БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Кафедра радиотехнических устройств

РЕФЕРАТ

На тему:

**«Функции алгебры логики. Логический базис»**

МИНСК, 2008

**1. Функции алгебры логики (ФАЛ)**

Радиоэлектроника в настоящее время во многом определяет научно- технический прогресс и объединяет ряд отдельных областей науки и техники, развившихся из радиотехники и электроники.

Радиотехника − область науки и техники, связанная с разработкой устройств и систем, обеспечивающих генерирование, усиление, преобразование, хранение, а также излучение и прием электромагнитных колебаний радиочастотного диапазона, используемых для передачи информации.

В современных радиотехнических системах и комплексах до 90% разрабатываемых устройств реализуется на элементах цифровой и вычислительной техники и используются цифровые методы обработки сигналов.

В настоящее время бурно развивается по экспоненциальному закону вычислительная техника и ее элементная база. А не так давно первые интегральные микросхемы (1958 год) содержали до десяти транзисторов. Сегодня современные микропроцессоры содержат до 10 миллионов транзисторов на один кристалл, и менее чем через десять лет это число достигнет 100 миллионов транзисторов.

Уже отошла в историю дискретная схемотехника, когда различные узлы строились на печатных платах с использованием отдельных навесных радиоэлектронных компонентов: транзисторов, резисторов, конденсаторов и других элементов. Ранее соединения выполнялись с помощью внешнего печатного монтажа, теперь соединения и монтаж осуществляется внутри кристалла. Поэтому современный инженер электронной техники должен владеть передовыми методами и технологиями, чтобы уметь приспособить их завтра к вычислительной технике будущих поколений, овладеть практическими приемами проектирования устройств на программируемых логических интегральных схемах.

Логические выражения n двоичных переменных с помощью конечного числа логических операций можно рассматривать как некоторую функцию, отражающую взаимную связь между входными и выходными переменными. Логические операции конъюнкции и дизъюнкции можно представить простейшими функциями вида: и . Эти функции называются аналогично логическим операциям – функциями И и ИЛИ.

Такие ФАЛ подобно логическим выражениям могут быть заданы аналитическим и табличным способами.

При аналитическом способе ФАЛ задается в виде логических выражений, получаемых путем логических преобразований с помощью законов и правил Булевой алгебры.

При табличном способе ФАЛ задается таблицей истинности, где число всех возможных наборов (комбинаций) аргументов конечно. Если число аргументов ФАЛ равно n, то число их возможных наборов , а число различных функций , тогда при n=2, F=16. Составим таблицу истинности для функций двух аргументов.

Таблица 1.

|  |  |
| --- | --- |
| Аргументы | Функции |
|  |  |  | . |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |

В таблице 1 приведены элементарные ФАЛ двух аргументов. В левой части таблицы перечислены все возможные наборы аргументов и , в правой части приведены значения ФАЛ на соответствующих входных наборах. Значения всей совокупности этих наборов переменных представлены в таблице последовательностью чисел в двоичной системе счисления.

Каждая ФАЛ обозначает одну из 16 возможных логических операций над двумя переменными и , имеет свою таблицу истинности, собственное название и условное обозначение.

Основные сведения об элементарных функциях даны в таблице 2. Таблицы истинности для каждой ФАЛ составляются отдельно по таблице 1.

Таблица 2

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Функция | Операционные символы | Обозначения, названия | Зарубежные аналоги |
|  | 0 | Константа 0 | Const 0 |
|  |  | И – лог. умножитель | AND – Conjunctor |
|  |  | Запрет  | Inhibition  |
|  |  | Повторитель  | BF – Buffer  |
|  |  | Запрет  | Inhibition  |
|  |  | Повторитель  | BF – Buffer  |
|  |  | Исключающее ИЛИ | Exlusive – OR |
|  |  | ИЛИ – лог. сумматор | OR – Disjunctor |
|  |  | ИЛИ – НЕ, функция Пирса | NOR,Peers F. |
|  |  | Исключ. ИЛИ – НЕ | EX – NOR |
|  |  | НЕ – инвертор  | NOT – Invertor  |
|  |  | Импликатор | Implicator |
|  |  | НЕ – инвертор  | NOT – Invertor  |
|  |  | Импликатор | Implicator  |
|  |  | И – НЕ, функция Шеффера | NAND, Shaffer F. |
|  | 1 | Генератор 1 | Generator 1 |

В таблице 2 часто применяемыми являются функции:

-повторители 1-го и 2-го аргументов;

 – инверсии 1-го и 2-го аргументов;

 – функция И (конъюнкция), логическое умножение;

 – функция И-НЕ (базис Шеффера);

 – функция ИЛИ (дизъюнкция), логическое сложение;

 – функция ИЛИ-НЕ (базис Пирса);

 – функция неравнозначности, реализуется ЛЭ “Исключающее ИЛИ” (сумматор по модулю два);

 – функция равнозначности реализуется ЛЭ “Исключающее ИЛИ-НЕ”.

Рассмотренные элементарные функции двух аргументов играют важную роль при преобразованиях сложных логических выражений, а также при преобразовании функциональных цифровых узлов.

Функции n переменных, значения которых заданы во всех точках области определения, считаются полностью определенными ФАЛ. Если какая-либо функция имеет запрещенные наборы переменных и ее значения на указанных наборах не определены, то такая ФАЛ называется не полностью определенной. Такие наборы будем отмечать в таблицах истинности (\*) и при необходимости доопределять их значениями 0 и 1. Эти вопросы будут рассматриваться позже.

Логические функции, которые считаются полностью определенными, могут быть представлены различными формами.

ДНФ – дизъюнктивная нормальная форма записи ФАЛ представляется в виде суммы (дизъюнкции) ряда элементарных членов (минтермов), каждый из которых является произведением (конъюнкцией) аргументов или их инверсий. Термин “нормальная форма” предполагает, что в логическом выражении, задающем функцию, последовательно выполняются не более двух базовых операций (кроме инверсии).

Запишем ФАЛ в ДНФ:

; (1)

Функцию (3.19) можно записать в виде дизъюнкции минтермов:

,

где - конъюнкции аргументов ФАЛ, называемые минтермами.

СДНФ – совершенная дизъюнктивная нормальная форма записи ФАЛ представляется в ДНФ, где в каждом элементарном члене (минтерме), имеющем одинаковую размерность, представлены все аргументы функции или их инверсии.

Запишем ФАЛ в СДНФ:

. (2)

Если записать ФАЛ в виде:

, (3)

 то форма представления данной функции не является СДНФ, так как второй минтерм не содержит аргумента , а также не является ДНФ, так как третий минтерм не является элементарным.

Функцию можно упростить (минимизировать) и представить минимальной ДНФ (МДНФ).

 (4)

Полученные элементарные члены МДНФ называются импликантами.

КНФ – конъюнктивная нормальная форма записи ФАЛ, представляется в виде произведения (конъюнкции) ряда элементарных членов (макстермов), которые являются суммой (дизъюнкцией) аргументов ФАЛ.

Запишем функцию в КНФ:

. (5)

СКНФ – совершенная конъюнктивная нормальная форма записи ФАЛ представляется в КНФ, где в каждом элементарном члене (макстерме) представлены все аргументы функции либо их инверсии.

Запишем функцию в СКНФ:

. (6)

По функциям, представленным в СДНФ и СКНФ, можно построить таблицу истинности и наоборот – по таблице истинности можно записать ФАЛ в СДНФ и СКНФ.

На основании общей табл. 1 составим таблицу истинности функции неравнозначности и запишем ее в СДНФ и СКНФ.

На наборах N(2,3), где функция принимает значения 1, записываем ФАЛ в СДНФ, а на наборах N(1,4) – в СКНФ. При записи ФАЛ в СДНФ аргументы x=0 записываются с инверсией , а в СКНФ – без инверсии.

При записи функции в СДНФ по таблице истинности необходимо записать столько дизъюнктивных членов (минтермов), представляющих собой конъюнкции всех аргументов, сколько единиц содержит функция в таблице. Минтермы соединяются знаком логического суммирования.

Если в наборе значение аргумента равно нулю, то в конъюнкцию входит инверсия данного аргумента.

При записи ФАЛ в СКНФ необходимо записать столько конъюнктивных членов (макстермов), сколько нулей содержит функция. Макстермы (конъюнкции аргументов) соединяются знаком логического умножения. Если в наборе значение аргумента равно нулю, то в дизъюнкцию входит аргумент без инверсии.

## 2. Логический базис

Логические функции могут быть реализованы простейшими логическими элементами. Совокупность логических элементов И, ИЛИ, НЕ, с помощью которых можно воспроизвести и реализовать любую ФАЛ, будем называть полным логическим базисом.

Базис И, ИЛИ, НЕ обладает избыточностью и не является минимальным. Из этой совокупности ЛЭ можно исключить логический элемент И (либо ЛЭ ИЛИ), тогда наборы И, НЕ и ИЛИ, НЕ также будут обладать свойством базиса.

При проектировании логических схем вычислительной техники самое широкое применение получили базис Шеффера И-НЕ и базис Пирса ИЛИ-НЕ, обладающие свойством логического базиса.

Следует отметить, что одну и ту же логическую функцию (операцию) можно реализовать в различных базисах. Покажем это на примерах простых логических операций дизъюнкции и конъюнкции:

; . (7)

Используя законы инверсии и , преобразуем логические выражения :

;. (8)

Выражения (7) отражают принцип двойственности алгебры логики: если в логическом выражении операцию дизъюнкции заменить на операцию конъюнкции (либо наоборот) и проинвертировать все переменные, то результат окажется инверсным прежнему значению.

Используя принцип двойственности алгебры логики, реализуем логическое выражение (7) в различных базисах.

Рис. 2

Из рис.2 следует: если переименовать все входы и выходы логического элемента ЛЭ1 на инверсные значения и заменить ЛЭ дизъюнкции на ЛЭ2 конъюнкции, то функции дизъюнкции можно выполнить с помощью элементов НЕ, И (ЛС3) либо базиса Шеффера И-НЕ (ЛС4).

Все логические схемы (рис. 2) выполняют логическую операцию (функцию) ИЛИ, которую можно реализовать на однотипных логических элементах И-НЕ, а при наличии инверсных сигналов в проектируемом устройстве – на одном ЛЭ И-НЕ.

На рис. 2 ЛС3 и ЛС4 – логические схемы, в состав которых входят несколько логических элементов ЛЭ.

Аналогично можно показать, что логическую операцию (функцию) И можно выполнить в базисах НЕ, ИЛИ либо в базисе Пирса ИЛИ-НЕ (рис. 3).

Рис. 3

Таким образом, логический базис, представляющий собой совокупность типов логических элементов, может быть выполнен на универсальных логических элементах И-НЕ и ИЛИ-НЕ, выпускаемых промышленностью в интегральном исполнении. Полный логический базис И, ИЛИ, НЕ обычно используется на начальной стадии проектирования функциональных узлов для составления функциональных схем.

ЛИТЕРАТУРА

1. Браммер Ю.А. Цифровые устройства: Учеб. пособие для вузов. –М.:Высш. шк., 2004. –229с.

2. Пухальский Г.И., Новосельцева Т.Я. Цифровые устройства: Учеб. пособие для втузов.- СПб.: Политехника, 1996.- 885 с.

3. Угрюмов Е.П. Цифровая схемотехника: Учеб. пособие для вузов.-СПб: БХВ-Петербург, 2000, 2004. – 528с.