**История математики. Александрийская школа.**

Реферат.

Нургалиев А. З. гр. МТ-31.

Павлодарский университет

Павлодар 2007г.

**1. Введение**

В истории математики рассмотренный нами период существования Александрийской школы носит название «Первой Александрийской школы». С начала нашей эры на основе работ александрийских математиков начинается бурное развитие идеалистической философии: снова возрождаются идеи Платона и Пифагора, и эта философия неоплатоников и неопифагорейцев быстро снижает научное значение работ новых представителей математической мысли. Но вес же математическая мысль не замирает, а время от времени проявляется в работах отдельных математиков. Второй период, в который протекала работа Александрийской школы, носит название «Второй Александрийской школы».

**2. Ученые Александрпийской школы.**

Афинская школа числила в своих рядах таких великих людей, как Платон и Аристотель. После смерти Аристотеля центр научной мысли переместился в Александрию (Египет), где в начале 3 в. до н.э. был основан знаменитый Александрийский Мусейон – один из главных научных центров античного мира.

2.1. Герон Александрийский

К числу представителей Александрийской школы в начале второго периода ее существования надо отнести Герона Александрийского, жившего, вероятно, в I в. до н. э. Герон был выдающимся греческим инженером и ученым. Он известен многими своими изобретениями, работами геодезического характера, а также математическими работами, относящимися главным образом к вопросам геометрической метрики. Из его работ, имеющих значение для математики, можно отметить «Метрику» и «О диоптре». В «Метрике» приводятся правила и указания для точного и приближенного вычисления площадей и объемов различных фигур и тел; среди них имеется и формула для определения площади треугольника по трем его сторонам, вошедшая в математику под именем формулы Герона. Кроме того, в этой работе указываются примеры решения квадратных уравнений и приближенного вычисления квадратных и кубических корней. Характерной особенностью «Метрики», выделяющей ее из ряда работ других греческих геометров, предшествовавших Герону, служит то обстоятельство, что в ней обычно правила даются без доказательств, а лишь выясняются на отдельных примерах. Это значительно снижает достоинства работы и, несомненно, является признаком недостаточной научной подготовки её автора. Но в области практических, приложений математики Герон превосходит многих своих предшественников. Лучшей иллюстрацией этого является его работа «О диоптре». В этом труде излагаются методы различных работ геодезического характера, причем землемерная съемка производится с помощью изобретенного Героном прибора диоптры. Этот прибор является прообразом современного теодолита. Главной его частью служила линейка с укрепленными на концах ёе визирами. Эта линейка вращалась по кругу, который мог занимать и горизонтальное, и вертикальное положение, что давало возможность намечать направления как в горизонтальной, так и в вертикальной плоскости. Для правильности установки прибора к нему присоединялись отвес и уровень. Пользуясь этим прибором и вводя фактически в употребление прямоугольные координаты, Герон мог решать на местности различные задачи: измерить расстояние между двумя точками, когда одна из них или обе недоступны наблюдателю; провести прямую, перпендикулярную к недоступной прямой линии; найти разность уровней между двумя пунктами; измерить площадь простейшей фигуры, не вступая на измеряемую площадку.

Сочинения Герона давали его современникам богатый материал, практическое использование которого вполне удовлетворяло вопросам строительства и земледелия, а потому эти сочинения пользовались большим успехом в продолжение многих столетий.

2.2. Никомах, Менелай

В конце I в. н. э. надо отметить появление трудов неопифагорейца Никомаха. Его работа «Введение в арифметику» является первым трудом по арифметике, изложенным независимо от геометрии, и потому она оказывала свое влияние на изучение арифметики не менее тысячи лет. Между тем эта работа не содержит в себе ничего особенно оригинального. Основной ее идеей является классификация чисел, причем она проводится на основах, всецело опирающихся на числовую мистику. В числовую классификацию Никомаха входят также и многоугольные числа по образцу пифагорейских. Наиболее интересным в «Арифметике» Никомаха является раздел суммирования числовых рядов. Здесь мы встречаем, например, указание на то, что кубические числа представляют собой суммы последовательных нечетных чисел. Так, 13 = 1; 23 = 3 + 5; 33 = 7 + 9 + 11; 43 = 13 + 15 + 17 + 19 и т. д.

Современником Никомаха надо считать астронома и геометра Менелая Александрийского, который написал трактат о сферических треугольниках, явившихся в свое время как бы фундаментом сферической геометрии. В этом же труде Менелая находится его знаменитая теорема, согласно которой «если какая-нибудь прямая линия пересекает три стороны треугольника или их продолжения, то произведение трех отрезков, не имеющих общих точек, равно произведению трех других отрезков».

2.3. Клавдий Птолемей

Ко II в. относится деятельность Клавдия Птолемея. Оп работал главным образом в области астрономии, причем его астрономические наблюдения относятся ко времени между 125 и 151 г. (Как астроном Птолемей разработал геоцентрическую систему мира, согласно которой Земля неподвижно покоится в центре мира, а все небесные светила движутся вокруг нее. Эта система была опровергнута Н. Коперником в его гелиоцентрической системе мира, полагающей, что центром Вселенной является Солнце, вокруг которого обращаются Земля и другие планеты, причем все планеты вращаются вокруг своих осей.) В своих работах он невольно сталкивался с понятиями тригонометрического характера, а потому ему удалось внести значительный вклад и в развитие тригонометрии. В своих астрономических работах Птолемей уже не разделял часы на дневные и ночные, как это делали египтяне, а считал их равными по своей продолжительности. Окружность он разделял на 360 градусов и каждый градус делил еще пополам. Диаметр же окружности он делил на 120 градусов, полагая, таким образом, что длина окружности в 3 раза больше ее диаметра; при этом каждый градус диаметра подразделял на 60 равных частей, а каждую из этих частей вновь разделял на 60 частей. В более позднее время эти подразделения градуса получили у римлян наименования partes minutae primae и partes minutae sekundae, что в переводе означает «части меньшие первые» и «части меньшие вторые». От этих латинских слов нами и заимствованы названия для единиц измерения углов и времени — минута и секунда.

Главная работа Птолемея называлась «Великое математическое построение астрономии в XIII книгах» или сокращенно «Мэгистэ» (в пер. с греч. «величайшая»). В историю она вошла под названием «Альмагест», которое дали ей впоследствии арабы.

В «Альмагесте» Птолемей вычисляет величины хорд всех дуг от 0° до 180о, причем значения хорд даны для дуг через каждую 1/2°. Для выполнения этой работы Птолемей вводит свою теорему, которая в истории математики носит название теоремы Птолемея и формулируется так: произведение длин диагоналей вписанного в круг четырехугольника равно сумме произведений длин его противоположных сторон. Из этой теоремы Птолемей подучил следствия, позволяющие по данному диаметру окружности и по двум хордам, стягивающим дуги a и b, вычислить хорды, стягивающие дуги a + b и a - b. Пользуясь полученными соотношениями, а также используя уменье вычислять стороны вписанных в круг правильных фигур (треугольника, квадрата, пятиугольника, шестиугольника и десятиугольника), Птолемей и составил свою таблицу хорд, предшественницу современных таблиц синусов.

В истории математики Птолемей известен также тем, что он первый усомнился в очевидности постулата Евклида о параллельных прямых и делал попытки доказать его справедливость, тем самым положив начало длинному ряду подобных же попыток позднейших геометров, пока Лобачевский не показал безуспешность таких доказательств, разъяснив их невозможность.

2.4. Папп

Последним крупным геометром Александрийских школ следует признать геометра III в. Паппа. Ему принадлежало, как полагают значительное число сочинении, из которых сохранилось лишь «Математическое собрание», да и то не в полном виде (из восьми книг этого сборника полностью утрачена первая и не хватает части второй).

«Математическое собрание» Паппа имеет для истории математики большое значение: оно содержит обзор трудов предшественников Паппа, развивает некоторые их идеи, комментирует эти труды. Благодаря этому для нас сохранились сведения о многих математических работах древних, которые не дошли в подлинниках до нашего времени. Кроме того, в работе Паппа имеются и некоторые новые и оригинальные открытия. Так как Папп не всегда называет авторов приводимых им теорем, то нам трудно судить, какие теоремы принадлежат ему самому и какие - другим авторам. Но по отношению к некоторым из них считают несомненным, что они принадлежат Паппу. Многие из этих теорем имеют значительный теоретический и практический интерес. Теорема Паппа об инволюции точек читается так: «Если на двух прямых, лежащих в одной плоскости, взять по три точки: на первой прямой точки 1, 5 и 3, а на второй—2, 4 и 6, то точки пересечения пар прямых 1—2 и 4—5, 2—3 и 5—6, 3—4 и 6— 1 лежат на одной прямой.

Большое применение имеет теорема, которая впоследствии была переоткрыта Паулем Гюльденом (1577—1643), а потому и носит имя последнего: объем тела, образованного вращением плоской фигуры вокруг какой-нибудь лежащей в ее плоскости прямой, равен произведению площади фигуры на длину окружности, описанной при вращении ее центром тяжести. Интересна предложенная и изученная Паппом спираль, которая описывается точкой, движущейся вдоль дуги четверти окружности, когда эта дуга вращается около диаметра. Из других теорем, доказанных Паппом, приведем ещё такие: «Центр тяжести треугольника принадлежит также другому треугольнику, вершины которого лежат на сторонах данного и разделяют эти стороны в одном и том же отношении»; «Прямая, соединяющая противоположные концы параллельных диаметров двух кругов, имеющих внешнее касание, проходит через точку касания». Паппу приписывается также решение задачи о проведении через той точки, лежащие на одной прямой, трех прямых, образующих треугольник, вписанный в данный круг.

2.5. Диофант

К числу александрийских ученых относятся алгебраист Диофант, живший, вероятно, в III в. Жил он 84 года. Последнее сведение почерпнуто из эпиграммы некоего Метродора, помещенной в так называемой «Греческой антологии». Содержание эпиграммы таково:

Прах Диофанта гробница покоит дивись ей - и камень.

Мудрым искусством его скажет усопшего век.

Волей богов шестую часть жизни он прожил ребенком,

И половину шестой встретил с пушком на щеках.

Только минула седьмая, подружкою он обручился.

С ней пять лет проведя, сына дождался мудрец.

Только полжизни отцовской возлюбленный сын его прожил.

Отнят он был у отца ранней могилой своей.

Дважды два года родитель оплакивал тяжкое горе.

Тут и увидел предел жизни печальной своей.

Диофант написал сочинение, названное им «Арифметика». Это сочинение резко отличается по своему характеру от известных нам других математических работ древних греков. Главное отличие заключается в том, что изложение его идет чисто аналитическим путем, хотя и вводится иногда геометрическая терминология. «Арифметика» Диофанта включает в себя главным образом вопросы алгебры и теории чисел. Надо отметить, что Диофант не излагает обобщенных методов для решения тех или иных вопросов, а к решению каждого отдельного вопроса подходит с особым методом. Это выявляет огромные математические способности Диофанта, но сильно снижает научную ценность его труда- Из 13 книг «Арифметики» до нашего времени сохранилось только 6. В них Диофант рассматривает решение уравнений 1-й и 2-й степени, причем основное внимание обращает на неопределенные уравнения.

Алгебра Диофанта должна быть отнесена к так называемому периоду «синкопированной алгебры», то есть к тому времени, когда в алгебр переходили от чисто риторического изложения (то есть словесного) к использованию более кратких записей при помощи сокращенных слов и некоторых символов. Так, для изображения неизвестного числа Диофант вводит обозначение S', а когда это неизвестное употребляется во множественном числе, то упомянутое обозначение удваивается. Для каждой степени неизвестного вводились соответствующие синкопированные обозначения. Для обозначения вычитания употребляется знак , а для равенства — буква I. Уменьшаемое писалось раньше вычитаемого, а числовые коэффициенты — после неизвестных. Непосредственное следование одной записи за другой означало действие сложения.

Отрицательные числа Диофанту известны не были, но когда приходилось умножать разность двух чисел на разность двух других чисел, то Диофант пользовался, правилом: «отнимаемое число, будучи умножено на отнимаемое, дает прибавляемое, а, будучи умножено на прибавляемое, дает отнимаемое».

При решении уравнений Диофант признавал только положительные рациональные ответы, и притом для квадратного уравнения он всегда вычислял только один ответ, если уравнение имело два рациональных и положительных корня. Каким методом он решал квадратные уравнения, неизвестно, так как в сохранившихся до нашего времени книгах этого объяснения не дано. Для решения уравнения 1-й степени Диофант прибегал к приемам, описанным им следующим образом: «Если теперь в какой-нибудь задаче те же степени неизвестного встречаются в обеих частях уравнения, но с разными коэффициентами, то мы должны вычитать равные из равных, пока не получим одного члена, равного одному числу. Если в одной или в обеих частях есть члены вычитаемые, то эти члены должны быть прибавлены к обеим частям так, чтобы в обеих частях были только прибавляемые. Затем снова нужно отнимать равные от равных, пока не останется только по одному члену с каждой стороны». Таким путем Диофант достигал того, чего мы добиваемся перенесением известных членов в одну сторону равенства, а неизвестных — в другую, приведением подобных членов и делением на коэффициент при неизвестном. При этом надо отметить, что Диофант, как и все древние математики, избегал действия деления, заменяя его повторным вычитанием.

Сочинения Диофанта были отправной точкой для теоретико-числовых исследований Пьера Ферма, Л. Эйлера, К. Гаусса и других математиков. Именем Диофанта названы три больших раздела :теория диофантовых уравнений (алгебраические уравнения или системы алгебраических уравнений с рациональными коэффициентами, решение которых отыскивается в целых и рациональных числах), дифантовый анализ (или диофантова геометрия; область математики, посвященная изучению диофантовых уравнений методами алгебраической геометрии) и теория диофантового приближения (раздел теории чисел, в котором изучаются приближения нуля значениями функций от конечного числа целочисленных аргументов).

2.6. Теон и Гипатия

Учеными, завершившими цикл математиков Александрийской школы, были Теон (IV в.) и его дочь Гипатия (370—415).

Теон проделал большую работу, комментируя труды Евклида и Птолемея. Что же касается Гипатии, то, по отзывам историков, она обладала большими знаниями в области математики и философии и комментировала труды Архимеда. Диофанта и Аполлония. Она является первой известной в истории математики женщиной-математиком. Ей принадлежат также философские труды по толкованию Платона, Аристотеля я других греческих философов. До нашего времени не сохранилось ни одного из трудов Гипатии. Высокая ученость и красноречие, которыми обладала Гипатия, ее деятельное участие в общественных делах города создали ей популярность в Александрии, но вместе с тем вызвали ненависть со стороны христианских религиозных фанатиков к ученой «язычнице». В 415 г. она по подстрекательству епископа Кирилла была растерзана толпой христианских изуверов. Последователи и ученики Гипатии, которым удалось спастись от преследования, бежали в Афины.

2.7. Евклид.

ЕВКЛИД Александрийский (предположительно 330—277 до н.э.) — математик Александрийской школы Древней Греции, автор первого дошедшего до нас трактата по математике. Е. (возможно) получил образование в Академии Платона (Афины). Свои труды Е. писал по единой схеме в форме дедуктивно систематизированных обозрений открытий древнегреческих математиков классического периода. Известны такие работы Е. по математике, как трактаты "О делении фигур", "Конические сечения" (в четырех книгах), "Феномены" (посвященные

сферической геометрии), "Поризмы", а также работы по астрономии, музыке и оптике, в которых ведущая роль отводилась математике. В сочинениях Е. "Оптика" и "Катоптрика" — хронологически первых систематических исследованиях свойств лучей света — рассматривались проблемы зрения и его применения для определения размеров различных предметов, построена теория зеркал. Эти сочинения были математическими и по содержанию, и по структуре: основное место в них, как и в "Началах", отводилось теоремам, аксиомам и определениям. В своем главном труде "Начала" (латинизированное — "Элементы") Е. в 15 книгах изложил основные свойства пространства и пространственных фигур, т.е. планиметрию, стереометрию и элементы теории чисел как подведение итогов предыдущего развития математики в Древней Греции и закладку оснований для дальнейшего развития математики. В книге Е. "Начала" математика выступала, пишет М.Клайн, "...как идеальная версия того, что составляло содержание известного нам реального мира...". Каждая книга "Начал" начинается с определений. В первой книге "Начал" приведены постулаты и аксиомы, за ними расположены в строгом порядке теоремы и задачи на построение (так, что доказательство или решение чего-либо последующего опирается на предыдущие). Там же введены 23 предварительных определения объектов геометрии. Были введены определения угла, плоскости, квадрата, круга, сферы, призмы, пирамиды, пяти правильных многогранников и др.

2.7.1.«Начала» Евклида.

2.7.1.1 Развитие геометрии до Евклида.

Геометрия – один из древнейших разделов математики.

Наибольшего развития геометрических знаний достигли древневосточные цивилизации – Египет, Вавилон, Индия, Китай. Говорить о геометрии как науке на этой стадии нельзя – это была эпоха предварительного накопления геометрических сведений.

В VII в. до н.э. благодаря торговле геометрические знания достигли Греции. Здесь геометрия получила широкое развитие, которое можно разделить на три периода:

1. (VII – VI в. до н. э.) Период является поворотным в развитии геометрии, основателем и представителем этого периода является Фалес Милетский. Греки впервые стали логически доказывать предложения геометрии в общем виде. Фалесу приписывают доказательство следующих теорем:

— угол, вписанный в полуокружность, прямой.

— вертикальные углы равны.

— углы при основании равнобедренного треугольника равны между собой. и др.

Это достижение греческих математиков имело важнейшее значение в развитии геометрии, т. к. общее доказательство охватывало все возможные частные случаи. Постепенно выделялись немногие первоначальные предложения, которые получены из опыта и должны быть положены в основу геометрии без логического доказательства. Было заложено начало созданию дедуктивного, или аксиоматического метода изложения геометрии.

2. (VI – V в. до н. э.) – олицетворяется Пифагором и его школой. Пифагору предписывают доказательство следующих предложений:

— сумма внутренних углов треугольника равна двум прямым углам;

— плоскость можно покрыть правильными треугольниками, четырехугольниками и шестиугольниками;

— известная теорема Пифагора;

— открытие геометрического способа решения квадратных уравнений;

— открытие пяти правильных многогранников;

Но самым важным открытием школы Пифагора явилось открытие несоизмеримых отрезков. До этого открытия греки считали, что отношение двух любых отрезков может быть выражено рациональным числом.

Это явилось кризисом в развитии греческой математики, основное положение философии школы Пифагора, что «число есть мера вещей» потерпело поражение, а подняться до понятия иррационального числа они не сумели. Также разработка многих вопросов геометрии неизбежно приводила греческих математиков и философов к понятиям бесконечности и движения, к учению о бесконечно малых. К таким вопросам относились приближенные вычисления несоизмеримых величин, рассмотрение вопросов связанных со спрямлением окружности и квадратурой круга; вычисление объема поверхностей круглых тел и т. д. При этом греческие математики натолкнулись на глубокие противоречия и парадоксы, все это вызвало критику и споры среди философов. Нужно было сделать геометрию неуязвимой и при этом считалось, что это возможно лишь без привлечения понятий иррационального числа, бесконечности, движения.

3. (IV в. до н. э.) Философские школы в Афинах Платона и Аристотеля. С этими школами связывают два основных достижения:

— выработку принципов научного построения геометрической системы, расчленение ее предложений на аксиомы, теоремы и определения;

— разработку определенных методов и форм доказательства: анализ, синтез, доказательство от противного.

Таким образом, до III в. до н. э. геометрия в Греции накопила обильный фактический материал, назрела необходимость в его систематизации. Эта задача наиболее полное и совершенное разрешение получила в созданных Евклидом «Началах». Начался новый период развития геометрии.

2.7.1.2. «Начала» Евклида.

Эта книга намного превосходила более поздние труды математиков, она сыграла огромную роль в истории математики. Достаточно сказать, что она была переведена на все языки мира и выдержала около 500 изданий. До середины XIX века все математики учились по «Началам» Евклида.

«Начала» Евклида состоят из 13 книг:

I – VI посвящены планиметрии;

VII – IX – арифметике;

Х – несоизмеримым величинам;

XI–XIII – стереометрии (XIII посвящена правильным многогранникам).

Но не все из того, что уже было известно, изложено в «Началах», например, теория конических сечений в «Началах» не была представлена.

Каждой из 13 книг «Начал» предпосылаются основные предложения, необходимые для вывода всех предложений рассматриваемой книги. Эти предложения делятся на 3 категории: определения, аксиомы и постулаты.

Первая книга «Начал» начинается с 23-х определений. Приведём список некоторых определений «Начал»:

1. Точка есть то, что не имеет частей.

2. Линия есть длина без ширины.

3. Границы линии суть точки.

. . .

23. Параллельные суть прямые, которые, находясь в одной плоскости и будучи продолжены в обе стороны неограниченно, ни с той ни с другой стороны между собой не встречаются.

За определениями следуют постулаты и аксиомы, т. е. предложения, принимаемые без доказательства. Полный список аксиом и постулатов данный Евклидом не сохранился. Известно 5 постулатов и 10 аксиом.

Постулаты:

Требуется,

1. Чтобы из каждой точки ко всякой другой точке можно было провести прямую линию.

2. И чтобы каждую ограниченную прямую можно было продолжать неограниченно.

3. И чтобы из каждой точки, как из центра, можно было произвольным радиусом описать окружность.

4. И чтобы все прямые углы были равны друг другу.

V постулат:

5. И чтобы всякий раз, когда прямая при пересечении с двумя другими прямыми образует с ними внутренние односторонние углы, сумма которых меньше 2-х прямых, эти прямые пересекались с той стороны, с которой эта сумма меньше 2-х прямых.

Аксиомы:

1. Равные порознь третьему равны между собой.

2. И если к равным прибавим равные, то получим равные.

. . .

6. И половины равных равны между собой.

. . .

8. И целое больше части.

9. И две прямые не могут заключить пространства.

С современной точки зрения, одно из слабых мест «Начал» Евклида – это определения. Он дает определения таких понятий как точка, плоскость, прямая, т. е. стремится дать определение всем геометрическим понятиям, а это невозможно. Многие его определения крайне туманны, например:

1. «Прямая есть линия, которая одинаково расположена относительно всех своих точек».

2. «Плоскость есть поверхность, которая одинаково расположена по отношению ко всем прямым, на ней лежащим».

Евклид в «Началах» разделил постулаты и аксиомы. Но трудно провести между ними строгую грань. С современной точки зрения все они могут называться аксиомами. Другой важный недостаток «Начал» – неполнота системы аксиом: нет аксиомы непрерывности, аксиом движения и порядка, связанных с терминами «между» и «вне».

Огромное историческое значение «Начал» Евклида в том, что они являются первым крупным научным документом по геометрии, в котором сделана попытка логического построения геометрии на основе аксиом. Чтобы закончить характеристику «Начал» Евклида необходимо остановиться на особо важном вопросе – о V постулате Евклида и попытках его доказательства.

2.7.1.3. V постулат.

«Начала» Евклида на протяжении более двух тысяч лет подвергались тщательному изучению. Имеется огромная литература, содержащая комментарии к «Началам». Уже древние комментаторы заметили, что «Начала» содержат существенные недостатки, в связи с этим предпринимались попытки их устранения. Особое внимание критиковавших «Начала» Евклида привлекал к себе V постулат.

V постулат занимает в системе постулатов «Начал» особое положение в силу ряда глубоких соображений. Прежде всего, обращает на себя внимание то обстоятельство, что утверждение, содержащееся в V постулате, не имеет столь простого и очевидного характера, какой имеют прочие постулаты. Во-вторых, формулировка V постулата носит довольно сложный и громоздкий характер. И наконец, третья особенность заключается в весьма своеобразном использовании Евклидом этого постулата. В то время, как все остальные постулаты используются им с самого начала, при изложении первых теорем, V постулат применяется впервые лишь в доказательстве 29-го предложения.

Таким образом, применение V постулата в «Началах» Евклида резко разграничивает геометрические предложения на две категории: на предложения, доказываемые без помощи V постулата; и на предложения, которые не могут быть доказаны без его использования. Предложения первой категории называются абсолютной геометрией, а второй – образует так называемую собственную евклидову геометрию.

Изложенные особенности V постулата имели большое значение для последующего развития геометрии. Исследователи, жившие после Евклида, и комментаторы «Начал», рассматривали V постулат, как предложение, которое не следует помещать среди постулатов, а необходимо доказать как теорему. Они были убеждены в его доказуемости. Поэтому усилия многих поколений математиков были направлены на то, чтобы доказать V постулат при помощи остальных постулатов и тем самым свести его в разряд теорем. В этом и заключалась проблема V постулата Евклида.

Решением этой проблемы занимались многие математики, в том числе: Посидоний (I в. до н. э.), Птолемей (III в. до н. э.), Прокл (410 – 475 гг), Насир-Эддин (1201 – 1274 гг.), Д. Валлис (1616 – 1703 гг.), Ламберт (1728 – 1777 гг.), Лежандр (1752 – 1833 гг.), Гаусс (1777 – 1855 гг.), И. Больяи (1802 – 1860 гг.). Все они неизменно оканчивались неудачей. Авторы доказательств в своих рассуждениях использовали явным или скрытым образом наглядно очевидные предложения, которые при тщательном анализе оказывались предложениями эквивалентными самому постулату.

Например, наиболее интересная попытка доказательства была предпринята итальянским математиком Джироламо Саккери (1667 – 1733 гг.) – священник, профессор университета. Он пытался заменить V постулат Евклида его отрицанием и попытался вывести теорему, которая противоречила бы одной из доказанных Евклидом теорем. Полученное противоречие показало бы, что его предположение ложно и V постулат можно вывести из остальных. В процессе поиска он получил теорему, которая противоречила ранее полученным результатом, и написал книгу «Евклид, избавленный от всех пятен». Однако впоследствии математики выяснили, что Саккери в действительности не пришел к противоречию, и вопрос по-прежнему остается открытым.

В середине XVIII в. над этой проблемой размышлял немецкий математик Ламберт. В отличие от Саккери, он понял, что любой набор гипотез, который не приводит к противоречию, порождает новую геометрию, и убедился, что V постулат Евклида невозможно вывести из остальных аксиом, т. е. аксиома о параллельных независима от остальных.

Насколько велик труд, затраченный на исследования, связанные с проблемой доказательства V постулата, можно судить по тому, что известно около 250 серьёзных сочинений, посвящённых теории параллельности и не достигших поставленной цели. Однако, несмотря на безрезультатность и тщетность всех попыток доказательства V постулата, они всё же не были бесполезны. В результате этих многовековых поисков были выявлены логические зависимости между некоторыми важными геометрическими предложениями и, в частности, были открыты предложения, эквивалентные V постулату. Например, в современной школьной практике V постулат известен, как аксиома параллельных Плейфера: «Через точку, лежащую вне данной прямой, можно провести только одну прямую, параллельную данной».

2.8. Архимед.

2.8.1. Жизнь.

Уроженец греческого города Сиракузы на острове Сицилия, Архимед был приближенным управлявшего городом царя Гиерона (и, вероятно, его родственником). Возможно, какое-то время Архимед жил в Александрии – знаменитом научном центре того времени. То, что сообщения о своих открытиях он адресовал математикам, связанным с Александрией, например

Эратосфену, подтверждает мнение о том, что Архимед являлся одним из деятельных преемников Эвклида, развивавших математические традиции александрийской школы. Вернувшись в Сиракузы, Архимед находился там вплоть до своей гибели при захвате Сиракуз римлянами в 212 до н.э.

Дата рождения Архимеда (287 до н.э.) определяется исходя из свидетельства византийского историка 12 в. Иоанна Цеца, согласно которому он «прожил семьдесят пять лет». Яркие картины его гибели, описанные Ливием, Плутархом и Валерием Максимом, различаются лишь в деталях, но сходятся в том, что Архимеда, занимавшегося в глубокой задумчивости геометрическими построениями, зарубил римский воин. Кроме того, Плутарх сообщает, что Архимед, «как утверждают, завещал родным и друзьям установить на его могиле описанный вокруг шара цилиндр с указанием отношения объема описанного тела к вписанному», что было одним из наиболее славных его открытий. Цицерон, который в 75 до н.э. был на Сицилии, обнаружил выглядывавшее из колючего кустарника надгробие и на нем – шар и цилиндр.

2.8.2. Легенды об Архимеде.

В наше время имя Архимеда связывают главным образом с его замечательными математическими работами, однако в античности он прославился также как изобретатель различного рода механических устройств и инструментов, о чем сообщают авторы, жившие в более позднюю эпоху. Правда, авторство Архимеда во многих случаях вызывает сомнения. Так, считается, что Архимед был изобретателем т.н. архимедова винта, который служил для подъема воды на поля и явился прообразом корабельных и воздушных винтов, хотя, судя по всему, такого рода устройство использовалось и раньше. Не внушает особого доверия и то, что рассказывает Плутарх в Жизнеописании Марцелла. Здесь говорится, что в ответ на просьбу царя Гиерона продемонстрировать, как тяжелый груз может быть сдвинут малой силой. Он соорудил систему блоков, с помощью которой один человек смог спустить на воду огромный корабль "Сиракосия". Архимед «взял трехмачтовое грузовое судно, которое перед этим с превеликим трудом вытянули на берег много людей, усадил на него множество народа и загрузил обычным грузом. После этого Архимед сел поодаль и стал без особых усилий тянуть на себя канат, перекинутый через полиспаст, отчего судно легко и плавно, словно по воде, «поплыло» к нему». Именно в связи с этой историей Плутарх приводит замечание Архимеда, что, «если бы имелась иная Земля, он сдвинул бы нашу, перейдя на ту» (более известный вариант этого высказывания сообщает Папп Александрийский: «Дайте мне, где стать, и я сдвину Землю»). Вызывает сомнение и подлинность истории, поведанной Витрувием, что будто бы царь Гиерон поручил Архимеду проверить, из чистого ли золота сделана его корона или же ювелир присвоил часть золота, сплавив его с серебром. «Размышляя над этой задачей, Архимед как-то зашел в баню и там, погрузившись в ванну, заметил, что количество воды, переливающейся через край, равно количеству воды, вытесненной его телом. Это наблюдение подсказало Архимеду решение задачи о короне, и он, не медля ни секунды, выскочил из ванны и, как был нагой, бросился домой, крича во весь голос о своем открытии: «Эврика! Эврика!» (греч. «Нашел! Нашел!»)».

«Архимед был человеком такого возвышенного образа мыслей, - утверждает греческий ученый и писатель I века н. э. Плутарх, - такой глубины души и богатства познаний, что о вещах, доставивших ему славу ума не человеческого, но божеского, не пожелал написать ничего, ... свое рвение обратил на такие занятия, ... не сравнимые ни с какими другими, представляющие собой своего рода соревнование между материей и доказательством, и в этом состязании первая являет величие и красоту, второе - точность и невиданную силу: во всей геометрии не найти более трудных и сложных задач, объясненных посредством более простых и прозрачных основных положений. Некоторые приписывают это природному дарованию Архимеда, другие считают, что лишь благодаря огромному труду все до мельчайших частностей кажется у него возникшим легко и без всякого труда».

Более достоверным представляется свидетельство Паппа, что Архимеду принадлежало сочинение Об изготовлении [небесной] сферы, речь в котором шла, вероятно, о построении модели планетария, воспроизводившей видимые движения Солнца, Луны и планет, а также, возможно, звездного глобуса с изображением созвездий. Во всяком случае Цицерон сообщает, что тот и другой инструмент захватил в Сиракузах в качестве трофеев Марцелл: «Я часто слышал, как рассказывали об этой сфере, - писал Цицерон, - и должен признаться, что на первый взгляд не нашел в ней ничего особенного. ...Однако, когда Галл начал нам объяснять с бесконечной ученостью систему этого прекрасного произведения, я вынужден был прийти к выводу, что этот сицилиец обладал гением, которого, кажется, человеческая природа не может достигнуть...». Наконец, Полибий, Ливий, Плутарх и Цец сообщают о грандиозных баллистических и иных машинах, построеннных Архимедом для отражения римлян. Историк Плутарх описывает ужас, царивший в рядах римских воинов. Он утверждал, что Архимед "один был душой обороны, приводил все в движение и управлял защитой". Но мы не знаем конструкции его боевых машин, мы можем судить о них только по работам Плутарха и других историков.

И до нас за очень много лет

В трудный год родные Сиракузы

Защищал ученый Архимед.

Замыслом неведомым охвачен

Он не знал, что в городе враги,

И в раздумье на земле горячей

Выводил какие-то круги.

Он чертил задумчивый, не гордый,

Позабыв текущие дела,

— И внезапно непонятной хордой

Тень копья чертеж пересекла.

Но убийц спокойствием пугая,

Он, не унижаясь, не дрожа,

Руку протянул, оберегая

Не себя, а знаки чертежа

Архимед именно о тех своих открытиях, благодаря которым приобрел славу, не оставил ни одного сочинения. Древний Рим так и не узнал всех секретов машин Архимеда и единственным трофеем Марцелла, украшением его дома стала знаменитая "сфера" Архимеда - небесный глобус, модель небесных светил. Архимед погиб от меча римского легионера. Он был поглощен работой и не заметил, что город уже занят римлянами. Когда посыльный солдат явился к нему и потребовал, чтобы он немедленно явился к Марцеллу, Архимед поморщился, лениво, как от надоедливой мухи, отмахнулся от него и, не поднимая глаз от чертежа, пробурчал: "Не мешай, я вычисляю". Солдат выхватил меч и убил его.

На своей могильной плите Архимед завещал выгравировать шар и цилиндр - символы его геометрических открытий. Могила заросла травой и место это было забыто очень скоро. Лишь через 137 лет после его смерти Цицерон разыскал в Сиракузах этот могильный камень, на котором были уже стерты временем часть знаков. А потом могила опять затерялась, уже навсегда.

Только в XVI-XVII веках европейские математики смогли, наконец, осознать значение того, что было сделано Архимедом за две тысячи лет до них. Он оставил многочисленных учеников...

На новый путь, открытый им, устремилось целое поколение последователей, энтузиастов, которые горели желанием, как и учитель, доказать свои знания конкретными завоеваниями.

2.8.3. Зеркало Архимеда.

При обороне Сиракуз от осаждавших этот город римских войск Архимед создал подъемные и метательные машины, а «зажигательное зеркало», с помощью которого он якобы сжег корабли Марцелла, доныне остается загадкой, волнующей умы исследователей.

В дошедших до нас трудах античных историков, писавших вскоре после взятия Сиракуз, упоминания о зеркале нет. Существует несколько ссылок на сожжение Архимедом римских кораблей, сделанных вскользь, как на факт общеизвестный, не требующий пояснений. Описание зеркала сохранилось в двух произведениях византийских ученых, пересказавших - каждый на свой лад - не дошедшую до нас часть «Римской истории» Диодора Сицилийского, историка, жившего на рубеже нашей эры.

Вот эти описания:

1. Архимед... самым невероятным образом сжег римский флот. Направив особого рода зеркало на Солнце, он собрал пучки его лучей и, благодаря толщине и гладкости зеркала, сумел зажечь солнечным светом воздух так, что возникло колоссальное пламя. Он направил лучи на стоявшие на якоре корабли, и они сгорели дотла.

2. Когда Марцелл убрал корабли на расстояние, превышающее полет стрелы, старик соорудил особое шестиугольное зеркало; на расстоянии, пропорциональном размеру зеркала, он расположил похожие четырехугольные зеркала, которые можно было перемещать с помощью специальных рычагов и шарниров. Зеркало он обратил к полуденному солнцу - зимнему или летнему - и, когда пучки лучей отразились в нем, огромное пламя вспыхнуло на кораблях и с расстояния полета стрелы превратило их в пепел.

Единственным известным нам аналогом Архимедова зеркала может служить конструкция, созданная жившим в VI веке н. э. византийским архитектором и математиком Анфимием, использовавшим не дошедшие до нас источники, содержавшие, видимо, более подробную информацию об изобретении сиракузского ученого. Анфимий применил систему из 24 отдельных зеркал, закрепленных в раме. «Подставляя это механизм солнечным лучам, - пишет он, - надо правильно установить центральное зеркало, а потом и остальные, быстро и ловко наклоняя их, ... так, чтобы солнечные лучи, отраженные этими различными зеркалами, направлялись в ту же точку...» Конструкции, подобные созданной Анфимием, в современной технике носят название гелиоконцентраторов.Сам Анфимий, по слухам, поссорившись с соседом, сжег его дом с помощью составного зеркала. Не было ли «зеркало Анфимия» тождественно «зеркалу Архимеда»?

Рассказы о зеркале Архимеда долгое время вызывали недоверие ученых нового времени, особенно историков. А Рене Декарт теоретически опроверг возможность поджечь корабли с помощью зеркал так, как это описывал Диодор Сицилийский и его интерпретаторы. Однако в 1747 г. французский ученый Бюффон построил систему из 128 плоских зеркал, с помощью которой воспламенил просмоленную доску на расстоянии 150 футов. Подробно об этом см. в [2]. Конечно, никакой эксперимент не даст ответа на вопрос, действительно ли были сожжены Архимедом корабли Марцелла, хотя, вполне вероятно, дело обстояло именно так.

История утверждает, что военные машины Архимеда были модификацией механизмов, создававшихся им для иллюстрации его геометрических построений и исследований в области «теоретической механики». Но Архимед занимался также и оптикой. Он написал трактат по оптике, к сожалению, до нас не дошедший, но нам известно, что обсуждались в нем следующие вопросы: почему в плоских зеркалах предметы сохраняют свою натуральную величину, в выпуклых - уменьшаются, а в вогнутых - увеличиваются; почему левые части предметов видны справа и наоборот; когда изображение в зеркале исчезает и когда появляется; почему вогнутые зеркала, будучи поставлены против Солнца, сжигают поднесенный к ним трут; почему на небе видна радуга; почему иногда возникают миражи Солнца и многое другое. Несомненно, будучи по природе своей экспериментатором (в отличие от своих современников), Архимед делал зеркала, необходимые ему для исследований и проверки его гипотез.

Зеркала были известны еще с незапамятных времен в древнем Египте. Их делали из бронзы, серебра, иногда - золота. Стеклянные зеркала (стекло также умели делать еще древние египтяне) стали изготовлять, согласно Плинию Старшему, в Сидоне, финикийском городе на территории Сирии. Стеклянных дел мастера выплавляли стекла цветные, затем бесцветные, различные изделия из стекла, в том числе такие, которые нельзя было отличить от изделий из натурального горного хрусталя; в исходную массу добавляли свинец, серебро, золото, что придавало стеклу качества, делавшие его особенно ценным. Наполненные жидкостью стеклянные шарики, по словам Плиния, «воспламенялись так, что прожигали одежду», и врачи считали их лучшим средством для прижиганий.

По свидетельству Сенеки еще Демокрит изготовлял фальшивые изумруды. Тот же Сенека, римский философ I века, подробно рассказывает о зеркалах плоских, выпуклых, вогнутых, имевших форму сферического сегмента, используемых для забавы зеркалах, искажавших формы и размеры отраженных предметов или «способных превратить одного человека в целое войско». И тот же Сенека советует наблюдать солнечное затмение, глядя на отражение Солнца и Луны в налитом чашу масле или смоле, «ибо поверхность этих густых жидкостей не волнуется ветром и служит хорошим зеркалом. Затем мы видим, - пишет он, - как Луна проходит между Землей и Солнцем и скрывает от нас светило, гораздо большее и более далекое, чем она сама, частично или полностью, смотря по ее положению, Мы называем затмение полным, если становится темно и появляются звезды. Это происходит, когда центры обоих светил находятся на одной линии с нами. ... С какой целью природа, сотворив реальные предметы, позаботилась и о том, чтобы создать столь точные их изображения? Не для того же, чтобы люди брились, выщипывали брови, прихорашивались перед зеркалом! Никогда природа не поощряет порок роскошества. Но, так как глаза наши слишком слыбы, чтобы выдержать сияние Солнца, никогда бы мы не узнали его истинной формы, если бы природа не дала нам средство уменьшить его блеск. И поскольку на Солнце можно смотреть лишь на восходе и закате его, мы не узнали бы, что оно ослепительно белое, а не красное, если бы не могли наблюдать его отражение в более темной жидкости.» (Сенека, Вопросы естествознания, кн. 12). Следовательно, зеркальные поверхности использовались в некоторых случаях для астрономических наблюдений.

Было бы, вероятно, слишком большой смелостью утверждать, что Архимед использовал какие-то зеркала именно для астрономических наблюдений - и у нас нет для этого данных; но он, несомненно, проводил с их помощью научные изыскания. Какие - остается загадкой, как остается загадкой и конструкция зажигательного зеркала Архимеда. Было ли шестиугольное зеркало действительно плоским, каковы были его размеры, каковы были размеры подвижных четырехугольных зеркал, сколько их было? И было ли зеркало, описанием которого мы располагаем, именно тем, с помощью которого были сожжены корабли, или оно было «лабораторным прибором», слившимся в сознании не очень сведущих в оптике римских воинов с другими, более похожими на зеркала, точнее, системы зеркал, использованные Анфимием или Бюффоном? (Есть даже версия, согласно которой Архимед командовал расставленными вдоль стены города солдатами, державшими в руках отполированные щиты. По указанию ученого они поднимали щиты так, что отраженный в них свет попадал в одну и ту же точку корабля, и корабль загорался).

История оставила нам много загадок. До сих пор не имеет объяснения 260-дневный календарь народов Центральной Америки, рисунки в пустыне Наска, технология изготовления дамасской стали. Но мы знаем теперь, что знаменитые мегалитические сооружения на Британских островах и храмовые комплексы тольтеков и майя служили древним ученым-жрецам одновременно обсерваториями и своеобразными «астрономическими инструментами», как и разбросанные по огромным пространствам североамериканских прерий загадочные еще недавно «шаманские кольца». Надо надеяться, что рано или поздно и другие «тайны истории» найдут своих исследователей. Ждут их и зеркала Архимеда.

2.8.4. Математические труды.

Сохранившиеся математические сочинения Архимеда можно разделить на три группы. Сочинения первой группы посвящены в основном доказательству теорем о площадях и объемах криволинейных фигур или тел. Сюда относятся трактаты О шаре и цилиндре, Об измерении круга, О коноидах и сфероидах, О спиралях и О квадратуре параболы. Вторую группу составляют работы по геометрическому анализу статических и гидростатических задач: О равновесии плоских фигур, О плавающих телах. К третьей группе можно отнести различные математические работы: О методе механического доказательства теорем, Исчисление песчинок, Задача о быках и сохранившийся лишь в отрывках Стомахион. Существует еще одна работа – Книга о предположениях (или Книга лемм), сохранившаяся лишь в арабском переводе. Хотя она и приписывается Архимеду, в своем нынешнем виде она явно принадлежит другому автору (поскольку в тексте имеются ссылки на Архимеда), но, возможно, здесь приведены доказательства, восходящие к Архимеду. Несколько других работ, приписываемых Архимеду древнегреческими и арабскими математиками, утеряны.

Дошедшие до нас работы не сохранили своей первоначальной формы. Так, судя по всему, I книга трактата О равновесии плоских фигур является отрывком из более обширного сочинения Элементы механики; кроме того, она заметно отличается от II книги, написанной явно позднее. Доказательство, упоминаемое Архимедом в сочинении О шаре и цилиндре, было утрачено ко 2 в. н.э. Работа Об измерении круга сильно отличается от первоначального варианта, и предложение II в ней скорее всего заимствовано из другого сочинения. Заглавие О квадратуре параболы вряд ли могло принадлежать самому Архимеду, так как в его время слово «парабола» еще не использовалось в качестве названия одного из конических сечений. Тексты таких сочинений, как О шаре и цилиндре и Об измерении круга, скорее всего, подвергались изменениям в процессе перевода с дорийско-сицилийского на аттический диалект.

Задача о трисекции угла. Задача о делении угла на три равные части возникла из потребностей архитектуры и строительной техники. При составлении рабочих чертежей, разного рода украшений, многогранных колоннад, при строительстве, внутренней и внешней отделки храмов, надгробных памятников древние инженеры, художники встретились с необходимостью уметь делить окружность на три равные части, а это часто вызывало затруднения. Оригинальное и вместе с тем чрезвычайно простое решение задачи о трисекции угла дал Архимед.

Измерение круга. Задача о квадратуре круга заключается в следующем: построить квадрат, площадь которого была бы равна площади данного круга. Большой вклад в решение этой задачи внес Архимед. В своем трактате "Измерение круга" он доказывает следующие три теоремы:

- Теорема первая: Площадь круга равна площади прямоугольного треугольника, один из катетов которого равняется длине окружности круга, а другой радиусу круга.

- Теорема вторая: Площадь круга относится к площади квадрата, построенного на диаметре, приблизительно, как 11:14.

- Теорема третья: C-3d < d и C-3d > d, где С -длина окружности, а d-ее диаметр. Откуда, d < C-3d < d. Верхнюю и нижнюю границы для числа Архимед получил путем последовательного рассмотрения отношений периметров к диаметру правильных описанных и вписанных в круг многоугольников, начиная с шестиугольника и кончая 96-угольником. Если приравнять верхней границе, то получим архимедово значение (архимедово число).

В группу инфинитезимальных методов входят: метод исчерпывания, метод интегральных сумм, дифференциальные методы. Одним из самых ранних методов является метод интегральных сумм. Он применялся при вычислении площадей фигур, объемов тел, длин кривых линий. Для вычисления объема, тело вращения разбивается на части, и каждая часть аппроксимируется (приближается) описанными и вписанными телами, объемы которых можно вычислить. Теперь остается выбрать аппроксимирующие сверху и снизу тела таким образом, чтобы разность их объемов могла быть сделана сколь угодно малой.

При доказательстве теорем о площадях фигур и объемах тел, ограниченных кривыми линиями или поверхностями, Архимед постоянно использует метод, известный как «метод исчерпывания». Изобрел его, вероятно, Евдокс (расцвет деятельности ок. 370 до н.э.) – по крайней мере, так считал сам Архимед. К этому методу время от времени прибегает и Евклид в XII книге Начал. Доказательство с помощью метода исчерпывания, в сущности, представляет собой косвенное доказательство от противного. Иначе говоря, утверждение «А равно В» считается истинным в том случае, когда принятие противоположного утверждения, «А не равно В», ведет к противоречию. Основная идея метода исчерпывания заключается в том, что в фигуру, площадь или объем которой требуется найти, вписывают (или вокруг нее описывают, либо же вписывают и описывают одновременно) правильные фигуры. Площадь или объем вписанных или описанных фигур увеличивают или уменьшают до тех пор, пока разность между площадью или объемом, которые требуется найти, и площадью или объемом вписанной фигуры не становится меньше заданной величины. Пользуясь различными вариантами метода исчерпывания, Архимед смог доказать различные теоремы, эквивалентные в современной записи соотношениям S = 4pr2 для площади поверхности шара, V = 4/3pr3 для его объема, теореме о том, что площадь сегмента параболы равна 4/3 площади треугольника, имеющего те же оcнование и высоту, что и сегмент, а также многие другие интересные теоремы.

Ясно, что, используя метод исчерпывания (который является скорее методом доказательства, а не открытия новых соотношений), Архимед должен был располагать каким-то другим методом, позволяющим находить формулы, которые составляют содержание доказанных им теорем. Один из методов нахождения формул раскрывает его трактат О механическом методе доказательства теорем. В трактате излагается механический метод, при котором Архимед мысленно уравновешивал геометрические фигуры, как бы лежащие на чашах весов. Уравновесив фигуру с неизвестной площадью или объемом с фигурой с известной площадью или объемом, Архимед отмечал относительные расстояния от центров тяжести этих двух фигур до точки подвеса коромысла весов и по закону рычага находил требуемые площадь или объем, выражая их соответственно через площадь или объем известной фигуры. Одно из основных допущений, используемых в методе исчерпывания, состоит в том, что площадь рассматривается как сумма чрезвычайно большого множества плотно прилегающих друг к другу «материальных» прямых, а объем – как сумма плоских сечений, тоже плотно прилегающих друг к другу. Архимед считал, что его механический метод не имеет доказательной силы, но позволяет получить предварительный результат, который впоследствии может быть доказан более строгими геометрическими методами.

Хотя Архимед был в первую очередь геометром, он совершил ряд интересных экскурсов и в область численных расчетов, пусть примененные им методы и не вполне ясны. В предложении III сочинения Об измерении круга он установил, что число p меньше и больше. Из доказательства видно, что он располагал алгоритмом получения приближенных значений квадратных корней из больших чисел. Интересно отметить, что у него приведена и приближенная оценка числа , а именно: . В сочинении, известном под названием Исчисление песчинок, Архимед излагает оригинальную систему представления больших чисел, позволившую ему записать число , где само Р равно . Эта система потребовалась ему, чтобы сосчитать, сколько песчинок понадобилось бы, чтобы заполнить Вселенную.

В труде О спирали Архимед исследовал свойства т.н. архимедовой спирали, записал в полярных координатах характеристическое свойство точек спирали, дал построение касательной к этой спирали, а также определил ее площадь. Эта спираль изучалась Архимедом приблизительно в 225 году до н.э. в работе "О Спиралях". Вы можете представить спираль Архимеда как траекторию муравья, перемещающегося с постоянной скоростью по абсолютно прямой веточке, в то время как веточка вращается вокруг одного из краев с постоянной угловой скоростью. Или, например, можете представить муравья, перемещающегося по секундной стрелке часов.

В истории физики Архимед известен как один из основоположников успешного применения геометрии к статике и гидростатике. В I книге сочинения О равновесии плоских фигур он приводит чисто геометрический вывод закона рычага. По сути, его доказательство основано на сведении общего случая рычага с плечами, обратно пропорциональными приложенным к ним силам, к частному случаю равноплечего рычага и равных сил. Все доказательство от начала и до конца пронизано идеей геометрической симметрии.

В своем сочинении О плавающих телах Архимед применяет аналогичный метод к решению задач гидростатики. Исходя из двух допущений, сформулированных на геометрическом языке, Архимед доказывает теоремы (предложения) относительно величины погруженной части тел и веса тел в жидкости как с большей, так и с меньшей плотностью, чем само тело. В предложении VII, где говорится о телах более плотных, чем жидкость, выражен т.н. закон Архимеда, согласно которому «всякое тело, погруженное в жидкость, теряет по сравнению со своим весом в воздухе столько, сколько весит вытесненная им жидкость». В книге II содержатся тонкие соображения относительно устойчивости плавающих сегментов параболоида.

2.9. Аристотель.

2.9.1. Жизнь.

Аристотель родился в Стагире (384г. до н.э.), греческой колонии, расположенной на северо-западном побережье Эгейского моря. Его отец Никомах, принадлежавший к роду врачей Асклепиадов, был придворным врачом Аминты III - македонского царя.

В 369 году до н. э. пятнадцатилетний Аристотель лишился родителей, и заботы о нем принял на себя его опекун, Проксен. Аристотель наследовал от отца значительные средства, это дало ему возможность продолжать образование под руководством Проксена.

Книги тогда были очень дороги, но Проксен покупал ему даже самые редкие; таким образом, Аристотель в юности пристрастился к чтению. Под руководством Проксена он изучал растения и животных. Многие историки утверждают, что Аристотель наследовал от отца не только материальные средства, но также многие сочинения, запечатлевшие наблюдения органической и неорганической природы.

В 367 году до н. э. он отправился совершенствовать свое образование в центр культурной жизни Эллады - Афины. Свободный образ жизни Аристотеля породил различные слухи. Говорили, что он в кутежах спустил свое состояние и, чтобы добыть средства для существования, избрал профессию дрогиста. В соответствии со словарем Даля дрогист - москателыщик, торговец аптечным товаром, снадобщик, зелейн(щ)ик (от зелье). В действительности же Аристотель, не терпевший стеснений, никогда не предавался излишествам; он знал медицину и в Афинах оказывал медицинскую помощь, когда за ней к нему обращались.

Аристотель провел в обществе Платона семнадцать лет. Есть основание полагать, что Платон любил своего гениального и непокорного ученика и не только передал ему все свои познания, но перелил в него всю свою душу. До смерти Платона Аристотель не открывал своей школы, хотя философские его воззрения давно были разработаны. Итак, Аристотель около двадцати лет занимался в Академии Платона. Он мало интересовался политической жизнью. В 355 году до н. э. положение Аристотеля в Афинах, где он как иногородец не имел политических и гражданских прав, несколько упрочилось в связи с приходом к власти промакедонской партии. Однако Аристотель и Ксенократ решили покинуть Афины. К этому их побудило нежелание оставаться в Академии под началом племянника Платона Спевсиппа.

Покинув великий город, Аристотель вместе с Ксенократом отправился в Среднюю Азию и принял приглашение любимого ученика Гермия, тирана малоазийского города Атарнея, погостить у него в прибрежном Ассосе. Аристотель провел в этом городе три года (348 (347) - 345 годы до н. э.), здесь он нашел себя, здесь определилось его собственное мировоззрение. Аристотель женился на младшей сестре Гермия, Пифиаде. Гнев персидского царя был так велик, что Аристотелю пришлось спасать жизнь молодой девушки и свою собственную. Последующие три года мыслитель жил в городе Митилена на соседнем с Ассосом острове Лесбос, куда его пригласил Теофраст - друг и помощник, уроженец тех мест.

Во время пребывания на острове Лесбосе Аристотель получил приглашение от македонского царя Филиппа приехать в Македонию и стать воспитателем его сына Александра. В конце 340-х годов до н. э. Аристотель прибыл в новую столицу Македонии - город Пеллу. Воспитанию Александра Аристотель посвятил три года. Аристотель не стремился сделать из Александра философа и не изводил его геометрией, а нашел главное средство воспитания в поэзии, и особенно в эпосе Гомера. Во время восьмилетнего пребывания в Македонии Аристотель главным образом занимался наблюдением природы. Филипп, а потом Александр Македонский не жалели ничего, чтобы обеспечить Аристотелю возможность заниматься науками.

В 335 году до н. э. философ прибыл в Стагир с женой Пифиадой, с дочерью и воспитанником Никанором, а затем перебрался в Афины. Второй афинский период целиком совпадает с периодом походов Александра Македонского, иначе говоря, с "эпохой Александра". Аристотель пытался внушить Александру мысль о принципиальном различии греков и не-греков. Последний повел на Ближнем Востоке совсем иную политику: он препятствовал смешению пришлого, греческого, и местного населения. Кроме того, он вообразил себя восточным деспотом-полубогом и требовал от своих друзей и соратников соответствующих почестей.

Из Афин Аристотель уехал в Халкиду, где через два месяца 2 октября 322 года до н. э. умер от болезни желудка. Ему было 62 года.

Клевета преследовала Аристотеля всю жизнь; хотя он умер естественной смертью, распространился слух, что Аристотель убил себя, не желая предстать на суд перед Ареопагом. Но Аристотель был всегда против самоубийства. Поступки же его никогда не шли вразрез с убеждениями.

2.9.2. Учение.

Будучи учеником Платона, Аристотель подверг платонизм глубокой критике, отвергнув учение Платона об идеях как общих сущностях-эталонах, существующих до предметов материального мира и лишь отражающихся в них. Аристотель колебался в понимании сущности индивида, вида и рода. Его два критерия сущности противоречивы: сущность должна существовать самостоятельно, но так существуют только индивиды, и должна быть определима, иметь свое понятие, но так существует только общее (вид), индивиды не имеют своего понятия. Отклонив реальность родов (они существуют через виды) и платоновское превращение качеств, количеств, отношений, действий и т.п. в самостоятельные идеи, Аристотель склонился к признанию первичности вида относительно индивида и рода, обозначив его как «морфэ» (лат. «форма»), «первая сущность» (только в «Метафизике» и в «Категориях» первая сущность обозначает индивидов), «то, что было и что есть», т.е. устойчивое во времени (в пер. «суть бытия»).

В учении о возможности и действительности (потенциальном и актуальном) Аристотель придал формам статус активных сил, оформляющих внутренне и внешне и переоформляющих пассивное вещество («хюлэ», материю), порождая предметы чувственного физического мира. Формальные и материальные универсальные первоначала и первопричины дополняются движущей и целевой причинами.

Мудрость («первая философия») — наука о первоначалах и первопричинах и о сущем как таковом. Источник движения — Бог как неподвижный перводвигатель. Общая цель — благо; все стремится к своему благу, а, в конечном счете, к Богу. Однако Бог чужд миру, он замкнут на себе, он «сам-себя-мыслящее мышление». В чувственном мире много такого, что не подобает видеть Богу.

В наукоучении Аристотель выделял «теоретические» (созерцательные, без выхода в презираемую ими утилитарную практику) знания. К теоретическим знаниям относятся: мудрость, «первая философия» (позднее — метафизика), физика («вторая философия») и математика. «Практические», неподлинные знания (в них ввиду сложности предмета приходится выбирать, тогда как в теоретических науках выбора нет: или знание, или ложь): этика и политика; «творческие» науки, ограниченные искусством. Аристотель не уделяет внимания промышленной деятельности. Физика Аристотеля, трактующая такие темы, как движение и его виды, проблемы пространства и времени, источника движения, умозрительна. В собственно математике Аристотель не дал ничего нового. В философии математики он понимал математические предметы не как совпадающие с физическими предметами (пифагорейцы) и не как первичное для физических предметов (платонизм), а как результат абстрагирующей работы математика. Космология Аристотеля с ее геоцентризмом, делением космоса на надлунный (эфирный) и подлунный (земля, вода, воздух и огонь) миры, с его оконечиванием мира в пространстве сыграла негативную роль в истории науки. Аристотель интересовался биологией, описал около пятисот видов живых организмов, занимался биологической классификацией.

В психологии Аристотель порвал с платоновским учением о бессмертии личных душ, об их переселении из тела в тело, об их существовании в идеальном мире, допустив бессмертие лишь общечеловеческого активного интеллекта, в равной степени присущего людям. В вопросе об источнике знания Аристотель колебался между чувствами и умом. Для познания общего в природе необходимы и чувственное восприятие, и активный интеллект. В разумной душе, присущей лишь человеку (растения обладают растительной душой; животные — и растительной, и животной; человек — растительной, животной и разумной), все формы заложены потенциально, так что познание общего в природе — актуализация потенциально заложенных в душе форм.

Аристотель сформулировал закон противоречия: об одном и том же в одном и том же отношении и в одно и то же время нельзя высказывать противоположные суждения, т.к. в самой действительности предметы не могут иметь в себе противоположные сущности, качества, количества, отношения, совершать противоположные действия и т.п. Этому закону Аристотель придавал три разных смысла: онтологический, гносеологический и логический. На уровне возможности данный закон не действует (в возможности человек может быть и больным, и здоровым; в действительности, актуально, он или здоров, или болен). Создав логику (называвшуюся «аналитикой»), Аристотель «открыл» силлогизм, его фигуры и модусы. Аристотель различил достоверное знание (аподейктика), вероятное (диалектика) и намеренно ложное (софистика).

В учении о категориях Аристотель выделил категорию сущности как общее обозначение реально существующего носителя самостоятельно не существующих качеств (категория качества), категорию количества (количественных характеристик), категорию отношений, категорию места и категорию времени, категорию действия, категорию страдания (подверженности воздействию). В «Категориях» Аристотеля этот список дополняется категориями положения и обладания.

В этике Аристотель различал «этические» добродетели поведения как середины между крайностями как пороками (например, щедрость — добродетель как середина между мотовством и скупостью) и дианоэтические добродетели познания. Этический идеал Аристотеля — созерцательная жизнь философа: так живет подлинный Бог.

В политике Аристотель видел в человеке «политическое животное», не могущее жить вне общества себе подобных, определял государство как исторически возникшую общность людей, имеющую в отличие от таких общностей, как семья и догосударственные «селения», политическое устройство — как правильное, т.е. служащее общему благу (монархия, аристократия, полития), так и неправильное (тирания, олигархия, демократия), где власть имущие служат лишь своим интересам. Аристотель подверг критике коммунистический политический идеал Платона. Человек — собственник от природы, одна мысль о собственности доставляет несказанное наслаждение, тогда как общее дело все будут сваливать друг на друга. Различая в государстве необходимые и составные части, Аристотель отнес рабов к первым, понимая раба в основном как естественное творение природы. Думая, что для добродетели нужен досуг, Аристотель не признал за трудящимися прав гражданина, однако хотел, чтобы в проектируемом им самим государстве все греки были гражданами. Выход из этого противоречия Аристотель видел в том, чтобы во всех видах труда греков заменили рабы-варвары. Аристотель обращался с этим проектом к Александру Македонскому, но безуспешно.

2.9.3. Система философии математики Аристотеля.

К. Маркс назвал Аристотеля (384-322 гг. до н.э.) "величайшим философом древности". Основные вопросы философии, логики, психологии, естествознания, техники, политики, этики и эстетики, поставленные в науке Древней Греции, получили у Аристотеля полное и всестороннее освещение. В математике он, по-видимому, не проводил конкретных исследований, однако важнейшие стороны математического познания были подвергнуты им глубокому философскому анализу, послужившему методологической основой деятельности многих поколений математиков.

Ко времени Аристотеля теоретическая математика прошла значительный путь и достигла высокого уровня развития. Продолжая традицию философского анализа математического познания, Аристотель поставил вопрос о необходимости упорядочивания самого знания о способах усвоения науки, о целенаправленной разработке искусства ведения познавательной деятельности, включающего два основных раздела: "образованность" и "научное знание дела". Среди известных сочинений Аристотеля нет специально посвященных изложению методологических проблем математики. Но по отдельным высказываниям, по использованию математического материала в качестве иллюстраций общих методологических положений можно составить представление о том, каков был его идеал построения системы математических знаний.

Исходным этапом познавательной деятельности, согласно Аристотелю, является обучение, которое "основано на (некотором) уже ранее имеющемся знании... Как математические науки, так и каждое из прочих искусств приобретается (именно) таким способом". Для отделения знания от незнания Аристотель предлагает проанализировать "все те мнения, которые по-своему высказывали в этой области некоторые мыслители" и обдумать возникшие при этом затруднения. Анализ следует проводить с целью выяснения четырех вопросов: "что (вещь) есть, почему (она) есть, есть ли (она) и что (она) есть".

Основным принципом, определяющим всю структуру "научного знания дела", является принцип сведения всего к началам и воспроизведения всего из начал. Универсальным процессом производства знаний из начал, согласно Аристотелю, выступает доказательство. "Доказательством же я называю силлогизм, - пишет он, - который дает знания". Изложению теории доказательного знания полностью посвящен "Органон" Аристотеля. Основные положения этой теории можно сгруппировать в разделы, каждый из которых раскрывает одну из трех основных сторон математики как доказывающей науки: "то, относительно чего доказывается, то, что доказывается и то, на основании чего доказывается". Таким образом, Аристотель дифференцированно подходил к объекту, предмету и средствам доказательства.

Существование математических объектов признавалось задолго до Аристотеля, однако, пифагорейцы, например, предполагали, что они находятся в чувственных вещах, платоники же, наоборот, считали их существующими отдельно. Согласно Аристотелю: 1. В чувственных вещах математические объекты не существуют, так как "находиться в том же самом месте два тела не в состоянии"; 2. "Невозможно и то, чтобы такие реальности существовали обособленно".

Аристотель считал предметом математики "количественную определенность и непрерывность". В его трактовке "количеством называется то, что может быть разделено на составные части, каждая из которых... является чем-то одним, данным налицо. То или другое количество есть множество, если его можно счесть, это величина, если его можно измерить". Множеством при этом называется то, "что в возможности (потенциально) делится на части не непрерывные, величиною - то, что делится на части непрерывные". Прежде чем дать определение непрерывности, Аристотель рассматривает понятие бесконечного, так как "оно относится к категории количества" и проявляется, прежде всего, в непрерывном. "Что бесконечное существует, уверенность в этом возникает у исследователей из пяти оснований: из времени (ибо оно бесконечно) ; из разделения величин.. ; далее, только таким образом не иссякнут возникновение и уничтожение, если будет бесконечное, откуда берется возникающее. Далее, из того, что конечное всегда граничит с чем-нибудь, так как необходимо, чтобы одно всегда граничило с другим. Но больше всего -... на том основании, что мышление не останавливается: и число кажется бесконечным, и математические величины". Существует ли бесконечное как отдельная сущность или оно является акциденцией величины или множества? Аристотель принимает второй вариант, так как "если бесконечное не есть ни величина, ни множество, а само является сущностью..., то оно будет неделимо, так как делимое будет или величиной, или множеством. Если же оно не делимо, оно не бесконечно в смысле непроходимого до конца". Невозможность математического бесконечного как неделимого следует из того, что математический объект - отвлечение от физического тела, а "актуально неделимое бесконечное тело не существует". Число "как что-то отдельное и в то же время бесконечное" не существует, ведь "... если возможно пересчитать счислимое, то будет возможность пройти до конца и бесконечное". Таким образом, бесконечность здесь в потенции существует, актуально же - нет.

Опираясь на изложенное выше понимание бесконечного, Аристотель определяет непрерывность и прерывность. Так, "непрерывное есть само по себе нечто смежное. Смежное есть то, что, следуя за другим, касается его". Число как типично прерывное (дискретное) образование формируется соединением дискретных, далее неделимых элементов - единиц. Геометрическим аналогом единицы является точка; при этом соединение точек не может образовать линию, так как "точкам, из которых было бы составлено непрерывное, необходимо или быть непрерывными, или касаться друг друга". Но непрерывными они не будут: "ведь края точек не образуют чего-нибудь единого, так как у неделимого нет ни края, ни другой части". Точки не могут и касаться друг друга, поскольку касаются "все предметы или как целое целого, или своими частями, или как целое части. Но так как неделимое не имеет частей, им необходимо касаться целиком, но касающееся целиком не образует непрерывного".

Невозможность составления непрерывного из неделимых и необходимость его деления на всегда делимые части, установленные для величины, Аристотель распространяет на движение, пространство и время, обосновывая (например, в "Физике") правомерность этого шага. С другой стороны, он приходит к выводу, что признание неделимых величин противоречит основным свойствам движения. Выделение непрерывного и прерывного как разных родов бытия послужило основой для размежевания в логико-гносеологической области, для резкого отмежевания арифметики от геометрии.

"Началами... в каждом роде я называю то, относительно чего не может быть доказано, что оно есть. Следовательно, то, что обозначает первичное и из него вытекающее, принимается. Существование начал необходимо принять, другое - следует доказать. Например, что такое единица или что такое прямое или что такое треугольник (следует принять) ; что единица и величина существует, также следует принять, другое - доказать". В вопросе о появлении у людей способности познания начал Аристотель не соглашается с точкой зрения Платона о врожденности таких способностей, но и не допускает возможности приобретения их; здесь он предлагает следующее решение: "необходимо обладать некоторой возможностью, однако не такой, которая превосходила бы эти способности в отношении точности". Но такая возможность, очевидно, присуща всем живым существам; в самом деле, они обладают прирожденной способностью разбираться, которая называется чувственным восприятием. Формирование начал идет "от предшествующего и более известного для нас", то есть от того, что ближе к чувственному восприятию к "предшествующему и более известному безусловно" (таким является общее) . Аристотель дает развернутую классификацию начал, исходя из разных признаков.

Во-первых, он выделяет "начала, из которых (что-либо) доказывается, и такие, о которых (доказывается) ". Первые "суть общие (всем начала) ", вторые "свойственные (лишь данной науке) , например, число, величина". В системе начал общие занимают ведущее место, но их недостаточно, так как "среди общих начал не может быть таких, из которых можно было бы доказать все". Этим и объясняется, что среди начал должны быть "одни свойственны каждой науке в отдельности, другие - общие всем". Во-вторых, начала делятся на две группы в зависимости от того, что они раскрывают: существование объекта или наличие у него некоторых свойств. В-третьих, комплекс начал доказывающей науки делится на аксиомы, предположения, постулаты, исходные определения.

Выбор начал у Аристотеля выступает определяющим моментом построения доказывающей науки; именно начала характеризуют науку как данную, выделяют ее из ряда других наук. "То, что доказывается", можно трактовать очень широко. С одной стороны, это элементарный доказывающий силлогизм и его заключения. Из этих элементарных процессов строится здание доказывающей науки в виде отдельно взятой теории. Из них же создается и наука как система теорий. Однако не всякий набор доказательств образует теорию. Для этого он должен удовлетворять определенным требованиям, охватывающим как содержание доказываемых предложений, так и связи между ними. В пределах же научной теории необходимо имеет место ряд вспомогательных определений, которые не являются первичными, но служат для раскрытия предмета теории.

Хотя вопросы методологии математического познания и не были изложены Аристотелем в какой-то отдельной работе, но по содержанию в совокупности они образуют полную систему. В основе философии математики Аристотеля лежит понимание математических знаний как отражения объективного мира. Эта установка сыграла важную роль в борьбе Аристотеля с платоновым идеализмом; ведь "если в явлениях чувственного мира не находится вовсе математическое, то каким образом возможно, что к ним прилагаются его свойства? " - писал он. Разумеется, материализм

3. Упадок Александрийской школы

Папп и Диофант явились последними представителями александрийских математиков, внесших в математику новые идеи. В дальнейшем значение александрийских ученых снижается все более и более. Это объясняется как внутренними, так и внешними условиями работы в Александрийской школе. Государственный строй, в условиях которого развивались науки в Афинских и Александрийских школах, строй, основанный на рабском труде, не мог способствовать дальнейшему росту научных знаний. В первые годы существования Александрийской школы Птолемея были созданы весьма благоприятные условия для научной работы, так как это было выгодно для правящих классов: надо было создать сильное и богатое государство, приносящее и личную выгоду Птолемеям.

Развитие техники военного дела, астрономии, географии, торгового дела и промышленности требовало и быстрого развития математики, а потому математика и имела все данные для своего роста и вширь и вглубь. Но когда материальные потребности правящих классов были удовлетворены достигнутыми успехами наук, то не стало и стимула для поощрения дальнейшего роста научных знаний. Таковы внутренние условия, вызвавшие упадок математических наук в Александрии. Но, кроме них, существовали и условия внешнего характера. Уже задолго до начала нашей эры стало все более сказываться притязание Рима на овладение территорией, на которой была расположена Александрия. В 47 г. до н. э., во время войны Юлия Цезаря против Александрии, была сожжена ее замечательная библиотека. Затем она была восстановлена; но когда Рим окончательно овладел Александрией, началась жестокая вражда между христианами и язычниками. Религиозная рознь отозвалась и на науке, так как, во-первых, в науку стала проникать христианская мистика (что отозвалось, например, на творениях Никомаха), а, во-вторых, христианские фанатики стали преследовать все языческое, в том числе и «языческую» науку. По приказанию патриарха Теофила в 391 г. в Александрии был разрушен храм бога Сераписа, а вместе с храмом погибла и библиотека. Дни Александрийской школы были сочтены.

Таков был конец Александрийской математической школы.

Последний кратковременный расцвет математических наук в Греции отмечается в V - VI вв. в Афинах. Афинская школа этой эпохи работала главным образом над толкованием работ математиков прежних веков: Евклида, Архимеда и др. Но и эта школа в 529 г. была закрыта по распоряжению императора Юстиниана как «языческая мерзость».

4. Александрийская школа. Великие задачи.

Квадратура круга

Греки еще издавна преобразовывали любую прямолинейную фигуру с помощью циркуля и линейки в произвольную прямолинейную, равновеликую ей. И появилась мысль обобщить эту задачу: построить с помощью циркуля и линейки такой квадрат, площадь которого была бы равна площади данного круга. Задача получила название квадратуры круга, и многие ученые пытались выполнить такое построение.

Известный математик древности Гиппократ Хиосский (ок. 400 г. до н.э.) первый указал на то, что площадь круга пропорциональна квадрату его диаметра. Но провести строгое доказательство ученый в то время еще не мог: не было подходящего метода. Найденное Гиппократом Хиосским соотношение позволило свести задачу о квадратуре круга к построению с помощью циркуля и линейки, если это возможно, полученного коэффициента пропорциональности, одного и того же для всех кругов.

Попытки Гиппократа решить задачу о квадратуре круга привели его к открытию квадрируемых фигур (то есть таких, площади которых выражаются в рациональных числах), ограниченных пересекающимися окружностями. Они впоследствии получили название гиппократовых луночек. Вот пример такой луночки

Оказывается, что площади этих фигур равны и имеют общую часть - сегмент АВm.

Если вычтем эту площадь из площади каждой фигуры, то оставшиеся площади будут также равны. Таким образом, получается, что площадь луночки АтВп равна площади треугольника АОВ. Эта квадрируемая фигура - не единственная, которую нашел Гиппократ.

Казалось бы, что с появлением таких луночек найден ключ к решению задачи о квадратуре круга. Она была бы решена, если бы удалось разбить круг на квадрируемые части. Но этого сделать нельзя. Во второй половине прошлого столетия было доказано, что число пи, является трансцендентным, следовательно, нельзя построить с помощью циркуля и линейки отрезок, равный пи, а значит, и решение задачи данными средствами невозможно, так как длина окружности и площадь круга выражаются через пи.

Еще две задачи древности привлекали к себе внимание выдающихся ученых на протяжении многих веков, а попытки их решения обогатили математику значительными результатами.

Удвоение куба

Возникновение задачи об удвоении куба неизвестно. Она могла появиться из практических потребностей, например, увеличить в два раза вместимость амбара кубической формы, оставляя неизменной его форму.

Однако построить два средних пропорциональных отрезка к двум данным при помощи циркуля и линейки невозможно, что было установлено сравнительно недавно. Тем самым была доказана и невозможность решения задачи об удвоении куба классическими средствами, что заставило древних математиков искать другие способы решения. Они обратились к пространственным кривым, сечениям кругового цилиндра, конуса.

Деление угла на 3 части

И третья задача, не разрешаемая с помощью циркуля и линейки, - деление угла на три равные части (трисекция угла).

Одним из приемов, применявшимся еще древними для ее решения, являлось механическое с помощью вставки. Правда, оно не считалось строгим. Под вставкой понимают вообще построение отрезка, концы которого лежат на данных линиях и который проходит через некоторую данную точку. Его можно получить механически с помощью линейки, на которой предварительно нанесены две метки на расстоянии, равном длине заданного отрезка. Эту линейку вращают вокруг неподвижной точки, перемещая в то же время таким образом, чтобы одна из меток двигалась по одной из заданных линий. Это продолжается до тех пор, пока вторая метка не окажется на второй заданной линии.

Великая теорема Ферма

В задаче второй книги своей "Арифметики" Диофант поставил задачу представить данный квадрат в виде суммы двух рациональных квадратов. На полях, против этой задачи, Ферма написал: "Наоборот, невозможно разложить ни куб на два куба, ни биквадрат на два биквадрата и вообще ни в какую степень, большую квадрата, на две степени с тем же показателем. Я открыл этому поистине чудесное доказательство, но эти поля для него слишком узки". Это и есть знаменитая Великая теорема.

Великая теорема стоит на первом месте по числу данных ей неверных доказательств.

Сам Ферма оставил доказательство Великой теоремы для четвертых степеней. В прошлом веке Куммер, занимаясь Великой теоремой Ферма, построил арифметику для целых алгебраических чисел определенного вида. Это позволило ему доказать Великую теорему для некоторого класса простых показателей n. В настоящее время справедливость Великой теоремы проверена для всех показателей n меньше 5500.

5. Заключение

Из приведенного выше очерка развития математических знаний в Древней Греции можно видеть, что за более чем полуторатысячелетний период времени математическая наука в Греции имела значительные достижения. Это относится главным образом к элементарной геометрии, которая в трудах Фалеса, Пифагора, Платона и в особенности Евдокса, Евклида и Архимеда приобрела то содержание, которое сохраняется и в настоящее время. В этой области греческие математики сумели построить вполне научную основу и дали строго дидактическое изложение теории. От греков мы получили и основы всей геометрической терминологии. Что же касается других разделов математики (арифметики, алгебры и тригонометрии), то в них были заложены некоторые основы науки, но полного развития эти разделы у греков не получили. Как мы видели ранее, греки в своих арифметических исследованиях отрывались от практического счета, строго отделяя арифметику от логистики, и это в значительной мере тормозило развитие арифметики, так как никакая наука не может развиваться в отрыве от практики. Развитию алгебры препятствовало то, что еще недостаточно вошли в употребление символические записи, намек на которые мы впервые встречаем в трудах Диофанта, пользовавшегося лишь отдельными символами и сокращениями записи. Свое значение алгебра приобрела много позднее, когда в связи с развитием символики смогла помочь и практическим расчетам, и научным обобщениям. По отношению к тригонометрии мы можем сказать, что в Греции тригонометрия не получила самостоятельного значения, а являлась лишь вспомогательным вычислительным аппаратом для астрономических наблюдений.

Однако если рассматривать развитие в Древней Греции элементарной математики в целом, то мы должны признать, что обязаны грекам очень большими достижениями на этом пути.

**Список литературы**

Рыбников К. А. История математики: Учебник. – М.: Изд-во МГУ, 1994. – 496 с.

Выгодский М. Я. Арифметика и алгебра в древнем мире. М.: Наука, 1967

Стройк Д. Краткий очерк истории математики. М.; Л.: Наука, 1990

Колмогоров А. Н. Математика // БСЭ. 2-е изд. Т. 26, 464 - 483

Для подготовки данной работы были использованы материалы с сайтов http://www.refcentr.ru/

http://center.fio.ru/

http://www.college.ru

http://crydee.sai.msu.ru

http://culture.niv.ru

http://ega-math.narod.ru

http://geom.kgsu.ru

http://www.krugosvet.ru

http://www.univer.omsk.su

http://zntk.narod.ru