формах умозаключений и от­делить их от теории познания”', так как придавала чрезмерное значение содержательной стороне мышления и пренебрегала его формой;

г) логика в Древнем Китае находилась под сильным влия­нием различных политических доктрин и морально-этических концепций.

В результате обстоятельного анализа Пань Шимо сформулиро­вал следующий вывод: “Хотя логические концепции в Древнем Китае и сформулировались раньше, чем в Древней Греции, но после периода ранний Цинь они практически прекратили свое дальнейшее развитие. Это одна из причин того, что логика в Ки­тае не достигла той зрелости, которой она достигла на Западе”2.

**Логика в Древней Греции**

В Древней Греции логическую форму доказательства в виде цепи дедуктивных умозаключений мы встречаем в элейской шко­ле (у Парменида и Зенона). Гераклит Эфесский выступает с уче­нием о всеобщем движении и изменении. Борьба между элей­ской и гераклитовской философией в Древней Греции была борь­бой между метафизическим (рассматривающим явления в их не­изменности и независимости друг от друга) и диалектическим (когда явления действительности познавались в их развитии и самодвижении) направлениями в философии.

В древнегреческой философии в середине V в. до н. э. появи­лись так называемые софисты (Протагор, Горгий и др.), которые главным предметом своего философского исследования делают не природу (как это было до них), а человека и его деятельность, в том числе этику, риторику, грамматику. Протагор, Горгий и Трасимах впервые в Греции создали теорию риторики. Софисты кри­тиковали и религию, и материалистическую философию. Разра­батывая теорию красноречия, софисты затрагивали и вопросы логики. Протагор написал специальное сочинение “Искусство спорить”. Протагор - мастер спорить; он разъезжал по Греции, устраивал диспуты, привлекавшие многочисленных слушателей. По выражению античного автора Диогена Лаэртского, “нынеш­нее племя спорщиков берет свое начало от него”'.

Протагор первым стал применять “сократический способ беседы”. Этот метод заключался в постановке собеседнику воп­росов и показе ошибочности его ответов. Поэтому Протагор стал изучать виды умозаключений в плане логических приемов в речи ораторов. Позднее это делал Аристотель в его “Топике”. Сочи­нение Протагора “Тяжба о плате” (вы уже познакомились с ним на с. 236-237 учебника) посвящено знаменитому софизму, от­носящемуся к спору Протагора с его учеником Эватлом.

Против софистов выступил выдающийся материалист Древ­ней Греции Демокрит (460-370 до н. э.), создавший всеобъем­лющую философскую систему, включающую учение о бытии, космологию, теорию познания, логику, этику, политику, эстети­ку и ряд других областей научного знания: математику, физику, биологию, медицину, филологию и др. Демокрит - творец пер­вой системы логики в Древней Греции, написавший специальный трактат “О логике” или “Каноны” (в трех книгах; название “Кано­ны” означает “критерии”, “правила”). До нас, к сожалению, дош­ли лишь незначительные отрывки. В книге “О логике” Демокрит, выступает против софистов, отрицавших объективную реальность. Демокрит строит логику на эмпирической основе, поэтому он - один из создателей индуктивной логики. Демокрит рассматривал суждения, выделяя в них субъект и предикат, а также рассматри­вал определения понятий.

В “Канонах” было изложено учение Демокрита о видах зна­ния. Вопросы логики здесь не отделялись от теории познания.

Последователями Демокрита были философы эпикурейской школы. Демокритовско-эпикурейское направление в логике предвосхитило индуктивную логику Ф. Бэкона и противостояло идеалистической сократово-платоновской логике.

У Сократа (около 469-399 до н. э.) на первый план была выдви­нута проблема метода, посредством которого можно получить истинное знание. Сократ считал, что любой предмет может быть познан лишь в том случае, если его свести к общему понятию и cyдить о нем на основе этого понятия. Поэтому он предлагал собеседнику дать определения ряду понятий, таких, например, как “справедливость”, “несправедливость”, “храбрость”, “красота” и т. п. Если собеседник давал поверхностное, непродуманное определение, то  Сократ, взяв отдельные случаи из повседневной жизни, показывал, что данное определение оказывается ошибочным или недос­таточным и подводил его к исправлению. Новое определение (де­финиция) опять проверялось, дополнялось и т. д. Например, давая определение понятию “несправедливость”, в качестве неспра­ведливых назывались такие действия, как ложь, обман, делание зла, обращение в рабство и т. п. Но затем выяснилось, что во время войны с врагами эти действия не подпадают под понятие неспра­ведливости. Первоначальное определение ограничивается: дейст­вия эти являются несправедливыми только по отношению к друзь­ям. Но и новое определение недостаточно. Ведь тот, кто обманом заставляет своего больного ребенка принять лекарство или отни­мает меч у друга при его попытке самоубийства, не совершает несправедливого поступка. Следовательно, только тот совершает несправедливость против друзей, кто делает это с намерением им повредить.

Знание Сократ понимает как усмотрение общего (или еди­ного) для целого ряда вещей (или их признаков). Знание есть, таким образом, понятие о предмете, и достигается оно посред­ством определения понятия. При этом усматриваются как сход­ство или общность предметов, подходящих под данное поня­тие, так и различия между тем, что подходит под данное понятие, и тем, что подходит под сходное или смежные с ним понятия. Учение Сократа о знании как об определении общих понятий и применявшиеся Сократом индуктивные приемы оп­ределения этических понятий сыграли заметную роль в разви­тии логики.

Учение Сократа о знании развил его ученик Платон (428-347 до н. э.) в теории “видов”, или “идей”, создавший систему объективного идеализма, утверждавшую существование духов­ного первоначала вне и независимо от человеческого сознания. Свою школу Платон основал в Афинах, создав там Академию. Платон общие понятия Сократа, говорящие о сущностях вещей, . превратил в абсолютные идеи, которые существуют сами по себе, вне познающего субъекта и независимо от материального мира. И считал эти идеи первичными, вечными и неизменными, образующими свой потусторонний мир. Материальный мир, по Платону, вторичен, он изменчив, и в нем отражаются вечные, неизменные идеи, которые являются прообразами всех сущест­вующих материальных вещей, а вещи эти - только “тени” идей.

В своей деятельности Платон значительное место отводил во­просам теории познания и логики. Платон стремился образовать понятие и затем осуществить деление понятия на его виды, из­любленным логическим приемом которого была дихотомия, т. е. деление понятия *А* на *В* и *не-В* (например, животные делятся на позвоночных и беспозвоночных). Он сформулировал два правила для деления понятий, а теорию суждения развил в диалоге “Со­фист”. Платон отличал отношение различия от отношения проти­воположности.

В школе Платона много занимались определениями, в частно­сти, определениями предметов органической и неорганической природы. Платону принадлежит следующее определение челове­ка: “Человек есть двуногое животное без перьев”. Услышав об этом, Диоген, ощипав петуха, принес его в Академию и во время лекции Платона выпустил его со словами: “Вот человек Платона”. Платон признал свою ошибку и внес в свое определение поправку: “Чело­век есть двуногое животное без перьев с широкими ногтями”.

Один из величайших ученых и философов древности - Ари­стотель (384—322 до н. э.). Он родился в городе Стагире, поэто­му его называют Стагиритом. Глубокие сочинения Аристотеля посвящены многообразным отраслям современного ему знания: философии, логике, физике, астрономии, биологии, психологии, этике, эстетике, риторике и другим наукам. Общее число напи­санных им работ около тысячи.

В течение 20 лет Аристотель был учеником в школе Платона. Через 12 лет после смерти Платона Аристотель основал в Афи­нах свою философскую школу (перипатическую, или Ликей).

Аристотель впервые дал систематическое изложение логи­ки. Логику Аристотеля называют “традиционной” формальной логикой. Традиционная формальная логика включала и включа­ет такие разделы, как понятие, суждение, законы (принципы) правильного мышления, умозаключения (дедуктивные, индук­тивные, по аналогии), логические основы теории аргументации, гипотеза. Основными работами Аристотеля по логике являются “Первая аналитика” и “Вторая аналитика”, в которых даны тео­рия силлогизма, определение и деление понятий, теория доказа­тельства. Логическими сочинениями Аристотеля являются так­же “Топика”, содержащая учение о вероятных “диалектических” доказательствах, “Категории”, “Об опровержении софистичес­ких аргументов”, “Об истолковании”. Византийские логики поз­же объединили все перечисленные работы Аристотеля под об­щим названием “Органон” (орудие познания)'.

Законы правильного мышления - закон тождества, закон не­противоречия, закон исключенного третьего -Аристотель изло­жил также в своем главном произведении “Метафизика”. Пер­воначально он рассматривал законы мышления как законы бытия, а логические формы истинного мышления считал отображением реальных отношений.

Для Аристотеля истина есть соответствие мысли действитель­ности. Истинным он считал суждение, в котором понятия соеди­нены между собой так, как связаны между собой вещи в природе. А ложным - суждение, которое соединяет то, что разъединено в природе, или разъединяет то, что связано в ней. Аристотель, опи­раясь на эту концепцию истины, создал свою логику. В “Анали­тиках” Аристотель довольно основательно разрабатывает модаль­ную логику и дает описание силлогизмов из гипотез.

По характеристике В. И. Ленина, логика Аристотеля есть дви­жение мысли - “запрос, искание... поиски, колебания, приемы постановки вопросов”. Сила его учения в том, что в нем содер­жатся “живые зачатки и *запросы* диалектики”'.

Аристотель видел в логике орудие, или метод, исследования. Основным содержанием аристотелевской логики является тео­рия дедукции. В логике Аристотеля содержатся элементы математической (символической) логики, у него имеются начат­ки исчисления высказываний2.

Дальнейшая разработка логики высказываний, и в том числе теории условных и разделительных умозаключений, была осуще­ствлена логиками мегаро-стоической школы (учение, известное под названием “логики стоиков”). Основатели Стои - Зенон (333-261 до н. э.) и Хризипп (281/78-208/05 до н. э.). Мегарики: Диодор, Стилпон, Филон и Евбулид.

Логика, по их учению, должна изучать и словесные знаки, и обозначаемые ими мысли. А назначение логики они видели в задаче научить правильно судить о вещах, освободить ум от за­блуждений. Стоики делили логику на диалектику и риторику. Таким образом, они выходили за ограниченные рамки формаль­ной логики.

К сожалению, до нас дошли лишь отдельные отрывки из ло­гического учения мегариков и стоиков. Логики этой школы дали анализ логических терминов: отрицания, конъюнкции, дизъюнк­ции, импликации. В результате дискуссии об импликации у них выявились четыре различных ее понимания. Мегарик Евбулид открыл первый известный нам из истории семантический пара­докс под названием “Лжец”.

**Логика в средние века**

Средневековая логика (VI-XV вв.) изучена еще недостаточ­но. В средние века теоретический поиск в логике развернулся главным образом по проблеме истолкования природы общих понятий. Так называемые реалисты, продолжая идеалистическую линию Платона, считали, что общие понятия существуют реально, вне и независимо от единичных вещей. Номиналисты  же, напротив, считали, что реально существуют только единичные предметы, а общие понятия - лишь имена, названия для них. Оба взгляда были неправильными, однако номинализм был ближе к материализму.

Сформулируем основные проблемы, которые разрабатывались в средневековой логике: проблемы модальной логики, анализ выделяющих и исключающих суждений, теория логического следования, теория семантических парадоксов (логики в средние века усиленно занимались их анализом, например, парадокса “Лжец”, и предлагали разнообразные решения).

Теоретические источники средневековой арабоязычной логи­ки следует искать в логике Аристотеля. Основателем арабоязыч­ной логики считается сирийский математик аль-Фараби (ок. 870-950), который прокомментировал весь аристотелевский “Органон”. Логика аль-Фараби направлена на анализ научного мышления. Имисследуются вопросы и теории познания, и грамматики. У него, как и у Аристотеля, метод мышления соотносится с реальными отношениями и связями бытия. Аристотель был “духовным настав­ником” аль-Фараби в области логики.

Аль-Фараби выделяет в логике две ступени: первая охваты­вает представления и понятия, вторая — теорию суждений, вы­водов и доказательств.

Сирийская логика послужила посредником между античной и арабоязычной наукой. Историки логики признают влияние ло­гики арабов на развитие европейской логики в средние века.

Таджик Ибн-Сина (Авиценна) (ок. 980-1037) комментирует Аристотеля и сам пытается развить логику. Авиценне известна зависимость между категорическими и условными суждениями, выражение импликации через дизъюнкцию и отрицание, т. е. фор­мула

*(р* → *q)*  ( *q)*



В учебнике “Логика” Ибн-Сина стремился обобщить аристотелевскую силлогистику. Вначале Ибн-Сина пользовался комментариями к работе Аристотеля “Метафизика”, сделанными аль-Фараби.

Другим крупным арабским аристотеликом был Ибн-Рушд (Аверроэс) (1126-1198). Он также тщательно комментировал логические тексты Аристотеля. Ибн-Рушд развивал понимание модальностей.

Во второй половине ХIII в. самым популярным руководством по логике было “Summulae logicales” Петра Испанского (прибл. 1220-1277). В трактате Петра Испанского имеется ряд новых идей (по сравнению с мегаро-стоической школой), относящих­ся к логике высказываний.

Логику разрабатывали также англичанин Дунс Скот, испанец Раймунд Луллий, англичанин Вильям Оккам, француз Жан Буридан, немец Альберт Саксонский.

**Логика эпохи Возрождения и Нового времени'**

В XV-XVI вв., т. е. в эпоху Возрождения, происходит усиле­ние эмпирических тенденций в логике и методологии научного знания. Идет бурное развитие науки, делаются великие географи­ческие открытия, наука сближается с практикой. Все большую роль в других науках начинает играть математика.

В разработку материалистических основ логики большой вклад внес Фрэнсис Бэкон (1561-1626) - родоначальник англий­ского материализма. Выступая против крайностей рационализ­ма и эмпиризма, Бэкон говорил, что ученый не должен уподоб­ляться ни пауку, ткущему паутину из самого себя, ни муравью, который только собирает и накапливает материал, а должен, подобно пчеле, собирать и перерабатывать материал, преобра­зуя его в научную теорию.

Ф. Бэкон разработал основы индуктивной логики в своем зна­менитом произведении “Новый органон”. Как показывает само заглавие, Бэкон противопоставляет свою логику логике Аристо­теля. Его “Новый органон” должен заменить старый аристоте­левский “Органон”. Но Бэкон был несправедлив по отношению к Аристотелю, он не знал подлинного Аристотеля, знакомился с его работами в изложении средневековых философов. Заслугой Бэкона является разработка им вопросов научной индукции, целью которой является раскрытое причинных связей между явлениями окружающего мира. Ф. Бэкон разработал методы определения причинной связи между явлениями: метод сходства, метод разли­чия, соединенный метод сходства и различия, метод сопутствующих изменений, метод остатков. Далее, в XIX в., разработка вопросов научной индукции была продолжена Дж. Ст. Миллем и другими логиками.

Французский философ Рене Декарт (1596-1650) сформулиро­вал четыре правила, которыми надо руководствоваться при вся­ком научном исследовании. Его последователи Арно и Николь в 1662 г. написали книгу “Логика, или Искусство мыслить” (“Ло­гика Пор-Рояля”), в которой поставили задачу освобождения ло­гики Аристотеля от внесенных в нее поздними логиками схола­стических искажений.

Немецкий ученый и философ И. Кант (1724-1804), автор ко­смогонической гипотезы происхождения небесных тел (извест­ной в науке под названием гипотеза Канта - Лапласа) различал два типа логики - обычную, формальную, которая изучает фор­мы понятия, суждения и умозаключения, отвлекаясь от их со­держания, и трансцендентальную, которая исследует в формах мышления то, что сообщает знанию априорный характер и обу­словливает возможность всеобщих и необходимых истин. Согласно трансцендентальной логике, логическое мышление, на­правленное на предметы опыта, дает достоверное и объективное знание.

Кант считал, что знание выражается в форме суждения. Он  различал аналитические суждения, которые, не давая нового знания, раскрывают в предикате знание, уже заложенное в субъекте (например: “Все тела протяженны”), и синтетические суждения, в которых знание, заключенное в предикате, синтезируется со знанием, содержащимся в субъекте (например: “Некоторые тела тяжелы”). В свою очередь, синтетические суждения Кант делил на апостериорные, в которых связь субъекта с предикатом осно­вывается на опыте (например: “Некоторые люди чернокожие”), и априорные, в которых эта связь мыслится как предшествующая опыту и даже являющаяся его предпосылкой (например, сужде­ние, выражающее закон причинности: “Все, что случится, имеет причину”).

Априорные синтетические суждения Канта вызвали большую дискуссию среди логиков и философов, продолжающуюся до сих пор.

Одним из вкладов Канта в логику является отличение им ло­гического основания и логического следствия от реальной при­чины и реального следствия.

Самый знаменитый представитель немецкой классической фи­лософии - Г. В. Ф. Гегель (1770-1831). Он критиковал Канта, в том числе и по вопросам логики, но его критика осуществлялась с позиций идеалистической диалектики. Логика у Гегеля совпа­дает с диалектикой. Поэтому, критикуя формальную логику, он отвергает последнюю. Гегель, говоря об отражении в мышлении понятий движения объективного мира, объективный мир пони­мал идеалистически, а именно как инобытие абсолютной идеи. Критику законов формальной логики Гегель дал во второй книге своего труда “Наука логики” в разделе “Учение о сущности”.

Рациональное зерно философии Гегеля - диалектика. Он раз­рабатывал проблемы диалектики мышления и диалектической логики.

**Логика в России**

Русские логики, такие, как П. С. Порецкий, Е. Л. Буницкий и многие другие, внесли существенный вклад в развитие логики на уровне мировых логических концепций.

Первый трактат по логике появился в России в Х в. Это был перевод философской главы из “Диалектики” византийского писателя VII в. Иоанна Дамаскина, которая представляла собой изложение работ Аристотеля и его комментариев. Первое систематическое учебное пособие по логике, включавшее ари­стотелевскую логику и отдельные идеи Гоббса, было подготов­лено во второй половине XVII в. Тогда же в России начали рас­пространяться отдельные идеи математической логики.

В XVIII в. в России появляются оригинальные логические ре­зультаты. Первым их добивается Михаил Васильевич Ломоносов (1711-1765). Он вносит существенные изменения в традиционную силлогистику, предлагая свою классификацию умозаключений,

отграничивает суждение от грамматического предложения и др. Дмитрий Сергеевич Аничков (1733-1788) в трактате “Заметки по логике, метафизике и космологии” (“Annotationes in logicam, metaphisicam et cosmologiam”) исследовал модальные суждения, подразделяя их на четыре вида - необходимые, невозможные” возможные и не невозможные, сформулировал систему правил для ведения диспутов.

Философ-материалист Александр Николаевич Радищев (1749-1802) одним из первых в мировой литературе поставил проблему необходимости логического анализа отношений, которого нет ни в логике Аристотеля, ни в логике средневековых схоластов. Он писал о суждениях, что они представляют собой сравнение двух понятий или познание отношений, существую­щих между вещами. А. Н. Радищев дает следующую классифи­кацию умозаключений:'

1) “рассуждение” (т. е. силлогизм);

2) “уравнение”, т. е. умозаключения равенства, основанные  на следующей аксиоме: равные и одинаковые вещи состоят в равном или одинаковом союзе или отношении;

3) “умозаключения по сходству”.

Русские видные публицисты В. Г. Белинский (1811-1848), А. И. Герцен (1812-1870), Н. Г. Чернышевский (1828-1889), Н. А. Добролюбов (1836-1861) активно интересовались философскими вопросами, в том числе проблемами логики. Белинский предостерегал от логических ошибок в ходе доказательства тезиса. А. И. Герцен выдвигал лозунг гармонического сочетания теоретического мышления и практической деятельности. Н. Г Чернышевский утверждал, что понятие относительности знания не означает, что оно иллюзорно или необъективно, а лишь указывает на его незаконченность.

Крупнейшими русскими логиками XIX в. были Михаил Иванович Каринский (1840-1917) и его ученик Леонид Василь­евич Рутковский (1859-1920), основные логические работы ко­торых посвящены классификации умозаключений.

Основной замысел логической теории Карийского можно характеризовать как стремление построить аксиоматико-дедуктивную систему логики, исходя из основного отношения равенства (т. е. “тождества”), и в ней описать дедуктивные и индук­тивные умозаключения, не используя элементов строгой формализации. Каринский в этой концепции примыкает к иде­ям Джевонса, что отметили уже его современники.

Структура умозаключения, по Карийскому, такая. Из двух по­сылок, имеющих структуру (1) и (2), делается заключение (3).

*А* находится в отношении *R* к *В.* (1)

*В* тождествен с С.                          (2)

*А* находится в отношении *R* к *С.*     (3)

Приведем примеры.

Москва находится восточнее Парижа.

Париж - столица Франции.

                 Москва находится восточнее столицы Франции.

Самара находится западнее озера Байкал.

 Озеро Байкал - самое глубокое озеро мира.

Самара находится западнее самого глубокого озера мира.

Все выводы М. И. Каринский делит на две большие груп­пы: 1) выводы, основанные на “сличении субъектов”, и 2) вы­воды, основанные на “сличении предикатов” (при этом смысл терминов “субъект” и “предикат” не совпадает с соответству­ющим им традиционным пониманием). Основанием выводов является тождество (или соответственно различие) “субъектов” или “предикатов”. К этим двум большим группам, по мнению Карийского, можно отнести все виды умозаключений и, кроме них, еще и гипотезу.

Известный историк логики Н. И. Стяжкин, исследуя логиче­ские идеи М. И. Карийского, пришел к выводу, что Каринский стремился охватить своей классификацией все виды умозаклю­чений, встречающиеся в практике мышления. Но поставленная задача оказалась шире, чем принятые Каринским и положенные в основу его теории предпосылки. Она осталась нерешенной.

Леонид Васильевич Рутковский (1859-1920) - автор рабо­ты “Основные типы умозаключений” (1888). Если Каринский пытался построить теорию выводов, используя лишь отношение тождества и сводя к нему все другие отношения, то Рутковский считает возможным признать равноправными с отношением тождества и другие отношения, например, отношения сходства, сосуществования. Так как существует многообразие отношений, поэтому имеется и многообразие видов логических выводов (т. е. видов умозаключений). Умозаключения делятся им на интенсивные (т. е. рассматриваемые в логике содержания) и экстенсивные (рассматриваемые в логике объема).

Рутковский делит все выводы на две основные группы. Пер­вая группа — выводы подлежащих (т. е. выводы по объему) — распадается на три вида:

а) традукцию (выводы сходства, тождества, условной зави­симости);

б) индукцию (полную и неполную);

в) дедукцию (гипотетическую и негипотетическую).

Вторая группа выводов - выводы сказуемых (по содержа­нию) - распадается на выводы “продукции” (разделительный силлогизм, выводы о совместности, современности предметов и др.), “субдукции” (выводы при классификациях и упорядо­чении предметов и др.), “эдукции” (отнесение предмета к виду его класса, заключения математической вероятности и др.).

Аксиома “продукции” такова: “Из того, что предмет имеет признак *В,* следует, что этот же предмет имеет и признак С, т. к. признак *В* неизменно сосуществует с признаком С”'.

Краткий анализ работ М. И. Каринского и Л. В. Рутковского показывает, что их оригинальные работы по классификации ви­дов умозаключений способствовали прогрессивному развитию традиционной логики в XIX в.

Оригинальными были идеи казанского логика Николая Алек­сандровича Васильева (1880-1940). Его идеи возникли в резуль­тате изучения проблем традиционной логики, но их значение оказалось столь большим, что оказало влияние на развитие ма­тематической логики. Он вслед за другим русским логиком С. О. Шатуновским высказал идею о неуниверсальности закона исключенного третьего. Если Шатуновский пришел к этой идее в результате тщательного изучения особенностей математического доказательства применительно к бесконечным множествам, то Н. А. Васильев - в результате изучения частных суждений, рассма­триваемых в традиционной логике. Основными работами Н. А. Ва­сильева являются следующие: “О частных суждениях, о треуголь­нике противоположностей и о законе исключенного четвертого” (1910), “Воображаемая (неаристотелева) логика” (1912)' и “Логи­ка и металогика”. Н. А. Васильев подкреплял свои концепции фор­мальной аналогией с неевклидовой геометрией Н. И. Лобачевско­го. Не все современники Васильева оценили его идеи, хотя некоторые из них считали, что он написал “остроумнейшую рабо­ту”. Логические идеи Васильева можно рассматривать, как некото­рые предшествующие мысли (развитые далее в конструктивной и интуиционистской логиках) о неприменимости принципа исклю­ченного третьего для бесконечных множеств. Васильев, кроме того, рассматривает условия, при которых представляется возможным оперировать с противоречивыми высказываниями внутри непротиворечивой логической системы.

**Математическая логика**

В XIX в. появляется математическая логика. Немецкий фило­соф Г. В. Лейбниц (1646-1716) - величайший математик и круп­нейший философ XVII в. - по праву считается ее основопо­ложником, Лейбниц пытался создать универсальный язык, с помощью которого споры между людьми можно было бы разре­шать посредством вычисления. При построении такого исчисления Лейбниц исходил из своего “Основного принципа разу­ма”, который гласил, что во всех истинных предложениях, общих или частных, с необходимостью или случайно предикат содер­жится в субъекте. Он хотел всякому понятию дать числовую ха­рактеристику и установить такие правила оперирования с эти­ми числами, которые позволили бы не только доказывать вообще все истины, доступные логическому доказательству, но и открывать новые. В последнем обстоятельстве он видел особую слугу своей всеобщей характеристики. Лейбниц говорит о как о чудесном общем языке, имеющем свой словарь (т. е. характеристические числа, отнесенные к понятиям) и свою грамматику (правила оперирования с этими числами). Лейбниц хотел построить арифметизированное логическое исчисление в некоторой вычисляющей машины (алгоритма). Однако этого ему сделать не удалось.

В этой концепции Лейбница неприемлемо прежде всего что все содержание наших понятий якобы может быть выражено их характеристическими числами. Несостоятельным было и представление Лейбница о том, что человеческое мышление может быть полностью заменено вычисляющей машиной. ..

Лейбниц полагал, что математику можно свести к логике, а логику считал априорной наукой. Сторонников такого обоснования математики называют логицистами — представителями субъективно-идеалистического направления (считающего пер­вичным сознание человека) в обосновании математики.

Лейбниц является предшественником логицизма в том смысле, что он предложил сведение математики к логике и математи­зацию логики: построение самой логики как некоторой арифме­тики или буквенной алгебры. Но Лейбниц был предшественникам логицизма и в том, что пытался создать арифметизированное логическое исчисление, о котором мы говорили.

Покажем, как это делал Лейбниц. Возьмем такой категорический силлогизм:

+70,     -30                +10, -3

Всякий мудрый есть благочестивый.

    +70,      -33              +8, -11

   Некоторые мудрые богаты.

   +8,        -11             +10, -3

Некоторые богатые благочестивы.

Сверху над понятием написан выбранный наудачу правиль­ный (по Лейбницу) набор характеристических чисел для терми­нов посылок. Истинность общеутвердительного суждения “Все *S* суть *Р”* (первая посылка) выражается тем, что обе характери­стики субъекта делятся на соответствующие характеристики предиката, т. е. 70 (точно, без остатка) делится на 10, а - 33 де­лится на - 3, и числа, стоящие на диагоналях, - взаимно про­стые, т. е. + 70 и - 3 так же, как

-33 и + 10, взаимно простые числа. Истинность частноутвердительного суждения, по Лейбницу, должна выражаться таким правилом: числа, стоящие на диагоналях, должны быть взаимно простыми, т. е. не иметь об­щих делителей, кроме единицы.

+70,-33 +8,-11

Посылка “Некоторые мудрые богаты” имеет такие числа:

т. е. на обеих диагоналях стоят взаимно простые числа.



И заключение этому правилу также удовлетворяет, ибо на диа­гоналях стоят взаимно простые числа:



Истинность общеотрицательного суждения “Ни одно *S* не есть Р” у Лейбница выражалась тем, что по крайней мере на одной диагонали стоят не взаимно простые числа. Истинность частноотрицательного суждения выражалась тем, что по край­ней мере одна из характеристик субъекта не делится на соот­ветствующую характеристику предиката.

Чтобы воспользоваться исчислением Лейбница, нужно рассуждение облечь в форму силлогизма и посмотреть, правильный он или неправильный. Однако построенная Лейбницем система удовлетворяла этому требованию только в применении к правильным, по Аристотелю, построенным силлогизмам. Автором в стоящего учебника доказано, что все 19 правильных, по Аристотелю, модусов силлогизма окажутся правильными и по критерию Лейбница. Но в отношении неправильных модусов категоричес­кого силлогизма Аристотеля дело обстоит по-иному. Всегда можно построить такой пример, когда при разных правильных набоpax числовых характеристик для посылок получаются разные оценки заключения: в одних случаях оно оказывается истинным, в других - ложным.

Исчисление Лейбница, таким образом, не выдержало провер­ки, что, конечно, заметил и сам Лейбниц, перешедший в дальнейшем к построению буквенного исчисления по образцу алгебры. Но тоже неудачно.

Однако в этих замыслах Лейбница не все было неверно. Сам по себе метод арифметизации в математической логике играет  весьма существенную роль как вспомогательный прием. В нем  состоит, например, сущность метода, с помощью которого известный австрийский математик и логик К. Гёдель доказал неосуществимость лейбницевой мечты о создании такой всеобщей характеристики, которая позволит заменить все человеческое  мышление вычислениями.

Ложной была именно метафизическая идея Лейбница о сведении всего человеческого мышления к некоторому матема­тическому исчислению. Поэтому были ложны и вытекающие из нее следствия.

Интенсивное развитие математическая логика получила в ра­ботах Д. Буля, Э. Шрёдера, С. Джевонса, П. С. Порецкого и дру­гих логиков.

Английский логик Джордж Буль (1815-1864) разрабатывал алгебру логики - один из разделов математической логики. Пред­метом его изучения были классы (как объемы понятий), соотно­шения между ними и связанные с этим операции. Буль перено­сит на логику законы и правила алгебраических действий.

В работе “Исследование законов мысли”', которая оказала боль­шое влияние на развитие логики. Буль ввел в логику классов в качестве основных операций сложение (“+”), умножение (“ \* ” или пропуск знака) и вычитание (“-”). В исчислении классов сло­жение соответствует объединению классов, исключая их общую часть, а умножение - пересечению. Вычитание Буль рассматри­вал как действие, противоположное (opposite) сложению, - отде­ление части от целого, то, что в естественном языке выражается словом “кроме” (except).

Будь ввел в свою систему логические равенства, которые он записывал посредством знака “ = ”, соответствующего связке “есть”. Суждение “Светила суть солнца и планеты” в виде равенства им записывается так: *х* = *у + z,* откуда следует, что *х - z =у.* Согласно Булю, в логике, как и в алгебре, можно пере­носить члены из одной части равенства в другую с обратным знаком. Будь открыл закон коммутативности для вычитания:  *х-у = -у+х* и закон дистрибутивности умножения относи­тельно вычитания: *z(x - у}* = *zx - zy.* Он сформулировал общее правило для вычитания: “Если от равных вычесть равные, то остатки будут равными. Из этого следует, что мы можем скла­дывать или вычитать равенства и употреблять правило транспозиции точно так же, как в общей алгебре”2.

Предметом исследования ученого были также высказывания (в традиционной логике их называют суждениями). В исчислении вы­сказываний, по Булю, сложение (“ + ”) соответствует строгой дизъ­юнкции, а умножение (“ \* ” или пропуск знака) - конъюнкции.

Чтобы высказывание записать в символической форме, Буль составляет логическое равенство. Если какой-либо из терминов высказывания не распределен он вводит термин V для обозна­чения класса, неопределенного в некотором отношении. Для того чтобы выразить частноотрицательное суждение, например: “Не­которые люди не являются благоразумными”, Буль сначала пред­ставляет его в форме: “Некоторые люди являются неблагоразум­ными”, а затем выражает в символах обычным способом.

По Булю, существует три типа символического выражения суждений: *Х=*VY(только предикат не распределен):

Х*=* Y (оба термина - субъект и предикат - распределены);

VX = VY (оба термина не распределены).

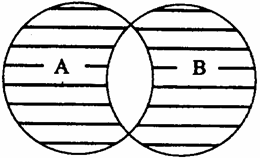
Диалектика соотношения утверждения и отрицания в поня­тиях и суждениях у Буля такова: без отрицания не существует утверждения и, наоборот, во всяком утверждении содержится отрицание. Утверждения и отрицания связаны с универсальным классом: “Сознание допускает существование универсума не априори, как факт, не зависящий от опыта, но либо апостерио­ри, как дедукцию из опыта, либо гипотетически, как основание возможности утвердительного рассуждения”'.

Различая живой разговорный язык и “язык” символический,  Буль подчеркивал, что язык символов - лишь вспомогательное средство для изучения человеческого мышления и его законов.

Немецкий математик Эрнст Шредер (1841-1902) собрал и обобщил результаты Буля и его ближайших последователей. Он ввел в употребление термин “Logikkalkul” (логическое исчисле­ние), новые по сравнению с Булем символы. В основу исчисле­ния классов он положил не отношение равенства, как это было у Буля, а отношение включения класса в класс, которое обозначал как *а*  *b.* Знак “ + ” Буль использовал для обозначения объеди­нения классов, исключая их общую часть, т. е. симметрическую разность (см. рис. Рис. 26



26), а у Шредера знак “+”   
обозначает объеди­нение классов без исключения их общей части



Пропуском знака Шрёдер обозначает операцию пересечения классов, например, *ab.*

Во взглядах Э. Шрёдера на отрицание можно отметить много интересного и нового по сравнению со взглядами Буля. Под отри­цанием *а1*, класса *а* Шрёдер понимает его дополнение до 11.

Если классов больше двух, то Шрёдер оперировал с ними по сфор­мулированным им правилам. Правило 1: если среди сомножителей некоторого произведения находятся такие, из которых один являет­ся отрицанием другого, то произведение “исчезает”, т. е. равно 0. Например, *abc • ab1 cd1* = 0, так как имеется *b* и *b1*,.

Правило 2: если среди членов некоторой суммы находится хотя бы один, который оказывается отрицанием другого, то вся сумма равна 1:

*a+b+c1 +a+c+d1 =1*.

Значительное внимание Шрёдер уделил анализу структуры отрицательных суждений. Отрицательную частичку он прила­гает к предикату, т. е. вместо “*А* не есть *В”* он берет “*А* есть *не-В*”, Так, суждение “Ни один лев не является травоядным”, если следовать идеям Шрёдера, надо заменить на суждение “Все львы являются нетравоядными”.

Класс *а1*, как отрицание класса *а* Шрёдер считает очень не­определенным. И в доказательство этой мысли приводит такой пример. Понятие “несражающийся” (в армии) охватывает: са­перов, полковых ремесленников, служащих лазарета, врачей, которые относятся к армии, но не сражаются.

Опираясь на законы де Моргана, Шрёдер проводит анализ язы­ка разговорной речи. Выражение *с*  *а1,b1,* в речи означает, что “ка­ждое с есть *не- а* и (одновременно) не-*b*”. Для него можно выбрать другое выражение: “Каждое *с* не есть ни *a*, ни *b*”. Это конъюнктив­ное суждение, примером которого может быть: “Каждая рыба - не птица и не млекопитающее”. Другое суждение: “Никакая рыба не есть птица и млекопитающее” - означает в символическом виде *с*  (*аb*)1,, что эквивалентно, на основании правила де Моргана, *с*  *a1*, +*b1*. Так называемое отрицательное по связке суждение “ни *а,* ни *b* не есть *с*” представляется в виде *а* + *b*  *c1*) .



Шрёдер формулирует правила (или требования) научной клас­сификации:

1. Между родом и суммой его видов должно быть тождество.

2. Все виды должны быть дизъюнктивными, т. е. должны ис­ключать друг друга и попарно в произведении давать 0.

3. Для расчленения рода на виды должно быть одно основание. Используя отрицание. Шредер показал, как классифициру­емый род делится на виды и подвиды.

В логическом исчислении, доведенном до наибольшей просто­ты, Шредер признает три основных действия: сложение (трактуя его как нестрогую дизъюнкцию), умножение и отрицание. Однако вычитание он считает небезусловно выполнимой операцией.

Автор данного учебника признает вполне приемлемой в логике классов операцию вычитания классов. Но понимает ее принципи­ально иначе, чем Буль и Шредер. Буль и Шредер считали, что в разности *а - bb* должно полностью входить в *а*, если же *b* ***>*** *а* или *а* и *b -* несовместимы, то операция вычитания невыполнима. В от­личие от Буля и Шредера мы допускаем возможной (т. е. выполни­мой) разность всяких двух классов *а* и *b,* из которых *b* может и не быть частью *а;* в качестве следствий мы учитываем случаи вычи­тания, когда классы *а* и *b* являются пустыми или универсальными.

Наиболее известные работы английского логика Стенли Джевонса (1835-1882) - “Principles of Science, a Treatise on Logic and Scientific Method” (London, 1874) и “Elementary Lessons in Logic, Deductive and Inductive” (London, 1870).

В качестве логических операций Джевонс признавал конъюнк­цию, нестрогую дизъюнкцию и отрицание и не признавал обрат­ных логических операций - вычитания и деления. Классы он обозначал буквами *А, В, С...,* а их дополнения до универсального класса, обозначаемого 1, или их отрицания -соответственно кур­сивными буквами *а, b, с... 0* обозначает у него нулевой (пустой) класс; связка в суждении заменяется знаком равенства.

Большое значение Джевонс придавал принципу замещения (или подстановки), который формулируется им так: если только существует одинаковость, тождество или сходство, то все, что верно об одной вещи, будет верно и о другой. Этот принцип игра­ет важную роль в умозаключении. Для обозначения отношения одинаковости (или тождества) Джевонс употребляет знак “ = ”.

Обозначив положительные и отрицательные термины соответ­ственно через *А* и *а*, *В* и *b,* Джевонс записывает закон непротиворечия как *Аа =* 0. Критерием ложности заключения, по Джевонсу, является наличие в нем противоречия, т. е. утверждения и отрицания одного и того же положения, что записывается, напри­мер, как наличие *Аа, Вb, АВСа.*

Джевонс считал, что утвердительные суждения можно пред­ставлять в отрицательной форме. Но он напрасно категорически заявлял, что имеются сильные основания в пользу того, чтобы употреблять все предложения в их утвердительной форме, а раз­личие (т. е. отрицательные суждения) неспособно быть основа­нием умозаключения. Джевонс не отрицал, что утверждение и от­рицание, сходство и различие, равенство и неравенство представ­ляют пары одинаково основных отношений; но утверждал, что умозаключение возможно только там, где прямо находится или подразумевается утверждение, сходство или равенство, словом, какой-нибудь вид тождества.

Согласно законам диалектики, тождество и различие являют­ся двумя сторонами единого предмета или процесса. Отражение отношений тождества и различия, имеющихся в самих предме­тах действительного мира, находит свое выражение и в мышле­нии в формах умозаключений. Поэтому отбросить различие, выражающееся в отрицательных суждениях, и все свести только к тождеству, выражающемуся в утвердительных суждениях, нель­зя, да и нет в этом необходимости. Единство противоположно­стей - тождества и различия - неразрывно.

Интересны и оригинальны взгляды Джевонса на категориче­ский силлогизм с двумя отрицательными посылками. Джевонс утверждает, что его принцип умозаключения ясно отличает слу­чаи, когда оно оказывается правильным, от тех случаев, когда оно неправильно. Он приводит пример умозаключения:

Все, что не металлично, не способно к сильному магнитному влиянию.

Уголь не металличен.

Уголь не способен к сильному магнитному влиянию.

Здесь из двух отрицательных посылок получается истинное отрицательное заключение. Джевонс считает; что там, где возможно подставлять тождественное вместо тождественного, допустим вывод заключения из двух отрицательных посылок.

Джевонс внес значительный вклад в алгебру логики, особенно в проблему отрицания классов и отрицательных суждений.

Следующий этап в развитии математической логики связан с именем русского логика, математика и астронома Платона Сергеевича Порецкого (1846-1907). Его работы' существенно обобщают и развивают достижения Буля, Джевонса и Шредера.

Анализируя понятия, Порецкий различает две формы: форму, обладающую данным признаком, обозначаемую буквами а, *b, с...,* и форму, им не обладающую, обозначаемую *а, b,*с…, и т. д.2 Фор­мы совместного обладания или необладания несколькими при­знаками записывает так: *a,a1* *,b,b1* (без особого знака между бу­квами). Современное пересечение классов Порецкий называет операцией реализирования (умножения), обозначая ее “ • ”, а опе­рацию объединения классов - абстрагированием (сложением), обозначая ее “ ? ”, т. е. знаком вопроса; 0 и 1 обозначают пустой класс и универсальный. Порецкий вводит операцию отрицания классов (отрицание *а* обозначается через *а1*,) - это дополнение к классу *а.* Для каждого данного *а* его отрицание, т. е. о,, может быть различно. Это определяется избранным универсальным клас­сом. Так, если за 1, т. е. универсум, принять англичан, а за *а* класс артистов, то *а1*, означает англичан-не-артистов, но если 1 обозна­чает класс людей, то *a1*, обозначает людей-не-артистов и т. д.

Заслуга Порецкого в том, что он рассматривал логические опе­рации не только над отдельными логическими классами, но и над логическими равенствами. Порецкий считает, что если два класса состоят из одних и тех же предметов, т.е. имеют равные объемы и могут отличаться только формой, то они равны между собой. Со­единяя равные классы знаком “ = ”, мы получаем логическое равенство. Равенством логических классов русский логик назы­вает полную их тождественность, т. е. одинаковость их логичес­кого содержания, считая, что все их различие может состоять только в способе их происхождения. Примером такого равенст­ва является закон де Моргана: (*m + n*), = *т1 • n1.* Если классы *а* и *b* равны, то и их отрицания, т. е. классы *а* и *b*, также равны. По его мнению, отрицание всякого равенства приводит к новому равенству, тождественному первоначальному.

По мнению Порецкого, операция отрицания неприменима к системам равенств. К соединению двух и более равенств в одно новое равенство применимы лишь две логические операции: сло­жение и умножение отдельных частей равенств, причем предварительно каждое отдельное равенство может быть в слу­чае надобности заменено его отрицанием.

В созданной им теории логики Порецкий подчеркивал взаи­мосвязь двух проблем: выведения следствия из заданной систе­мы посылок и нахождения тех посылок, из которых данное логическое равенство может быть получено в качестве следствия. Несколько подробнее остановимся на методе нахождения всех простых следствий из данных посылок, который в теории логи­ки получил название метода Порецкого - Блэйка (его предложил американский математик Блэйк' на основе работы Порецкого).

Простым следствием из данных посылок называется дизъюнк­ция каких-либо букв или их отрицаний, являющаяся логическим следствием из этих посылок, и притом таким, которое не погло­щается никаким более сильным следствием такого же вида. (Мы говорим, что *а* сильнее *b,* если из *а* следует *b,* но из *b* не следует а). Все простые следствия из данных посылок можно получить, выполнив преобразования следующих пяти типов:

1) привести конъюнкцию посылок к конъюнктивной нормаль­ной форме (КНФ). КНФ есть конъюнкция из дизъюнкции элемен­тарных высказываний или их отрицаний, эквивалентная данно­му выражению, т. е. если есть импликация, то ее надо заменить на дизъюнкцию по формуле (а → *b=*  *b);*



2) произвести все операции “отбрасывания”, т. е. члены вида *a*  *x*   (или *а • х •  )* можно исключить, так как этот член тождественно истинен;



3) использовать законы выявления, т. е. формулы

*ах ^ b* *= ах ^ b*  ^ *аb;* или *ax*  *b*  = *ax*  *b*  *ab;*



4) произвести все “поглощения” на основании законов поглощения:

*а ^ (a*  *b)* = *а* и *а*  *(а ^ b)= а;*



5) из всех повторяющихся членов оставить только один (на основании законов идемпотентности).

В результате получится силлогистический многочлен, который будет содержать все простые следствия из данных посы­лок, и только простые следствия. Они интереснее, чем обычные логические следствия, так как зависят от меньшего числа пара метров (элементарных высказываний).

Покажем это на конкретном примере. Из данных трех посы­лок, имеющих соответственно, формы (1) *q→,* (2) *p*  *q* и (3) r, требуется вывести все разные (неэквивалентные между собой)  формы простых логических следствий. Для решения задачи выполним следующие операции:



1. Соединяем посылки знаками конъюнкции и приводим вы­ражение в КНФ:

*(q* *→*) ^ *(p*  *q)* ^ *r*  = ( ) ^ (*p*  *q)* ^ *r*



или в другой записи

*pq^ r.*



*2.* В полученной КНФ к членам 1 и 3 применяем закон выяв­ления, получаем

*^ pq ^ r = ^ pq ^*



Затем ко второму и четвертому членам снова применяем этот же закон.

*^ pq ^ r ^*  = *^ pq ^ r*^ ^ *p*



3. Произведем операции “поглощения”. Первый член ( ) поглощается четвертым *(),* поэтому отбрасываем первый член, а второй член *(pq)* поглощается пятым членом (*p*). В результате этого получим



*^ pq ^  r*^ ^ *p =r ^* ^ *p*



Вывод: при данных посылках суждения *r*и *р* истинны, а суж­дение *q* ложно, т. е. если суждениями выражены некоторые собы­тия, то событие *r* и событие *р* наступят, а событие *q* не наступит.

Исследования Порецкого продолжают оказывать стимулирую­щее влияние на развитие алгебраических теорий и в наши дни.

В XX в. математическая логика развивалась в трудах Ч. С. Пир­са и Дж. Пеано.

Американский логик Чарльз Сандерс Пирс (1839-1914) внес существенный вклад в разработку алгебро-логических концеп­ций и явился основоположником новой науки - семиотики (об­щей теории знаков). В работах Пирса содержится тенденция к расчленению семиотики на прагматику (анализирует отношение знака к его исследователю), семантику (выясняет отношение знака к обозначаемому им объекту) и синтактику (исследует взаимоотношения между знаками).

Пирс пишет о том, что реальное можно определить как не­что, свойства которого независимы от того, что о них мыслят. Наиболее общим подразделением знаков он считал такие: изоб­ражения (icons), индексы (indices) и символы (symbols). Пирс предлагал классификацию знаков и по другим основаниям.

Пирс предложил строить исчисление высказываний лишь на од­ной операции, этим предвосхитив результаты М. X. Шеффера (Шеффер также строил исчисление высказываний на одной операции, которая вошла в историю логики под именем ее создателя - штрих Шеффера). Единственной логической операцией Пирс предлагал считать отрицание нестрогой дизъюнкции.

Пирсу принадлежат работа по логике “Studies in Logic” и другие.

Достижения Джузеппе Пеано (1858-1932), итальянского мате­матика, явились переходным звеном от алгебры логики, в том виде, какой ей придали Буль, Шредер, Порецкий и Пирс, к современ­ной форме математической логики. Основные результаты Пеано были опубликованы в пятитомном “Формуляре математики”'.

Пеано ввел следующие, употребляющиеся и ныне, символы:

а) “  ” - знак принадлежности элемента к классу;



б) “” - знак включения одного класса в другой класс;



в) “” - знак объединения классов;



г) “” - знак для обозначения операции пересечения классов.



Крупным вкладом Пеано в развитие аксиоматического мето­да явилась его система из пяти аксиом для арифметики нату­ральных чисел. На базе своей аксиоматики Пеано строит всю теорию натуральных чисел.

На заключительном этапе своей научной деятельности Пеа­но приступил к систематическому изложению логики как осо­бой. по его мнению, математической дисциплины.

Далее развитие математической логики осуществлялось по мно­гим направлениям, а также в проблемном плане. Это было обу­словлено необходимостью дальнейшего освоения как классиче­ской и неклассической логик, так и возникшими трудностями в обосновании математики.

**§ 2. Развитие логики в связи с проблемой обоснования математики**

Немецкий математик и логик Готтлоб Фреге (1848-1925) пред­принял попытку свести математику к логике. С этой целью в пер­вой своей работе по математической логике “Исчисление поня­тий” (“Begriffsschrift”) он определил множество как объем понятия и таким образом получил возможность определить и число через объем понятия. Такое определение числа он сформулировал в “Ос­нованиях арифметики” (“Grundlagen der Arithmetik”), книге, которая в то время осталась незамеченной, но впоследствии получила широкую известность. Здесь Фреге определяет число, прина­длежащее понятию, как объем этого понятия. Два понятия счи­таются равночисленными, если множества, выражающие их объ­емы, можно поставить во взаимооднозначное соответствие друг с другом. Так, например, понятие “вершина треугольника” равно­численно понятию “сторона треугольника”, и каждому из них принадлежит одно и то же число 3, являющееся объемом поня­тия “вершина треугольника”.

Если Лейбниц только наметил программу сведения матема­тики к логике, то Г. Фреге предпринял попытку сведения до­вольно значительной части арифметики к логике, т. е. произвел некоторую математизацию логики'. Символические обозначения, принятые им, очень громоздки, и поэтому мало кто полностью прочитал его “Основные законы арифметики”. Впрочем, и сам Фреге особенно не рассчитывал на это. Тем не менее труд Фреге сыграл значительную роль в истории обоснования математики в первой половине XX в. Об этом своем произведении Фреге писал: “В моих “Основаниях арифметики” (1884) я пытался привести аргументы в пользу того, что арифметика есть часть логики и не должна заимствовать ни у опыта, ни у созерцания никаких основ доказательства. В этой книге (речь идет об “Ос­новных законах арифметики - *А. Г.)* это должно быть подтвер­ждено тем, что простейшие законы арифметики здесь выводят­ся только с помощью логических средств”2.

Итак, Фреге полагал, что он логически определил число и точно перечислил логические правила, с помощью которых мо­жно определять новые понятия и доказывать теоремы, и что та­ким образом он и сделал арифметику частью логики. Фреге не подозревал, однако, что построенная им система не только не представляла собой логического обоснования содержательной арифметики, но была даже противоречивой. Это противоречие в системе Фреге обнаружил Бертран Рассел.

В послесловии к “Основным законам арифметики” Фреге пи­сал по этому поводу: “Вряд ли есть что-нибудь более нежела­тельное для автора научного произведения, чем обнаружение по завершении его работы, что одна из основ его здания оказывает­ся пошатнувшейся. В такое положение я попал, получив письмо от господина Бертрана Рассела, когда печатание этой книги бли­зилось к концу”'. Противоречием, который обнаружил Рассел в системе Фреге, был знаменитый парадокс Рассела о множестве всех нормальных множеств (см. с. 226-227 учебника).

Причину своей неудачи Фреге видел в использованном им предположении, что у всякого понятия есть объем в смысле по­стоянного, строго фиксированного множества, не содержащего в себе никакой неопределенности или расплывчатости. Ведь именно через этот объем он и определил основное понятие мате­матики - понятие числа.

Вслед за Г. Фреге очередную попытку сведения математики к логике предпринял видный английский философ и логик Бер­тран Рассел (1872-1970). Он также автор ряда работ из областей истории, литературы, педагогики, эстетики, естествознания, со­циологии и др. Труды Рассела по математической логике оказа­ли большое влияние на ее развитие. Вместе с английским логи­ком и математиком А. Уайтхедом2 Рассел разработал оригиналь­ную систему символической логики в фундаментальном трех­томном труде “Principia Mathematica”3. Выдвигая идею сведения математики к логике, Рассел считает, что если гипотеза относит­ся не к одной или нескольким частным вещам, но к любому пред­мету, то такие выводы составляют математику. Таким образом, он определяет математику как доктрину, в которой мы никогда не знаем ни того, о чем мы говорим, ни того, верно ли то, что мы говорим.

Рассел делит математику на чистую и прикладную. Чистая математика, по его мнению, есть совокупность формальных выводов, независимых от какого бы то ни было содержания, т. е. это класс высказываний, которые выражены исключительно в терминах переменных и только логических констант. Рассел не только вполне уверен в том, что ему удалось свести математику к такого рода предложениям, но делает из этого утверждения вывод о существовании априорного знания, считает, что “мате­матическое познание нуждается в посылках, которые не базиро­вались бы на данных чувства”'.

От чистой математики Рассел отличает прикладную математи­ку, которая состоит в применении формальных выводов к матери­альным данным.

Для того чтобы показать, что чистая математика сводится к логике, Рассел берет систему аксиом арифметики, сформулиро­ванную Пеано, и пытается их логически доказать, а три неопре­деляемые у Пеано понятия: “нуль”, “число”, “следующее за” - определить в терминах своей логической системы. Все натураль­ные числа Рассел также считает возможным выразить в терми­нах логики, а следовательно, свести арифметику к логике. А так как, по его мнению, вся чистая математика может быть сведена к арифметике, то математика может быть сведена к логике. Рас­сел пишет: “Логика стала математической, математика логичес­кой. Вследствие этого сегодня совершенно невозможно провес­ти границу между ними. В сущности это одно и то же. Они различаются, как мальчик и мужчина; логика - это юность мате­матики, а математика - это зрелость логики”2. Рассел считает, что не существует пункта, где можно было бы провести резкую границу, по одну сторону которой находилась бы логика, а по другую - математика.

Но в действительности математика несводима к логике. Предметы изучения этих наук различны. Нами ранее были ука­заны характерные черты, присущие логике как науке (см. с.141-142). У математики другие задачи и функции.

В большом труде “Principia Mathematica” есть две стороны. Первая - заставляющая видеть в нем один из основных истоков современной математической логики. Все, что связано с этой сто­роной Principia Mathematica, получило в дальнейшем такое раз­витие в математической логике, которое сделало эту новую об­ласть науки особенно важной для решения не только труднейших задач теоретической математики и ее обоснования, но и целого ряда весьма важных для практики задач вычислительной матема­тики и техники.

Другая сторона этого произведения - точнее, даже не самого этого произведения, а философских “обобщений”, делаемых логицистами со ссылкой на него, - принадлежит уже к области по­пыток использовать его для “доказательства” положения, что математика-де сводится к логике. Именно эта сторона сомнительна, и ее опровергает дальнейшее развитие науки, которое обнаружи­ло, что попытка Рассела безуспешна. И это не случайно. Дело не в том, что Рассел в каком-то смысле не совсем удачно построил свою систему. Дело в том, что вообще нельзя построить формаль­ную “логическую систему” с точно перечисленными и эффективно выполнимыми правилами вывода, в которой можно было бы фор­мализовать всю содержательную арифметику. Это обстоятельство представляет собой содержание известной теоремы австрийского математика и логика К. Гёделя о неполноте формализованной арифметики', из которой следует непосредственно, что определе­ние математических понятий в терминах логики хотя и обнару­живает некоторые их связи с логикой, тем не менее не лишает их специфически математического содержания. Формализованная система имеет смысл лишь при наличии содержательной науч­ной теории, систематизацией которой данная формализованная система должна служить.

Однако Г. Фреге и Б. Рассел в своем логическом анализе при­шли к ряду интересных результатов, относящихся к понятиям “предмет”, “имя”, “значение”, “смысл”, “функция”, “отношение” и др. Особо следует подчеркнуть значение разработанной Рассе­лом теории типов (простой и разветвленной), цель которой состо­ит в том, чтобы помочь разрешить парадоксы в теории множеств. Рациональное зерно разветвленной теории Рассела состоит в том, что она является конструктивной теорией.

Одним из оснований деления логики служит различие приме­няемых в ней принципов, на которых базируются исследования. В результате такого деления имеем классическую логику и неклассические логики. В. С. Меськов выделяет такие осново­полагающие принципы классической логики:

“1) область исследования составляют обыденные рассужде­ния, рассуждения в классических науках;

2) допущение о разрешимости любой проблемы;

3) отвлечение от содержания высказываний и от связей по смыслу между ними;

4) абстракция двузначности высказываний”'. , Неклассические логики отступают от этих принципов. К ним относятся интуиционистская логика, конструктивные логики, многозначные, модальные, положительные, паранепротиворечивые и другие логики, к изложению которых мы переходим.

**§ 3. Интуиционистская логика**

Интуиционистская логика построена в связи с развитием ин­туиционистской математики. Интуиционистская школа основа­на в 1907 г. голландским математиком и логиком Л. Брауэром (1881-1966)2, но некоторые ее идеи выдвигались и ранее.

Интуиционизм - философское направление в математике и логике, отказывающееся от использования абстракции актуаль­ной бесконечности, отвергающее логику как науку, предшест­вующую математике, и рассматривающее интуитивную ясность и убедительность (“интуицию”) как последнюю основу матема­тики и логики. Интуиционисты свою интуиционистскую мате­матику строят с помощью финитных (конечных) средств на ос­нове системы натуральных чисел, которая считается известной из интуиции. Интуиционизм включает в себя две стороны - фи­лософскую и математическую.

Математическое содержание интуиционизма изложено в ряде работ математиков. Ведущие представители отечественной шко­лы конструктивной математики отмечают положительное зна­чение некоторых математических идей интуиционистов.

В целом конструктивная математика существенно отличает­ся от интуиционистской, но, как указывал советский математик-конструктивист А. А. Марков, конструктивное направление име­ет точки соприкосновения с интуиционистской математикой. Конструктивисты сходятся с интуиционистами в понимании дизъюнкции и в силу этого признают правильной данную Брауэром критику закона исключенного третьего. Вместе с тем кон­структивисты считают неприемлемыми методологические ос­новы интуиционизма.

Если математический аспект интуиционизма имеет рациональ­ный смысл (в этой связи предпочтительнее говорить об интуицио­нистской математике или интуиционистской логике, а не об ин­туиционизме), то второй его аспект - философско-методологический - совершенно неприемлем.

Брауэр считал, что чистая математика представляет собой сво­бодное творение разума и не имеет никакого отношения к опыт­ным фактам. У интуиционистов единственным источником ма­тематики оказывается интуиция, а критерием приемлемости математических понятий и выводов является “интуитивная яс­ность”. Но интуиционист Гейтинг вынужден был признаться в том, что понятие интуитивной ясности в математике само не является интуитивно ясным; можно даже построить нисходящую шкалу степеней очевидности.

Основой происхождения математики в конечном итоге явля­ется не какая-то “интуитивная ясность”, а отражение в созна­нии пространственных форм и количественных отношений действительного мира. Гейтинг, как и Брауэр, в гносеологии субъ­ективный идеалист. Он считает, что математическая мысль не выражает истину о внешнем мире, а связана исключительно с умственными построениями'.

Еще в 1936 г. советский математик А.Н. Коломогоров подверг критике субъективно-идеалистические основы интуиционизма, заявив, что невозможно согласиться с интуиционистами, когда они говорят, что математические объекты являются продуктом конструктивной деятельности нашего духа, ибо математичес­кие объекты являются абстракциями реально существующих форм независимой от нашего духа действительности. Интуиционисты не признают практику и опыт источником формиро­вания математических понятий, методов математических по­строений и методов доказательств.

Особенности интуиционистской логики вытекают из характер­ных признаков интуиционистской математики.

В современной классической математике часто прибегают к косвенным доказательствам. Но их почти невозможно ввести в интуиционистскую математику и логику, так как там не призна­ются закон исключенного третьего и закон *>а* и которые участвуют в косвенных доказательствах. Но закон непротиворе­чия представители как интуиционистской, так и конструктив­ной логики считают неограниченно применимым.



Закон исключенного третьего для бесконечных множеств в интуиционистской логике не проходит потому, что *р*   требу­ет общего метода, который по произвольному высказыванию *р* позволил бы получать доказательство, либо доказательство от­рицания. Гейтинг считает, что так как интуиционисты не рас­полагают таким методом, то они не вправе утверждать и прин­цип исключенного третьего. Покажем это на таком примере. Возьмем утверждение: “Всякое целое число, большее единицы, либо простое, либо сумма двух простых, либо сумма трех про­стых”. Неизвестно, так это или не так в общем случае, хотя в рассмотренных случаях, которых конечное число, это так. Суще­ствует ли число, которое не удовлетворяет этому требованию? Мы не можем указать такое число и не можем вывести противо­речие из допущения его существования.



Эта знаменитая проблема X. Гольдбаха была поставлена им в 1742 г. и не поддавалась решению около 200 лет. Гольдбах высказал предположение, что всякое целое число, большее или равное шести, может быть представлено в виде суммы трех простых чисел. Для нечетных чисел это предположение было доказано только в 1937 г. советским математиком академиком И. М.Виноградовым; все достаточно большие нечетные числа представимы в виде суммы трех простых чисел. Это - одно из крупнейших достижений современной математики.

Брауэр первый наметил контуры новой логики. Идеи Брауэра формализовал Гейтинг, в 1930 г. построивший интуиционистское исчисление предложений с использованием импликации, конъ­юнкции, дизъюнкции и отрицания на основе 11 аксиом и двух правил вывода - modus ponens и правила подстановки. Гейтинг утверждает, что хотя основные различия между классической и интуиционистской логиками касаются свойств отрицания, эти логики не совсем совпадают и в формулах без отрицания. Он от­личает математическое отрицание от фактического: первое выра­жается в форме конструктивного построения (выполнения) определенного действия, а второе говорит о невыполнении действия (“невыполнение” чего-либо не является конструктивным дейст­вием). Интуиционистская логика имеет дело только с математи­ческими суждениями и лишь с математическим отрицанием, ко­торое определяется через понятие противоречия, а понятие противоречия интуиционисты считают первоначальным, выража­ющимся или приходящимся в форме 1 = 2. Фактическое отрица­ние не связано с понятием противоречия.

Проблемами интуиционистской логики занимаются также фи­лософы К. Н. Суханов, М. И. Панов, А. Л. Никифоров и др.

**§ 4. Конструктивные логики**

Конструктивная логика, отличная от логики классической, сво­им рождением обязана конструктивной математике. Конструк­тивная математика может быть кратко охарактеризована как аб­страктная умозрительная наука о конструктивных процессах и на­шей способности их осуществлять. В результате конструктивно­го процесса возникает конструктивный объект, т. е. такой объект, который задается эффективным (точным и вполне понятным) спо­собом построения (алгоритмом).

Конструктивное направление (в математике и логике) ограни­чивает исследование конструктивными объектами и проводит его в рамках абстракции потенциальной осуществимости (реализуемо­сти), т. е. игнорирует практическое ограничение наших возможностей построений в пространстве, времени, материале.

Между идеями конструктивной логики советских исследовате­лей и некоторыми идеями интуиционистской логики (например, в понимании дизъюнкции, в отказе от закона исключенного третье­го) имеются точки соприкосновения.

Однако между конструктивной и интуиционистской логика­ми имеются и существенные отличия.

**1. Различные объекты исследования.** В основу конструк­тивной логики, которая является логикой конструктивной мате­матики, положена абстракция потенциальной осуществимости, а в качестве объектов исследования допускаются лишь констру­ктивные объекты (слова в определенном алфавите).

В основу интуиционистской логики, которая является логи­кой интуиционистской математики, положена идея “свободно становящейся последовательности”, т. е. строящейся не по ал­горитму, которую интуиционисты считают интуитивно ясной.

**2. Обоснование интуиционистской математики и логики** дается с помощью идеалистически истолкованной интуиции, а обоснование конструктивной математики и логики дается на базе математического понятия алгоритма (например, нормального алгоритма А. А. Маркова) или эквивалентного ему понятия рекурсивной функции.

**3. Различные методологические основы.** Методологической основой конструктивного направления в математике является признание практики источником познания и критерием его ис­тинности (в том числе и научного). Это положение сохраняет свою силу и для таких наук, как логика и математика, хотя здесь практика входит в процесс познания лишь опосредованно, в ко­нечном счете.

Интуиционисты же считают источником формирования ма­тематических понятий и методов первоначальную “интуицию”, а критерием истинности в математике - “интуитивную ясность”.

**4. Различные интерпретации**1. А. Н. Колмогоров интерпретировал интуиционистскую логику как исчисление задач. А. А. Марков интерпретировал логические связки конструктивной логики как прилагаемые к потенциально осуществимым конструктивным процессам (действиям).

Интуиционистская логика Л. Брауэра и А. Рейтинга интерпре­тируется ими как исчисление предложений (высказываний), при­чем область высказываний у них ограничивается математичес­кими предложениями.

**5. Отличие ряда логических средств.** Представители узко-конструктивной логики признают в качестве принципа: если име­ется алгоритмический процесс и удалось опровергнуть, что он продолжается бесконечно, то, следовательно, процесс закончит­ся. Некоторые из представителей конструктивной логики дока­зывают этот принцип в уточненной форме.

Представители интуиционистской логики не признают дан­ного принципа.

Конструктивные исчисления высказываний В. И. Гливенко и А. Н. Колмогорова

Первыми представителями конструктивной логики были математики А. Н. Колмогоров (1903-1987) и В. И. Гливенко (1897-1940). Первое исчисление, не содержащее закон исключенного третьего, было предложено в 1925 г. А. Н. Колмого­ровым в связи с его критикой концепции Л. Брауэра, а в даль­нейшем развито В. И. Гливенко. Позже было опубликовано исчисление Гейтинга, которое Колмогоров интерпретировал как исчисление задач, что породило содержательное истолко­вание исчислений, не пользующихся законом исключенного третьего, а это, в свою очередь, легло в основу всех дальней­ших, подлинно научных исследований таких исчислений.

Введя понятия “псевдоистинность” (двойное отрицание суждения) и “псевдоматематика” (“математика псевдоистинно­сти”), Колмогоров доказал, что всякий вывод, полученный с помощью закона исключенного третьего, верен, если вместо каж­дого суждения, входящего в его формулировку, поставить суж­дение, утверждающее его двойное отрицание. Тем самым он показал, что в “математике псевдоистинности” законно приме­нение принципа исключенного третьего.

Колмогоров различает две логики суждений – общую и част­ную. Различие между ними заключается в одной аксиоме  → *А,* которая имеется лишь среди аксиом частной логики. Интересна диалектика соотношения содержания и областей применения этих логик: содержание частной логики суждений богаче, чем общей, так как частная логика дополнительно включает аксиому → *А,* но область применения ее уже. Из системы частной логики мож­но вывести все формулы традиционной логики суждений.



Какова же область применения частной логики суждений? Все ее формулы верны для суждения типа *А. ,* в том числе для всех финитных и для всех отрицательных суждений, т. е. область применимости ее совпадает с областью применимости фор­мулы двойного отрицания →*А.* (Символами *А. ,В. ...* обозна­чены произвольные суждения, для которых из двойного отрица­ния следует само суждение).



**Конструктивная логика А. А. Маркова**

Проблема конструктивного понимания логических связок, в частности отрицания и импликации, требует применения в ло­гике специальных точных формальных языков. В основе конст­руктивной математической логики А. А. Маркова (1903-1979) лежит идея ступенчатого построения формальных языков. Сна­чала вводится формальный язык Я0, в котором предложения вы­ражаются по определенным правилам в виде формул; в нем име­ется определение смысла выражения этого языка, т. е. семантика. Правила вывода позволяют, исходя из верных предложений, все­гда получать верные предложения.

В конструктивной математике формулируются теоремы существования, утверждающие, что существует объект, удовле­творяющий таким-то требованиям. Под этим подразумевается, что построение такого объекта потенциально осуществимо, т. е. что мы владеем способом его построения. Это конструктивное понимание высказываний о существовании отличается от клас­сического. В конструктивной математике и логике иной является и трактовка дизъюнкции, которая понимается как осуществи­мость указания ее верного члена. “Осуществимость” означает потенциальную осуществимость конструктивного процесса, да­ющего в результате один из членов дизъюнкции, который должен быть истинным. Классическое же понимание дизъюнкции  не предполагает нахождения ее истинного члена.

Новое понимание логических связок требует новой логики.  Мы считаем утверждение А. А. Маркова о неединственности  логики верным и весьма глубоким: “В самой идее неединственности логики, разумеется, нет ничего удивительного. В самом деле, с какой стати все наши рассуждения, о чем бы мы ни рас­суждали, должны управляться одними и теми же законами? Для этого нет никаких оснований. Удивительным, наоборот, было бы, если бы логика была единственна”'.

В конструктивную математическую логику А. А. Марков вво­дит понятие “разрешимое высказывание” и связанное с ним по­нятие “прямое отрицание”. В логике А. А. Маркова имеется и другой вид отрицания - усиленное отрицание, относящееся к так называемым полуразрешимым высказываниям.

Кроме материальной и усиленной импликации, при становле­нии истинности которых приходится заботиться об истинности посылки и заключения, А. А. Марков вводит дедуктивную имп­ликацию, определяемую по другому принципу. Дедуктивная импликация “если *А*, то *В”* выражает возможность выведения *В* из *А* по фиксированным правилам, каждое из которых в применении к верным формулам дает верные формулы. Всякое высказывание, выводимое из истинного высказывания, будет истинным.      :

Через дедуктивную импликацию А. А. Марков определяет редукционное отрицание *(reductioadabsurdum).* Редукционное отрицание высказывания *А* (сформулированного в данном языке) понимается как дедуктивная импликация “если *А,* то *Л”,* где через *Л* обозначен абсурд. Это определение отрицания соответству­ет обычной практике рассуждений математика: математик отрицает то, что можно привести к абсурду. Для установление истинности редукционного отрицания высказывания не требуется вникать в его смысл. Высказывание, для которого установлена  истинность редукционного отрицания, не может быть истинным.

Эти три различных понимания отрицания не вступают в конф­ликт друг с другом, они согласованы, что, по мнению А.А. Марко­ва, даст возможность объединить все эти понимания отрицания.

Показательно такое обстоятельство. А. А. Марков строит свои конструктивные логические системы для обоснования конструктивной математики таким образом, что у него получается не одна за­конченная система, а целая иерархия систем. Это система языков Я0, Я1, Я2, Я3*,,* Я4 *,* Я5*,...,* Яn (где *п -* натуральное число) и объемлю­щего их языка Яw; после Яw строится язык Яw '.

Итак, мы склонны думать, что развивающуюся конструктивную логику и математику невозможно вместить в одно формальное ис­числение, для этого нужна система, состоящая из целой иерархии систем, в которой будет иерархия отрицаний.

Проблемами конструктивной логики и теории алгоритмов за­нимается также математик Н. М. Нагорный.

**§ 5. Многозначные логики**

В многозначных логиках число значений истинности аргу­ментов и функций для высказываний может быть любым конеч­ным (больше двух) и даже бесконечным. В настоящем параграфе используются так называемая польская запись, которую приме­нял Лукасевич, и обычная, применяемая в двузначной логике: от­рицание обозначается через *Nx* или*,* конъюнкция - через *Кху* или *х* v *у,* нестрогая дизъюнкция - через *Аху* или *х* v*у,* матери­альная импликация - через *Сху* или *х→* *у.* Значение функции от аргумента а записывается так: *[а]. Тавтологией* (или общезначи­мой, или законом логики, или тождественно-истинной) называется формула, которая при любых комбинациях значений входя­щих в нее переменных принимает выделенное (или отмеченное) значение; как правило, это значение “истина” (чаще всего в рас­сматриваемых системах “истина” обозначается цифрой 1).



Развитие многозначных логик подтверждает мысль, что истина всегда конкретна, а также положение об относитель­ном характере конкретно-научных знаний: то, что является тождественно-истинным в одной логической системе, не ока­зывается тождественно-истинным в другой.

**Трехзначная система Лукасевнча**

Трехзначная пропозициональная логика (логика высказыва­ний) была построена в 1920 г. польским математиком и логи­ком Я. Лукасевичем (1878-1956)'. В ней “истина” обозначает­ся 1, “ложь” - 0, “нейтрально” – 1/2. В качестве основных функ­ций взяты отрицание *(Nx)* и импликация *(Сху);* производными являются конъюнкция *(Кху)* и дизъюнкция *(Аху).* Тавтология принимает значение 1.



Отрицание и импликация соответственно определяются мат­рицами (таблицами) так:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Импликация Лукасевича | | | |
| X    \  y | 1 | 1/2 | 0 |
| 1 | 1 | 1*/*2 | 0 |
| 1/2 | 1 | l | 1/2 |
| 0 | 1 | l | 1 |

**Отрицание Лукасевича**

|  |  |
| --- | --- |
| *х* | *Nx* |
| 1 | 0 |
| 1/2 | 1/2 |
| 0 | 1 |

[*Nx*] *=*1*-*[*x*]

Конъюнкция определяется как минимум значений аргумен­тов: [*Кху*] *=* min ( [*х*]*,*[*у*]*);* дизъюнкция - как максимум значений *х* и *у*[*Аху*]=*таx*([*х*]*,*[*у*]*).*

Пользование таблицей для импликации Лукасевича, выражен­ной в форме *х* → *у,* происходит так. Слева в первой колонке на­писаны значений для ***х,*** а сверху - значения для *у*. Возьмем, напри­мер [*х*] = 1/2 (т. е. значение для *х*, равное 1/2 ), а [*у*] *=* 0*,* получаем импликацию 1/2→  0. На пересечении получаем результат 1/2 .

Если в формулу входит одна переменная, как, например, в случае формулы  *a* , то таблица истинности для этой форму­лы, включающая все возможные значения истинности, или ложности, или неопределенности ее переменной в таблице, будет состоять из 3' = 3 строки; при двух переменных в таблице будет 32 *=* 9 строк; при трех переменных в таблице имеем З3 = 27 строк; при *n* переменных будет 3*n* строк.



Покажем, как происходит доказательство для формул *a*(закон исключенного третьего) и для  ( закон непротиворе­чия), содержащих одну переменную, т. е. а. В таблице будет всего 3' = 3 строки.



|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *a* |  | *a* | *a ^* |  |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1/2 | 1/2 | 1/2 | 1/2 | 1/2 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |

Для доказательства формулы *a*  используем знание о том, что дизъюнкция берется по максимуму. В третьей колонке, со­ответствующей *a,* видим, что вместе со значениями 1 есть значение 1/2 . Следовательно, эта формула не есть закон логики. Аналогично строятся колонки 4 и 5, только соблюдая условие, что конъюнкция берется по минимуму значений. Формула также не является законом логики.



Теперь посмотрим, является ли законом логики формула *(х → (^ у))* *→,* содержащая две переменные *х* и *у* В таблице будет З2 = 9 строк. Распределение значений истинности для *х* и *у* показано в первой и второй колонках.



Вывод: так как в последней колонке встречается два раза зна­чение неопределенности (т. е. 1/2), то данная формула не является законом логики.

На основе данных определений отрицания, конъюнкции и дизъ­юнкции Лукасевича не будут тавтологиями (законами логики) за­кон непротиворечия и закон исключенного третьего двузначной логики. В системе Лукасевича не являются тавтологиями и отри­цания законов непротиворечия и исключенного третьего дву­значной логики. Поэтому логика Лукасевича не является отрица­нием двузначной логики. В логике Лукасевича тавтологиями являются: правило снятия двойного отрицания, все четыре пра­вила де Моргана и правило контрапозиции: *а* → *b*  →. Не являются тавтологиями правила приведения к абсурду двузначной логики; *(х* → ) →  и *(х*→ (^ *у))* →  (т. е. если из *х* вы­текает противоречие, то из этого следует отрицание *х).* Это было доказано (см. таблицу 3).



**Таблица 3**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | *у* |  |  | ^ *y* | *x*→(^*y)* | *(x*→ *(^у))* → |
| 1 | 1 | *0* | *0* | *0* | *0* | 1 |
| 1 | 1/2 | 0 | 1/2 | 1/2 | 1/2 | 1/2 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1/2 | 1 | 1/2 | 0 | 0 | 1/2 | 1 |
| 1/2 | 1/2 | 1/2 | 1/2 | 1/2 | 1 | 1/2 |
| 1/2 | 0 | 1/2 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1/2 | 1 | 1/2 | 1/2 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |

В системе Лукасевича не являются тавтологиями и некото­рые формулы разделительно-категорического силлогизма с не­строгой дизъюнкцией.

Все тавтологии логики Лукасевича являются тавтологиями в двузначной логике, ибо если отбросить значение 1/2, то в логике

Лукасевича и в двузначной логике определение функций конъюнкции, дизъюнкции, импликации и отрицания соответст­венно совпадут. Но так как в логике Лукасевича имеется третье значение истинности –1/2, то не все тавтологии двузначной ло­гики являются тавтологиями в логике Лукасевича.

**Трехзначная система Гейтинга**

В двузначной логике из закона исключенного третьего выво­дятся: 1***)*** *→х*; 2) *х****.*** Исходя из утверждения, что истин­ным является лишь второе, нидерландский логик и математик А. Рейтинг (1898-1980) разработал трехзначную пропозицио­нальную логику. В этой логической системе импликация и от­рицание отличаются от определений этих операций у Лукасеви­ча лишь в одном случае. “Истина” обозначается 1, “ложь” - 0, “неопределенность” *-*1/2*.* Тавтология принимает значение 1.



**Импликация Гейтинга**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *x* \  *y* | 1 | ? | 0 |
| 1 | 1 | ? | 0 |
| ? | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |

**Отрицание Гейтинга**

|  |  |
| --- | --- |
| *x* | *Nx* |
| 1 | 0 |
| ? | 0 |
| 0 | 1 |

Конъюнкция и дизъюнкция определяются обычным способом как минимум и максимум значении аргументов.

Если учитывать лишь значения функций 1 и 0, то из матриц системы Гейтинга вычленяются матрицы двузначной логики.

 этой трехзначной логике закон непротиворечия является тавто­логией, но ни закон исключенного третьего, ни его отрицание тав­тологиями не являются. Оба правильных модуса условно-категорического силлогизма, формула (*х* → *у)* → (), правила де Моргана и закон исключенного четвертого (*x)*- тавтологии.



Хотя по сравнению с логикой Лукасевича в матрицах отрица­ния и импликации Рейтингом в его системе были произведены небольшие изменения, результаты оказались значительными: в системе Рейтинга являются тавтологиями многие формулы классического двузначного исчисления высказываний.

***т*-значиая система Поста (*Рт )***1

Система американского математика и логика Э. Л. Поста (1897- 1954) является обобщением двузначной логики, ибо при *т* = 2 в качестве частного случая мы получаем двузначную логику. Значения истинности суть 1, 2, ..., *т* (при *т 2),* где *т -*конечное число. Тавтологией является формула, которая всегда принимает выделенное значение, лежащее между 1 и *т -* 1, вклю­чая их самих.



Пост вводит два вида отрицания *(N1x* и *N2х)* соответственно называемые циклическим и симметричным. Они определяются путем матриц и посредством равенств.

Первое отрицание определяется двумя равенствами:

1. [*N1x*]=[*x*]+1 при [*х*] *т-*1*.*



2*.* [*N1m*]=1.

Второе отрицание определяется одним равенством:

[*N 2 x*]=*m*-[*x*]+1

Характерной особенностью двух отрицаний Поста является то, что при *т* = 2 эти отрицания совпадают между собой и с отрицанием двузначной логики, что подтверждает тезис: многозначная система Поста есть обобщение двузначной логики.

*Этапы развития логики как науки и основные* *направления современной символической логики*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *X* | *N 1x* | *N 2 x* |
| 1 | 2 | *m* |
| 2 | 3 | *m –* 1 |
| 3 | 4 | *m –*2 |
| 4 | 5 | *m –* 3 |
| . | . | . |
| . | . | . |
| . | . | . |
| *m –* 1 | *m* | 2 |
| *m* | 1 | 1 |

Конъюнкция и дизъюнкция определяются соответственно как максимум и минимум значений аргументов. При указанных опре­делениях отрицания, конъюнкции и дизъюнкции обнаруживается, что при значении для *х,* большем двух, законы непротиворечия и исключенного третьего, а также отрицание этих законов не явля­ются тавтологиями.

Трехзначная система Р3 Поста имеет следующую указанную в таблицах форму. В этих таблицах приняты обозначения, введенные Постом при *m* = 3: первое отрицание обозначается через ( ~ 3 *р ),* второе отрицание - через ( 3 *р*), конъюнкция через (*р.3* *р*),  дизъюнкция - через



рv3 *р*), импликация - через (*р* 3 *q*), эквиваленты - через ( *р* 3 *q* ).



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ***р*** | ~3 *p* | ?3 *p* |
| 1 | 2 | 3 |
| 2 | 3 | 2 |
| 3 | 1 | 1 |
| Пояснения | Первое отрицание | Второе отрицание |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *q \ p* | *р.3q* | | | *рv3q* | | | | | *р* 3*q* | | | | *р* 3 *q*  . | | | |  |
| 1 | 2 | 3 | | 1 | 2 | 3 | | | 1 | 2 | 3 | | 1 | 2 | 3 | |
| 1 | 1 | 2 | 3 | | 1 | 1 | 1 | | | 1 | 2 | 3 | | 1 | 2 | 3 | |
| 2 | 2 | 2 | 3 | | 1 | 2 | 2 | | | 1 | 2 | 2 | | 2 | 2 | 2 | |
| 3 | 3 | 3 | 3 | | 1 | 2 | 3 | | | 1 | 1 | 1 | | 3 | 2 | 1 | |
| Пояснения | max(p,q) | | | min(p,q) | | | | (3 *р) v3q* | | | | | (*р* 3*q)^3(qp)* | | | |  |

Если в качестве значений истинности взяты лишь 1 “истина” и 3 “ложь”, то из таблиц системы Р3 Поста вычленяются табли­цы для отрицания, конъюнкции, дизъюнкции, импликации и эквиваленции двузначной логики.

В системе Р3 тавтология принимает значение 1; закон ис­ключенного третьего не является тавтологией ни для первого, ни для второго отрицания Поста, но является тавтологией закон исключенного четвертого для первого отрицания.

**Две бесконечнозначные системы Гетмановой:**

**“Логика истины” и “Логика лжи”**

*Бесконечнозначная “Логика истины” как обобщение многозначной системы Поста*

Исходя из *т*-значной системы Э. Л. Поста автор этого учебника А. Д. Гетманова построила бесконечнозначную систему *Gxo.* J В ней значениями истинности являются: 1 (“истина”), 0 (“ложь”) и все дробные числа в интервале от 1 до 0, построен­ные в форме (1/2)k и в форме (1/2)k\*(2k - 1), где *k*-целочислен­ный показатель. Иными словами, значениями истинности являются: 1, 1/2 ,  1/4, 3/4 , 1/8, 7/8, 1/16, 15/16,….., (1/2)k, (1/2)k\*(2k-1),….,0.

Операции: отрицание, дизъюнкция, конъюнкция, импликация и эквиваленция в *Gxo*- определены следующими равенствами:

1. Отрицание: [х0 *р*]=1-[*p*]



2. Дизъюнкция: [*р* v х0 *q* ] = max([*p*], [*q*]).

3. Конъюнкция: [*р* х0*q*] = min([*p*],[*q*j).



4. Импликация: [*р* = х0х0 *q*] *=* [х0 *p* v*q*]*.*



*5.* Эквиваленция: [*р*  х0*q*] = [(*р*  х0*q*)  х0 (*q* х0 *р*)]



Отрицание в системе G*xo* является обобщением второго (симметричного) отрицания *т*-значной логики Поста. Посредст­вом именно этого отрицания строятся конъюнкция, импликация и эквиваленция в системе *Gхо .* Система *Gхо ,* построенная пред­ложенным способом, имеет множество тавтологий. (Тавтология принимает значение 1).

Тавтологии в бесконечнозначной “Логике истины” (т. е. в *Gхо)* являются тавтологиями в двузначной логике, ибо *Gхо* является обоб­щением системы Р Поста, а последняя есть обобщение двузначной логики. Из системы *Gхо* вычленяются *G3 ,G4 .,G5,G6,...,Gn* ,т.е. любая конечнозначная “Логика истины”.

*Об интерпретации системы Gхо*

В системе *Gхо* между крайними значениями истинности: 1 (“истина”) и 0 (“ложь”) лежит бесконечное число значений истинности: 1/2*,*1/4*,*3/4,1/8, 7/8 и т. д. Процесс познания осуществляется таким образом, что мы идем от незнания к знанию, от неполного, неточного знания к более полному и точному, от от­носительной истины к абсолютной. Абсолютная истина (в узком смысле) складывается из бесконечной суммы относитель­ных истин. Если значению истинности, равному 1, придать семантический смысл абсолютной истины, а значению 0 - зна­чение лжи (заблуждения, отсутствия знания), то промежуточ­ные значения истинности отразят процесс достижения абсолют­ной истины как бесконечный процесс, складывающийся из познания относительных истин, значениями которых в системе *Gхо* являются 1/2*,*1*/*4*,*3/4,1/8, 7/8 и т. д. Чем ближе значение истин­ности переменных (выражающих суждения) к 1, тем большая степень приближения к абсолютной истине. Так осуществляет­ся процесс познания: от незнания к знанию, от явления к сущно­сти, от сущности первого порядка к сущности второго порядка и т. д. Этот бесконечный процесс познания и отражает бесконечнозначная система *Gхо,* построенная автором как обобще­ние двузначной классической логики, характеризующей процесс познания в рамках оперирования лишь предельными значения­ми истинности - “истина” и “ложь”. Такова семантическая ин­терпретация системы *Gхо* (“Логика истины”), вскрывающая ее роль в процессе познания истины

*Методологические проблемы*

*применения многозначных логик для моделирования систем с наличием элемента неопределенности. (О применении многозначных логик в социологии).*

Многозначные логики используются при моделировании си­стем с наличием элемента неопределенности. Простейшим при­мером применения трехзначной логики является голосование:

“за”, “против”, “воздержался” или ответы на вопросы: “да”, “нет”, “затрудняюсь ответить”.

Более сложной методологической проблемой является примене­ние многозначных логик при построении социологических анкет. Обычно дается ряд ответов на один вопрос. Ответы формулиру­ются приблизительно так: “да”, “нет”, “скорее да, чем нет”, “ско­рее нет, чем да”, “удовлетворен в значительной степени”, “мало удовлетворен” и т. д. Все эти ответы включают значительный эле­мент неопределенности, что затрудняет выявление мнения людей в ходе социологического опроса (или анкетирования).

Автор считает возможным использовать многозначные логики с различными значениями истинности, т. е., например, 6-ти, или 8-ми, или 9-ти, или 12-значные логики. Составляющий анкету соци­олог должен предлагать конкретные значения истинности суждений, т. е. предусмотреть точные оценки, которые даст сам человек, рабо­тающий с анкетой. Например, в 9-значнои логике значениями ис­тинности будут следующие: 1,15/16,7/8,3/4,1/2 ,1/4 ,1/8, 1/16, 0.

Если человек, например, при ответе на вопрос: “Удовлетво­рен ли он своим трудом?” им полностью удовлетворен, то в соответствующем разделе он напишет 1, если же он полностью не удовлетворен, то напишет значение 0. Если он почти удовле­творен (согласен), то напишет либо 15/16 либо 7/8; если же он почти не удовлетворен, то напишет 1/16 или 1/8. Если он не знает ответа или думает неопределенно, то напишет 1/2.

При обработке информации на ЭВМ на основе данных *число­вых характеристик* ответов можно получить более точные зна­ния о мнении в репрезентативной выборке любого вида (стихий­ной, квотной, вероятностной и других, когда применяется непол­ная индукция) или во всей генеральной совокупности (т. е. при сплошном обследовании, когда применяется полная индукция).

*Бесконечнозначная система Fхо - “Логика лжи”*

Аристотель охарактеризовал ложь так: ложное говорит тот, “кто думает обратно тому, как дело обстоит с вещами”'. Ложь может быть не только измышлением о том, чего не было, но и сокрытием или отрицанием того, что было. Ложь бывает непреднамеренной (паралогизм) или преднамеренной (софизм). В мышлении ложь формулируется в виде суждений. Иногда понятие “ложь” упо­требляется как синоним понятия “заблуждение”. Ведь и ложь, и заблуждение - формы неистинного знания. Причины возникнове­ния заблуждений сходны с теми, которые порождают ложь: огра­ниченность общественно-исторической практики, абсолютизация отдельных моментов процесса познания, нарушение логических правил доказательств, человеческие эмоции, догматический стиль мышления и др. Однако в отличие от лжи заблуждение выступает как неотъемлемый момент процесса познания, диалектически связанный с истиной.

Существует специфика логического подхода к понятию “ложь”. В двузначной логике отрицание истинного суждения дает лож­ное суждение и наоборот. Сложнее обстоит дело в многозначных логиках. В трехзначных логиках имеется три значения истинно­сти: “истина”, “ложь”, “неопределенно”; при этом неистинное суждение может быть как ложным суждением, так и неопреде­ленным. В *т*-значной логике Поста допускается *т* значений ис­тинности, предельными из которых являются “истина” и “ложь”. В бесконечнозначной “Логике истины” *Gхо* между 1 и 0 лежит бесконечное число значений истинности.

Автор построила бесконечнозначную систему “Логики лжи” -*Fxo* (от англ. *false -* ложь), которая отражает бесконечный процесс познания, идущий от незнания не к истине, а к заблуждению. В результате человек приходит к ложным суждениям - в юридичес­кой деятельности (неверно построенные версии в процессе рассле­дования преступления), медицинской практике (постановка оши­бочного диагноза), в научном творчестве (выдвижение ложных ги­потез) и других сферах человеческой деятельности. Степень заблу­ждения бывает различной и может доходить до абсурда. Причем процесс возможного заблуждения потенциально бесконечен, что отражено в системе *Fхо .*

Система *Fхо* имеет свою интерпретацию. Ее значения истин­ности отражают степень заблуждения, возникшего в результате либо умышленной дезинформации, либо незнания, либо непра­вильного истолкования результатов эксперимента, либо допуще­ния логических ошибок, либо по другим причинам.

Значениями истинности в “Логике лжи” являются: - 1 (ложь, заблуждение), 0 (незнание, отсутствие знания) и все дробные числа в интервале от 0 до - 1, построенные по определенной форме. То есть:

- 1, - 1/2, - 1/4 , - 3/4, - 1/8, - 1/16, - 15/16,.... - (1/2)k, - (1/2)k \**(*2*k -* 1),..., 0

(где *k -* натуральное число).

Логические операции в *Fхо* определены следующими равенствами:

1. Отрицание: [u x0 *р*]= *-* 1- [*р*] = - (1+[*p*])

*2.* Дизъюнкция: [*px0 q*]=max([*p*],[*q*]).



3. Конъюнкция: [*p*&*x0 q*]=min([*p*],[*q*]).

4. Импликация: [*р* →*px0 q*]=[ u *x0p* *x0 q*]



*5.* Эквиваленция: [*р x0 q*] = [(*p*→*x0 q*  )&*x0* (*q*→*x0p*)].



Тавтология (закон логики) принимает значение 0. Например, тавтологией является правило снятия двойного отрицания.

Из бесконечнозначной системы *Fхо* вычленяются конечнозначные системы, *F2 ,F3 ,F4 ,….. Fn.*

Закон исключенного третьего, закон непротиворечия и их от­рицания в трехзначной “Логике лжи” *(Fхо)* не являются тавтоло­гиями, ибо в колонках, соответствующих этим формулам, присут­ствуют значения или –1/2 или как –1/2 *,* так как и - 1, а тавтоло­гией является формула, принимающая лишь значение 0. Если

эти законы не являются тавтологиями в трехзначной системе “Логика лжи”, то они не будут тавтологиями и в четырехзначной системе “Логика лжи” (*F4*) и в *F5,* и т. д. (т. е. в любой конечнозначной “Логике лжи”) и в бесконечнозначной “Логике лжи” *Fхо.*

Система *Fхо* и другая построенная автором бесконечнозначная логика *Gхо* в совокупности охватывают оба направления в процессе познания - как в сторону истины, так и, к сожалению, в сторону лжи, заблуждения.

**§ 6. Законы исключенного третьего и непротиворечия в неклассических логиках (многозначных, интуиционистской, конструктивных)**

В главе IV “Законы (принципы) правильного мышления” была проанализирована специфика действия закона исключенного треть­его при наличии “неопределенности” в познании, сделан вывод, что закон этот применяется там, где познание имеет дело с жесткой ситуацией: или - или, истина - ложь. Во многих неклассических логических системах формулы, соответствующие законам исклю­ченного третьего и непротиворечия, не являются тавтологиями.

Ниже приведена таблица (см. с. 430), в которой знаком “ + ” обозначено то, что в указанной логической системе закон не­противоречия и закон исключенного третьего, т. е. формулы  и  , являются тавтологиями (или выводимыми фор­мулами), и соответственно знаком “ - ”, когда не являются. Рас­смотрено, кроме того, отрицание закона непротиворечия, выражающееся формулой **,** и отрицание закона исключенного третьего, выражающееся формулой **.** В этих формулах име­ется в виду та форма отрицания, которая принята в указанной логической системе.



В интуиционистской и конструктивных логиках закон исклю­ченного третьего для бесконечных множеств “ не работает ”. Осу­ществимость в конструктивной математике понимается как потенциальная осуществимость конструктивного процесса, даю­щего в результате один из членов дизъюнкции, который должен

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Вид логической системы | Закон исключенного третьего  *a* | Закон  непротиворечия | Отрицание закона исключен­ного третьего | Отрицания  закона  непротиворечия | Формальное противоречие |
| 1. Двузначная классическая логика | + | + | - | *-* | - |
| 2. Трехзначная логика Лукасевича | - | - | - | *-* | - |
| 3. Трехзначная логика Рейтинга | - | + | - | *-* | - |
| 4.  Трехзнач-ная  логика Рейхенба-ха:  а)цикличе-ское отрицание | - | - | - | - | - |
| б) диаметраль-ное отрицание | - | - | - | - | - |
| в)  полное отрицание | + | + | - | - | - |
| 5.  *т*-значная логика Поста: а)первое отрицание | - | - | - | - | - |
| б)второе отрицание | - | - | - | - | - |
| 6. Конструктив-ная логика Маркова | - | + | - | - | - |
| 7. Конструктив-ная логика Гливенко | - | + | - | - | - |
| 8. Конструктив-ная логика Колмогорова | - | + | - | - | - |
| 9. Интуиционистская логика Гейтинга | - | + | - | - | - |

истинным. Но так как для бесконечных множеств нет алгоритма распознавания, что является истинным: а или *не-а,* то конструк­тивная логика отвергает закон исключенного третьего в преде­лах конструктивной математики.

Итак, из таблицы видно, что формула *a ,* соответствую­щая закону исключенного третьего, из рассмотренных 12 видов отрицания не является тавтологией, или доказуемой формулой, для 10 видов.



**Специфика закона непротиворечия    в неклассических логиках**

В результате исследования 9 формализованных логических систем выявлено, что из 12 приведенных видов отрицания для 7 видов закон непротиворечия является тавтологией (или дока­зуемой формулой), для остальных же 5 закон непротиворечия тавтологией (доказуемой формулой) не является. По сравнению с законом исключенного третьего закон непротиворечия более устойчив.

Закон непротиворечия не является тавтологией во многих мно­гозначных логиках. В классической, интуиционистской и кон­структивных логиках закон непротиворечия, наоборот, признается неограниченно действующим. Причина в том, что в многознач­ных логиках число значений истинности может быть как конеч­ным (большим 2), так и бесконечным. В логических системах, в которых отражена жесткая ситуация, “или - или” (истина - ложь), закон непротиворечия и закон исключенного третьего -тавтологии. Но это предельные случаи в познании (истина или ложь). Если же в процессе познания мы еще не достигли исти­ны или еще не опровергли какое-либо утверждение (доказав его ложность), то нам приходится оперировать не истинными или ложными, а неопределенными суждениями.

Классическая двузначная логика должна быть дополнена мно­гозначными логиками, в частности бесконечнозначной логикой, которая применима в процессе рассуждения об объектах, отража­емых в понятиях с нефиксированным объемом, и бесконечное число значений истинности которой лежит в интервале от 1 до 0. Совсем другие ситуации в познании отражены в конструктив­ных и интуиционистской логиках: конструктивный процесс или имеется (осуществляется), или его нет, но то и другое не может иметь места одновременно по отношению к одному и тому же кон­структивному объекту или процессу, поэтому закон непротиворе­чия в этих логиках действует неограниченно. В конструктивных логиках приняты абстракции, отличные от тех, которые приняты в многозначных логиках. В конструктивных и интуиционистской логиках принимаются лишь два знамения истинности - истина и ложь, доказуемо (выводимо) или недоказуемо (невыводимо), поэ­тому закон непротиворечия - выводимая формула.

Однако независимо от того, является ли закон непротиворе­чия в той или иной логической системе тавтологией или не яв­ляется, сами логические системы строятся непротиворечиво:

иными словами, метатеория (металогика) построения форма­лизованных систем подчиняется закону непротиворечия, иначе такие системы были бы бесполезными, так как в них было бы выводимо все что угодно - как истина, так и ложь.

Очень важным в гносеологическом и логическом плане резуль­татом является то, что закон непротиворечия и закон исключен­ного третьего нельзя опровергнуть, так как отрицание этих зако­нов ни в одной из известных форм, ни в одной из исследованных автором 18 логических системах не является тавтологией (или выводимой, доказуемой формулой), что свидетельствует об их фундаментальной роли в познании. Закон непротиворечия - один из основных законов правильного человеческого мышления - ус­тойчив, его нельзя опровергнуть и заменить другим, в противном случае стерлось бы различие в познании между истиной как его целью и ложью.

Многообразие логических систем свидетельствует о развитии науки логики в целом и ее составных частей, в том числе теории основных фундаментальных формально-логических законов - за­кона непротиворечия и закона исключенного третьего.

**§ 7. Модальные логики**

В классической двузначной логике рассматривались простые и сложные ассерторические суждения, т. е. такие, в которых не установлен характер связи между субъектом и предикатом, например: “Морская вода соленая” или “Дождь то начинал хле­стать теплыми крупными каплями, то переставал”.

В модальных суждениях раскрывается характер связи между субъектом и предикатом или между отдельными простыми суждениями в сложном модальном суждении. Например: “Необходимо, что металлы - проводники электрического тока” или “Если будет дуть попутный ветер, то, возможно, мы приплывем в гавань до наступления темноты”.

Модальными являются суждения, которые включают мо­дальные операторы (модальные понятия), т. е. слова “необхо­димо”, “возможно”, “невозможно”, “случайно”, “запрещено”, “хорошо” и многие другие (см. главу III, § 6 “Деление сужде­ний по модальности”). Модальные суждения рассматривают­ся в специальном направлении современной формальной ло­гики - в модальной логике.

Изучение модальных суждений имеет длительную и многогран­ную историю. Мы отметим лишь некоторые из ее аспектов. Мо­дальности в логику были введены Аристотелем. Термин “воз­можность”, по Аристотелю, имеет различный смысл. Возможным он называет и то, что необходимо, и то, что не необходимо, и то, что возможно. Исходя из понимания модальности “возможность”, Аристотель писал о неприменимости закона исключенного тре­тьего к будущим единичным событиям.

Наряду с категорическим силлогизмом Аристотель исследу­ет и модальный силлогизм, у которого одна или обе посылки и заключение являются модальными суждениями. Я. Лукасевич в книге “Аристотелевская силлогистика с точки зрения современ­ной формальной логики” две главы посвящает аристотелевской модальной логике предложений (гл. VI) и модальной силлоги­стике Аристотеля (гл. VIII)'. Аристотель рассматривает модаль­ную силлогистику по образцу своей ассерторической силлоги­стики: силлогизмы подразделяются на фигуры и модусы, неправильные модусы отбрасываются с помощью их интерпре­тации на конкретных терминах.

Согласно Аристотелю, случайность есть то, что не необхо­димо и не невозможно, т. е. *р -* случайно означает то же самое, что и *р -* не необходимо и *р -* не невозможно, но Лукасевич отмечает, что аристотелевская теория случайных силлогизмов полна серьезных ошибок2. Итог исследований Лукасевича та­кой: пропозициональная модальная логика Аристотеля имеет ог­ромное значение для философии; в работах Аристотеля можно найти все элементы, необходимые для построения полной систе­мы модальной логики; однако Аристотель исходил из двузначной логики', в то время как модальная логика не может быть двузнач­ной. К идее многозначной логики Аристотель подошел вплотную, рассуждая о “будущем мореном сражении”. Следуя Аристотелю, Лукасевич в 1920 г. построил первую многозначную (трехзнач­ную) логику. Так осуществляется связь модальных и многознач­ных логик.

Значительное внимание разработке модальных категорий уде­ляли философы в Древней Греции и особенно Диодор Крон, рас­сматривавший модальности в связи с введенной им временнбй переменной. В средние века модальным категориям также уделя­лось большое внимание. В XIX в. категорию вероятности разрабатывали Дж. Буль и П. С. Порецкий.

Возникновение модальной логики как системы датируется 1918г., когда американский логик и философ Кларенс Ирвинг Льюис (1883-1964) в работе “A Survey of Symbolic Logic” сформулировал модальное исчисление, названное им впослед­ствии S3.

В книге “Simbolic Logik”, написанной им совместно с К. Лэнгфордом в 1932 г., он сформулировал еще пять модальных логиче­ских систем, связанных с S3 и между собой. Это - системы S1, S2, S4, S5,S6.

Приведем описание модальной системы S12.

I. Исходные символы:

1. *р, q, r* и т. д. - пропозициональные переменные;

2. ~ *р -* отрицание *р*

3. *р\* q –* конъюнкция *p* и *q;*

*4****.*** *р q* ***-*** строгая импликация льюисовской системы;



5. *()*р- модальный оператор возможности (возможно *p*);

6. *р = q -* строгая эквивалентность, *р* = *q* равносильно (*рq)\*(qp)*



II. Аксиомы системы S1:

*1) p\*qq\*p;*



2) *p\*qp;*



3) *pp\*p;*



       4) *(p\*q)\*rp\*(q\*r),*



5) *р~ ~ р;*



*6)(pq)\*(qr) [pr};*



7) *p\*(pq) q.*



Аксиома 5 может быть выведена из остальных, как было по­казано позднее. Так как конъюнкция связывает “сильнее”, чем импликация, то скобки можно опустить или заменить их точка­ми; как это сделано у Льюиса.

III. Правила вывода S1:

1) Правило подстановки. Любые два эквивалентных друг дру­гу выражения взаимозаменимы.

2) Любая правильно построенная формула может быть подставлена вместо *р,* или *q.* или r и т. д. в любом выражении.

3) Если выводим о *р* и выводим о *q,* то выводимо *р • q .*

4) Если выводим о *р* и выводим о *р q ,* то выводимо *q.*



Льюис построил модальную пропозициональную логику S1 в виде расширения немодального (ассерторического) пропозицио­нального исчисления. При этом основные черты S1и других его исчислений были скопированы с формализованной логической системы Principia Mathematica Рассела и Уайтхеда, сформули­рованы с помощью понятий, только терминологически отличаю­щихся от понятий, использованных в Principia Mathematica. Кро­ме Рассела и Уайтхеда, идеи классической логики развивали многие современные математические логики, например, амери­канский логик и математик С. Клини'. Исчисления Льюиса построены аксиоматически по образцу Principia, и по аналогии с Principia Льюис доказывает ряд специфических теорем.

В классической двузначной логике логическое следование отождествляется с материальной импликацией и допускают­ся такие формы вывода:

*p→ (q→p).*         (1)

т. е. истинное суждение следует из любого суждения (“исти­на следует откуда угодно”),

*p→(→q)* (2)



т. е. из ложного суждения следует любое суждение (“из лжи сле­дует все, что угодно”). Это противоречит нашему содержательно­му, практическому пониманию логического следования, поэтому данные формулы, как и некоторые другие, и соответствующие им принципы логического следования называются парадоксами ма­териальной импликации.

Льюис создал свои новые системы с целью избежать этих парадоксов и ввести новую импликацию, названную им “стро­гой импликацией”, такую, чтобы логическое следование представлялось не чисто формально, а по смыслу (содержатель­но) и новая импликация была ближе к связке естественного язы­ка “если, то”. В строгой импликации Льюиса *рq* невозможно утверждать антецедент, т. е. *р,* и отрицать консеквент, т. е. *q 1.*



В системах Льюиса были устранены парадоксы материаль­ной импликации, т.е. формулы (1) и (2) стали невыводимыми, но появились парадоксы строгой импликации. К ним относятся, например, такие формулы:

(~ () ~*p)(q* *p)* (3)



 (~ () *p)*  (*p* *q)* (4)



Итак, отождествлять строгую импликацию Льюиса со следова­нием нельзя.

С целью исключить парадоксы строгой импликации Льюиса немецкий математик и логик Ф. В. Аккерман (1896 -1962) по­строил свою систему модальной логики. Он ввел так называемую сильную импликацию, которая не тождественна строгой имплика­ции Льюиса, и модальные операторы Аккермана и Льюиса также не являются тождественными. Аккерман все логические терми­ны и модальные операторы определяет через сильную импликацию так: *NA* равносильно →?, *МА* равносильно*.* Здесь *А -* любая правильно построенная формула системы Аккермана; *N-* оператор необходимости; *М-* оператор возможности; -от­рицание *A*; → обозначает сильную импликацию; **-**логическая постоянная, обозначающая “абсурдно”. Эта постоянная в свою очередь определяется так: *А&****,*** где *&* обозначает конъюнк­цию. И последняя формула читается так: из противоречия, т. е. *А* и *не-А,* следует абсурд. В системе Аккермана не выводятся фор­мулы, структурно подобные парадоксам материальной или строгой импликации.



Системы Льюиса и Аккермана являются бесконечнозначными. В отличие от этих систем первоначально построенные сис­темы Лукасевича являются конечнозначными: одна - трехзначная (1920), другая - четырехзначная (1953). В четырехзначной системе Лукасевича1 также обнаружены парадоксы. Главный из них состоит в том, что ни одно аподиктическое предложение не истинно, т. е. ни одно суждение вида L (где L обозначает не­обходимость, а *-* любая формула) не является истинным. Это означало бы, что необходимых суждений нет, т. е. модальный оператор “необходимо” упраздняется. Лукасевич пишет: “Лю­бое аподиктическое предложение должно быть отброшено”2. Сам Лукасевич считал это достоинством своей системы, а понятие “необходимость” - псевдопонятием. С такой точкой зрения, ко­нечно, согласиться нельзя.



Интерпретации модальных логик различны. Известный авст­рийский философ и логик Р. Карнап (1891-1970) пытался ин­терпретировать модальные понятия (операторы) с помощью так называемой теории “возможных миров”, в которой допускается наличие множества “миров”, один из которых -действительный, реальный мир, а остальные - возможные миры. Необходимым объ­является то, что существует во всех мирах, возможным - то, что существует хотя бы в одном.

Р. Карнап в 1946 г., используя понятие “описание состояния”, предложил интерпретацию модальных операторов, в основе кото­рой лежала идея различия возможного и действительного мира.

В ином направлении шел финский логик Я. Хинтикка. Крити­чески переосмыслив введенное Карнапом понятие “описание состояния”, он разработал технику “модальных множеств”, т. е. миров (1957), - оригинальную семантическую концепцию возмо­жных миров. Разработка семантики возможных миров для мо­дальных логик продолжается.

Разнообразными проблемами модальной логики занимается американский логик Р. Фейс'.

В настоящее время разработаны многие виды модальностей, ко­торые отражены в таблице, помещенной на с. 97 данного учебника.

Теорией модальных логик и построением новых модальных логических систем активно занимаются логики А. А. Ивин, Я. А. Слинин, Б. С. Чендов,0. Ф. Серебряников, В. Т. Павлов и др.

**§ 8. Положительные логики**

Положительные логики (сокращенно - ПЛ) - это логики, по­строенные без операции отрицания. Их можно разделить на два вида:

1) ПЛ в широком смысле слова, или квазипозитивные логи­ки. Они построены без операции отрицания, но отрицание мо­жет быть выражено средствами их логических систем;

2) ПЛ в узком смысле слова. Они построены без операции от­рицания, и отрицание не может быть выражено в их системах.

Можно предложить классификацию ПЛ и по другому основа­нию: числу логических операций, на котором построена ПЛ.

Квазипозитивными логиками, построенными на одной опе­рации, являются логика, построенная на операции “штрих Шеффера” (антиконъюнкция), и логика, основанная на операции ан­тидизъюнкции. Квазипозитивная логика, построенная на опе­рации антидизъюнкции, которая соответствует сложному союзу “ни..., ни...” и обозначается *аb* (“ни *а,* ни *b),* таблично опре­делена так:



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *а* | *b* | *ab* |
| И | И | Л |
| И | Л | Л |
| Л | И | Л |
| Л | Л | И |

Ряд квазипозитивных логик основан на двух операциях. ПЛ в узком смысле, основанными на одной операции, являются импликативная логика, основанная на операции импликации, и логика, построенная на операции эквиваленции. Ряд ПЛ осно­ван на двух операциях:

а) на импликации и конъюнкции;

б) на дизъюнкции и конъюнкции;

в) на импликации и дизъюнкции.

ПЛ (в узком смысле) является подсистемой (частичной си­стемой) более сильных логик - интуиционистской и классиче­ской. Все утверждения ПЛ имеют силу как в интуиционистской логике, так и в классической логике. Внутри самих ПЛ также имеются различные по силе системы. Так, импликативная логи­ка, включающая две аксиомы, слабее, чем ПЛ, включающая, кроме этих двух, аксиомы, характеризующие конъюнкцию и дизъюнкцию. Аксиоматическое построение подтверждает это со­отношение: самой сильной является классическая логика, слабее интуиционистская, еще слабее ПЛ.

*Общим* для ПЛ в широком и узком смыслах является то, что среди логических констант этих систем нет операции отрицания.

*Отличия* этих систем следующие:

1) в квазипозитивных логиках операция отрицания выразима средствами этой логики, а в ПЛ в узком смысле операция отрица­ния не выразима;

2) квазипозитивные логики являются моделями классической логики, т.е. они эквивалентны классической логике высказыва­ний, а ПЛ в узком смысле не эквиваленты классической логике, являясь ее подсистемами (частичными системами), следователь­но, они слабее классической логики высказываний.

Роль ПЛ в искусственных языках весьма значительна. Особен­но это касается конструктивной логики А. А. Маркова, которая строится на иерархии языков. В алфавите языка Я1, нет отрица­ния, и в нем нельзя выразить отрицание, ибо нет импликации. Марковым был построен язык Я1, который хотя и узок, но приспо­соблен для описания работы нормальных алгоритмов. Этот язык пригоден для выражения некоторых отношений между словами, встречающимися в чистой семиотике и в теории алгоритмов. С помощью языка Я1, (языка без отрицания) можно дать описа­ние работы различных алгоритмов - и в этом состоит важное значение языка без операции отрицания.

Логическая система без операции логического отрицания нахо­дит свое применение при построении машинных программ. Но если взять искусственные языки - такие, как ФОРТРАН или КОБОЛ, которые позволяют воспользоваться высокоэффективным спосо­бом программирования, то в их состав, кроме логического сложе­ния и логического умножения, входит и логическое отрицание, со­ответствующее частице “не” и обозначаемое знаком “ u  ”. Все инструкции о том, как произвести сборку замков, мебели, по ис­пользованию машин, инструментов, технических приборов и т. п. основаны на содержательном (не формализованном) использова­нии ПЛ.

**§ 9. Паранепротиворечивая логика**

Эта логика представляет одно из направлений современной неклассической математической логики. Объективной основой появления паранепротиворечивых логик является стремление отразить средствами логики специфику мышления человека о переходных состояниях, которые наряду с устойчивостью и от­носительным покоем наблюдаются в природе, обществе и поз­нании. В природе и обществе происходят изменения, предме­ты и их свойства переходят в свою противоположность, поэтому нередки переходные состояния, промежуточные ситуации, не­определенность в познании, переход от незнания или неполно­го знания к более полному и точному. Действие законов дву­значной логики - закона исключенного третьего и закона непротиворечия - в этих ситуациях ограничено или вообще исключено. На необщезначимость этих законов указывал еще Ари­стотель. Говоря о будущих единичных случайных событиях, по Аристотелю, нельзя считать суждение истинным или ложным, оно неопределенно.

Закон непротиворечия утверждает, что два противоположных суждения не могут быть истинными в одно и то же время и в одном и том же отношении. Но в разное время они могут быть оба истинными. Аристотель писал: “Все изменяющееся необхо­димо должно быть делимым... необходимо, чтобы часть изменя­ющегося предмета находилась в одном (состоянии), часть - в дру­гом, так как невозможно сразу быть в обоих или ни в одном”'.

Вследствие неопределенности интервалов и неопределенности состояний изменяющегося предмета предполагается временная ин­тервальная Паранепротиворечивая семантика, допускающая истин­ность как высказывания *А,* так и *не-А.* Кроме временных интер­валов с переходными состояниями, наше мышление имеет дело с так называемыми нечеткими понятиями (нежесткими, расплывча­тыми, размытыми *–fuzzy),* отражающими нежесткие множества, концепция которых предложена в 1965 г. американским математи­ком Л. Заде2. Все это обусловило необходимость и возможность появления паранепротиворечивых логик (paraconsistent logics) -логических исчислений, которые могут лежать в основе противо­речивых формальных теорий. Противоречивые данные возника­ют на судебных заседаниях, в дискуссиях, полемике, при поста­новке диагноза болезни, в научных теориях (прежних и новых), в ситуациях, связанных с решением нравственных проблем, в дру­гих сферах интеллектуальной деятельности. В связи с этим встала проблема создания информационной системы, работающей с про­тиворечивыми данными.

Предшественниками паранепротиворечивой логики как нового вида неклассичесиой формальной логики явились логики Н. А. Ва­сильева и Я. Лукасевича. Как новый вид математической логики паранепротиворечивая логика разрабатывалась в работах польско­го логика Ст. Яськовского (1948) и бразильского математика Нью­тона да Коста (начиная с 1958 г.) История паранепротиворечивой логики изложена бразильским логиком А. И. Аррудой в работе “Об­зор паранепротиворечивой логики. Математическая логика в Ла­тинской Америке”'.

В паранепротиворечивых системах принцип (закон) непротиво­речия лишен всеобщей значимости. Логике не присущи ни единст­во, ни абсолютность - эту мысль мы встречаем у многих совре­менных логиков, в том числе у Н. да Косты. В статье, написанной специально для журнала “Философские науки”, “Философское значение паранепротиворечивой логики” Н. да Коста пишет: “До­пустим, что имеющийся у нас язык дедуктивной теории *Т* содер­жит в себе символ отрицания. *Т* называют противоречивой (in­consistent) теорией, если и только если в *Т* имеются две теоремы, одна из которых есть отрицание другой; в противоположном слу­чае *Т* считается непротиворечивой (consistent). *Т* считают триви­альной, если и только если все формулы (или все высказывания [sentences]) языка *Т* являются также теоремами *Т;* в противном случае мы называем *Т* нетривиальной... Система логики паранепротиворечива, если она может быть использована как логика, лежащая в основе противоречивых, но нетривиальных теорий”2. Н. да Коста полагает, что вместо стандартных теорий множеств могут быть использованы паранепротиворечивые теории мно­жеств. Система паранепротиворечивой логики в общем случае должна удовлетворять следующим условиям:

1) из двух противоречащих формул *А* и u *А* в общем случае нельзя вывести произвольную формулу *В;*

2) дедуктивные средства классической логики должны быть максимально сохранены, поскольку они - основа всех обычных рассуждений. В первую очередь должен быть сохранен modus poaens, т. е. рассуждение по формуле ((*а* > *b)^ а)* > *b.*

Паранепротиворечивая логика связана со многими видами не­классических логик: с модальной логикой (системой S5 К. И. Льюиса), с многозначными логиками, с релевантной логи­кой, где тоже не принимается принцип: из противоречия следует все, что угодно'.      Исследование многозначных логик показало, что закон непротиворечия, т. е. формула ***,*** не является тавтологи­ей в следующих системах: трехзначных логиках - Я. Лукасевича, Г. Рейхенбаха (для циклического и диаметрального отрицаний), Р. П. Гудстейна, Д. Бочвара (для внутреннего отрицания); *т*-значной логике Э. Л. Поста. Автор этого учебника исследовала 13 фор­мализованных логических систем с 17 имеющимися в них вида­ми отрицания и установила, что для 10 видов закон непротиворечия является тавтологией (доказуемой формулой), а для остальных 7 нет. Это обусловлено тем, что, кроме значений истинности - “ис­тина” и “ложь”, в многозначных логиках имеется значение “неопределенно”. Но в классической, конструктивных и интуи­ционистской логиках от закона непротиворечия нельзя отказать­ся, ибо в этих логиках отражены жесткие ситуации “или - или” (“истина - ложь”), конструктивный процесс присутствует или его нет, одновременно того и другого не бывает. Поэтому классичес­кая, интуиционистская, конструктивная и ряд других логик не го­дятся в качестве логик, которые могут быть основанием противо­речивых, но нетривиальных теорий. Положительные логики также для этого не годятся, ибо в них нет операции отрицания. Некото­рое современные логики (например, немецкий логик К. Вессель) не признают паранепротиворечивых логик. Построением паранепротиворечивых логических систем занимаются, од­нако, отечественные логики А. С. Карпенко, А. Т. Ишмурагов и др.



Интересны и оригинальны статьи американского математи­ка Н. Белнапа “Как нужно рассуждать компьютеру” (1976) и “Об одной полезной четырехзначной логике” (1976), посвященные формализации общения с информационными системами, в ко­торых содержится противоречивая информация. Белнап постро­ил четырехзначную логику, значениями истинности которой яв­ляются следующие: Т - “говорит только Истину”; F - “говорит только Ложь”; None - “Не говорит ни Истины, ни Лжи”; Both -“говорит и Истину, и Ложь”'. Н. Белнап отмечает, что входные данные поступают в компьютер из нескольких независимых источников, и в таких условиях проявляется типичная особен­ность информационной ситуации - угроза противоречивости информации. Что в таком случае должен делать компьютер, осо­бенно если в системе содержится необнаруженное противоре­чие? Свою четырехзначную логику Белнап и предлагает в каче­стве практического руководства в рассуждениях2.

Итак, паранепротиворечивые логики демонстрируют возмож­ность наличия очень сильных противоречивых, но нетривиаль­ных (т. е. паранепротиворечивых) теорий.