**Реферат на тему : Измерение случайных процессов.**

Содержание

1. Общие сведения об измерениях. . . . . . . . . . . . . . . . . . . стр 3.
2. Измерения математического ожидания и дисперсии случайного процесса. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . стр 9.
3. Измерение функций распределения вероятности. . . . стр 11.
4. Измерения корреляционной функции. . . . . . . . . . . . . . стр 13.
5. Анализ спектра мощности. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . стр 14.
6. Приложения . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . стр 16.
7. Список литературы. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . стр 17.

ИЗМЕРЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

**1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ**

Измерения вероятностных характеристик случайных процес­сов (статистические измерения) составляют один из наиболее быстро развивающихся разделов измерительной техники. В на­стоящее время область распространения статистических методов исследования и обработки сигналов измерительной информации практически безгранична. Связь, навигация, управление, диагно­стика (техническая, медицинская), исследование среды и многие другие области немыслимы без знания и использования свойств сигналов и помех, описываемых их вероятностными характери­стиками.

Потребность в изучении свойств случайных процессов приве­ла к развитию соответствующих методов и средств (преимуще­ственно электрических). Появление анализаторов функций рас­пределения вероятностей, коррелометров, измерителей математи­ческого ожидания, дисперсиометров и других видов измерителей вероятностных характеристик открыло новые возможности в об­ласти создания современной информационной и управляющей техники.

Рассмотрим необходимые исходные определения и общие сведения о статистических измерениях.

В теории статистических измерений используют следующие понятия и их аналоги, заимствованные из теории случайных функций (аналоги из математической статистики): реализация случайного процесса (выборочная функция), мгновенное значе­ние (выборочное значение), совокупность мгновенных значений (выборка), вероятностная характеристика (предел выборочного среднего).

Введем следующие обозначения: *Х (t) —* случайный процесс;

*i*-порядковый номер реализации случайного процесса *Х* (*t*);

*xi(tj)* —мгновенное значение процесса *Х (t),* соответствующее значению (*i*-й реализации в *j*-й момент времени. Случайным назы­вают процесс *Х (t),* мгновенные значения которого *xi (tj)* суть случайные величины.

На рис.1 представлена в качестве примера совокупность реализации случайного процесса, воспроизводящих зависимости некоторого параметра *Х* от времени *t.*

В теории случайных процессових полное описание произво­дится с помощью систем вероятностных характеристик: многомерных функций распределения вероятности, моментных функ­ций, характеристических функций и т. п. В теории статистиче­ских измерений исследуемый случайный процесс представляется своими реализациями, причем полное представление осуществля­ется с помощью так называемого ансамбля, т. е. бесконечной совокупностью реализаций. Ансамбль — математическая аб­стракция, модель рассматриваемого процесса, но конкретные реализации, используемые в измерительном эксперименте, пред­ставляют собой физические объекты или явления и входят в ан­самбль как его неотъемлемая часть.

Если случайный процесс представлен ансамблем реализации *xi (t),* *i*=1, 2, ..., со, то вероятностная характеристика в может быть определена усреднением по совокупности, т.е.

*N*

****[X (*t*)]=lim 1/N g[*xi*(*t*)], **(1)**

N  *i* =1

где *g* [*Xi* (*t*)]— некоторое преобразование, лежащее в основе оп­ределения вероятностной характеристики . Так, например, при определении дисперсии g[*Xi (t)*]*= xi (t).* При этом полагаем, что процесс характеризуется нулевым математическим ожиданием.

Вместо усреднения по совокупности может быть использовано усреднение по времени с использованием *k-*й реализации *xk (t)* и тогда

T

 [X(*t*)]= lim 1/T  g[*xi*(*t*)]*dt.*  (2)

T

# Например, при определении математического ожидания

T

M [X (*t*)]= lim 1/T  *xk* (*t*) *dt.* (3)

T  0

В общем случае результаты усреднения по совокупности **(1)** и по времени **(2)** неодинаковы. Предел выборочного среднего по совокупности **(1)** представляет собой вероятност­ную характеристику, выражающую зависимость вероятностных свойств процесса от текущего времени. Предел выборочного среднего по времени **(2)** представляет собой вероятностную характеристику, выражающую зависимость вероятностных свойств процесса от номера реализации.

Наличие и отсутствие зависимости вероятностных характери­стик от времени или от номера реализации определяет такие фундаментальные свойства процесса, как стационарность и эрго­дичность. *Стационарным,* называется процесс, вероятностные ха­рактеристики которого не зависят от времени; соответственно *эргодическим* называется процесс, вероятностные характеристи­ки которого не зависят от номера реализации.

Следовательно, *стационарный неэргодический* случайный процесс — это такой процесс, у которого эквивалентны времен­ные сечения (вероятностные характеристики не зависят от теку­щего времени), но не эквивалентны реализации (вероятностные характеристики зависят от номера реализации). *Нестационар­ный эргодический* процесс — это процесс, у которого эквивалент­ны реализации (вероятностные характеристики не зависят от номера реализации), но не эквивалентны временные сечения (вероятностные характеристики зависят от текущего времени). Классифицируя случайные процессы на основе этих призна­ков (стационарность и эргодичность), получаем следующие четы­ре класса процессов: стационарные эргодические, стационарные неэргодические, нестационарные эргодические, нестационарные неэргодические.

Учет и использование описанных свойств случайных процес­сов играет большую роль при планировании экспериментапоопределению их вероятностных характеристик.

Поскольку измерение представляет собой процедуру нахож­дения величины опытным путем с помощью специальных техни­ческих средств, реализующих алгоритм, включающий в себя операцию сравнения с известной величиной, в статических изме­рениях должна применяться мера, воспроизводящая известную величину.

Типовые алгоритмы измерений вероятностных характеристик случайных процессов, различающиеся способом применения ме­ры в процессе измерений, представляются в следующем виде:

\* [X (*t*)]= KS*d*g [X (*t*)]; (4)

\* [X (*t*)]= S*d* Kg [X (*t*)]; (5)

\* [X (*t*)]= S*d* gK [X (*t*)]; (6)

где S*d—*оператор усреднения; *К—*оператор сравнения;

\* [X (t)]—результат измерения характеристики  [X (*t*)].

Данные алгоритмы различаются порядком выполнения опе­раций. Операция сравнения с образцовой мерой (*К*) может быть заключительной [см. (4)], выполняться после реализации оператора g*,* но до усреднения [см.(5)] и, наконец, быть началь­ной [см. (6)]. Соответствующие обобщенные структурные схе­мы средств измерений значений вероятностных характеристик представлены на **рис. 2**.

На этих рисунках для обозначения блоков, реализующих операторы, входящие в выражения (4) — (6), используют­ся те же обозначения. Так, g *—* устройство, выполняющее пре­образование, лежащее в основе определения вероятностной ха­рактеристики ; S*d —* устройство усреднения (сумматор или ин­тегратор); *К—* компаратор (сравнивающее устройство), а *М—*мера, с помощью которой формируется известная величина (., g., *x.*)

Представленное на **рис. 2**, ***а*** средство измерений реализует следующую процедуру: на вход поступает совокупность реализа­ций {*xi* *(t)*} (при использовании усреднения по времени — одна реализация *xi*, *(t)*-, на выходе узла g имеем совокупность преоб­разованных реализации {g[*xi* (*t*)]}; после усреднения получаем величину S*d* {g[*xi* (*t*)]}, которая поступает на компаратор, осуще­ствляющий сравнение с известной величиной о, в результате чего получаем значение измеряемой вероятностной характеристики \*[*X(t*)]*.*

Отличие процедуры, реализуемой средством измерений, пред­ставленным на **рис. 2, б,** заключается в том, что после формиро­вания совокупности {g [*xi* (*t*)]} она поступает не на усреднитель, а на компаратор, который выполняет сравнение с известной вели­чиной *go;* на выходе компаратора формируется числовой массив {g\* [*xi (ti)*]} и усреднение выполняется в числовой форме. На выхо­де усреднителя S*d* имеем результат измерения \* [*X* (*t*)].

Средство измерений (**рис. 2, в**) основано на формировании массива числовых эквивалентов мгновенных значений реализа­ции случайного процесса *Х (t),* после чего преобразование g и ус­реднение выполняются в числовой форме. Это устройство эквива­лентно последовательному соединению аналого-цифрового пре­образователя (АЦП) и вычислительного устройства (процессо­ра). На выходе АЦП формируется массив мгновенных значений, а процессор по определенной программе обеспечивает реализа­цию операторов g и S*d,*

Погрешность результата измерения вероятностной характе­ристики случайного процесса

\* [*X*(*t*)]=\*[*X*(*t*)]*-*  [ *X*(*t*)]. **(7)**

Для статистических измерений характерно обязательное на­личие составляющей методической погрешности, обусловленной конечностью объема выборочных данных о мгновенных значени­ях реализации случайного процесса, ибо при проведении физиче­ского эксперимента принципиально не может быть использован бесконечный ансамбль реализации или бесконечный временной интервал. Соотношение **(7)** определяет результирующую по­грешность, включающую в себя как методическую, так и инстру­ментальную составляющие. В дальнейшем будут приводиться соотношения только для определения специфической для стати­стических измерений методической погрешности, обусловленной конечностью числа реализации и временного интервала.

2. ИЗМЕРЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОЖИДАНИЯ ИДИСПЕРСИИ СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА

Математическое ожидание и дисперсия случайного процес­са — основные числовые вероятностные характеристики, измере­ние которых играет большую роль в практике научных исследова­ний, управления технологическими процессами и испытаний.

При измерении математического ожидания результатом из­мерения является среднее по времени или по совокупности мгно­венных значений реализации исследуемого случайного процесса. Усреднение по времени применяется на практике существенно чаще, чем усреднение по совокупности, поскольку работать с од­ной реализацией удобнее и проще, чем с совокупностью. На **рис. 3** приведена структурная схема устройства, реали­зующего алгоритм

t

M\* [X (t)]= 1/T xk (t) dt.

t-T

На рисунке *Д—*преобразователь измеряемой величины в электрический сигнал (датчик); *НП —* нормирующий преобра­зователь, превращающий входной сигнал в стандартный по виду и диапазону значений; *И —* интегратор; УС — устройство сопря­жения, обеспечивающее согласование выхода интегратора со входами цифрового вольтметра и регистрирующего прибора;

*ЦИП —* цифровой прибор (например, цифровой вольтметр);

*РП—*регистрирующий прибор (самопишущий прибор).

Для оценки среднего квадратичeского значения погрешности, обусловленной конечностью объема выборочных данных,

можно пользоваться следующими соотношениями:

1/2

 =[2*D*[X(*t*)]  *k*/T]

M

при усреднении по времени T и

1/2

 =[*D*[X(*t*)]/N]

M

при усреднении по совокупности *N.* Здесь *D*[*X* (t)]—дисперсия процесса *X(t),* а  *k* — интервал корреляции. Дисперсия случайного процесса характеризует математиче­ское ожидание квадрата отклонений мгновенных значений реали­зации случайного процесса от математического ожидания. Таким образом,

T 2

D[X(*t*)]= lim 1/T  [*xk* (*t*)-[X(*t*)]] *dt*

T 0

или

N 2

D[X(t)]= lim 1/N  [xi(t)-[X(t)]] dt

N i=1

Возможны различные варианты построения устройств для измерения дисперсии случайного процесса — дисперсиометров. На **рис. 4** приведена структурная схема средства измерений дисперсии случайного процесса, т. е. работающего согласно вы­ражению

t t 2

D\* [X(*t*)]=1/T  [*xk* (*t*)- 1/T1  *xk* (*t*)*dt*] *dt*

t-T t-T1

На рисунке *НП —* нормирующий преобразователь; *И1* и *И2 —* интеграторы; *ВУ—* вычитающее устройство; *КУ—* квадратирующее устройство; *УС —* устройство сопряжения; *ЦИП —* цифро­вой прибор; *РП —* регистрирующий прибор.

Средняя квадратическая погрешность из-за конечности объема выборочных данных о мгновенных значениях *Х (t)* может быть определена с помощью соотношений

2 1/2

 =[2*D*[X (*t*)]  *k*/T]

M

, где *D*[*X2* (*t*)]— дисперсия *Х (t);* T—время усред­нения.

При усреднении по совокупности *N* реализаций

2 1/2

 =[*D*[X (*t*)] /N]

D

**3. ИЗМЕРЕНИЕ ФУНКЦИЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ**

Одномерная интегральная функция распределения вероятно­сти *F (X)* равна вероятности того, что мгновенное значение про­извольной реализации в произвольный момент времени меньше установленного уровня, т. е. *Xi (ti)*  *X.* Функция *F (X)* определя­ется как предел выборочного среднего:

F (X)= lim S*d* [ [*x* (*t*) ,X]],

*d*

1 при *x* (*t*)  X

Где [*x*(*t*) ,X]=

0 при *x* (*t*) > X

Поскольку интегральные *F (X)* и дифференциальные *w (X)* функции распределения вероятности связаны между собой со­отношениями

## X

*w* (X) =(*dF* (X))/*dX* ; *F* (X)=  *w* (X) *dX*

-

справедливо выражение

*w* (X) = lim ((F(X+X)-F (X))/X)= lim ((S*d* [[*x*(*t*) ,X]])/X)

X X

1 при X < *x* (*t*)  X+X

где  [*x*(*t*) ,X]=

0 при *x* (*t*)  X, *x* (*t*) > X+X

В качестве примера рассмотрим средство измеренийдляопределения интегральной функции распределения вероятности уровня электрического сигнала. Схема средства измерений, реа­лизующего алгоритм

t

*F\***(X)=*1/T   [*xk*(*t*) ,X]*dt ,*

t-T

показана на **рис. 5**, где *ПУ —* пороговое устройство, формиру­ющее сигнал *X k (t}—X; ФУ—*формирующее устройство; *И—*интегратор, на выходе которого получается сигнал F\* (X) при установленных значениях *Х* и *Т; УС —* устройство сопряжения;

*ЦИП —* цифровой прибор; *РП —* регистрирующий прибор.

Средняя квадратическая погрешность из-за конечности объема выборки определяется для *F {X)* с помощью соотношения

2 1/2

 =[2(F - F )  *k*/T]

F

при усреднении по времени и с помощью соотношения

2 1/2

 =[2(F - F )/N]

F

при усреднении по совокупно­сти. Для *(X)* соответствующие соотношения имеют вид:

2 1/2

 =[2(*w - w* X)  *k*/T]

*w*

2 1/2

и  =[(*w - w* X)/N]

*w*

В приведенных соотношениях F и *w* — истинные значения измеряемых функ­ций при данном *X.*

**4. ИЗМЕРЕНИЯ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ**

Для случайного процесса с нулевымматематическим ожида­нием корреляционная функция равна:

R*x* (s,) = lim S*d*[*xi* (*t*) *xi*-*s* (*t*-)],

d

где  и s — соответственно сдвиг во времени и в пространстве реализации перемножаемых мгновенных значений.

В практических задачах большую роль играют стационарные случайные процессы, т. е. процессы с постоянными вероятностны­ми характеристиками, не зависящими от текущего времени. Сре­ди случайных процессов можно выделить эргодические процессы, для которых

*t*

R*x* () = lim 1/T *x* (*t*) *x* (*t*-)*dt*,

T 0

Большое значение корреляционного анализа в различных областях науки и техники привело к созданию множества измери­тельных приборов для измерений корреляционных функций — коррелометров.

Типовая структура коррелометра, в котором используется усреднение по времени, представлена на **рис. 6**. При этом реализуется следующий алгоритм:

*t*

R\**x* () = 1/T *xk* (*t*) *xk* (*t*-)*dt*,

*t-T*

Как видно, после нормирующего преобразователя *НП* сигнал поступает в устройство временной задержки УЗ и на перемножа­ющее устройство *ПУ,* осуществляющее перемножение мгновен­ных значений, сдвинутых по времени на интервал т. Далее с по­мощью интегратора *И* выполняется усреднение, после которого результирующий сигнал через УС подается на цифровой прибор *ЦИП* или регистрирующий прибор *РП.*

Средние квадратические погрешности, обусловленные ко­нечностью объема выборочных данных о мгновенных значениях реализации процесса *Х (t),* оцениваются с помощью соотноше­ний:

1/2

 ={2D[*xk* (t) *xk* (t-)]  *k*/T}

R

при усреднении по времени *Т* и

1/2

 ={D[*xk* (t) *xk* (t-)]/N}

R

при усреднении по совокупности.

**5. АНАЛИЗ СПЕКТРА МОЩНОСТИ**

Спектр мощности характеризует ее частотное распределение, и он может быть определен в соответствии со следующими форму­лами:

2

S*x*(*w*) = lim 1/T  *xiT* (*w*) 

T

Где

t -jwt’

XiT (w) =  xi (t’) e dt’

t-T

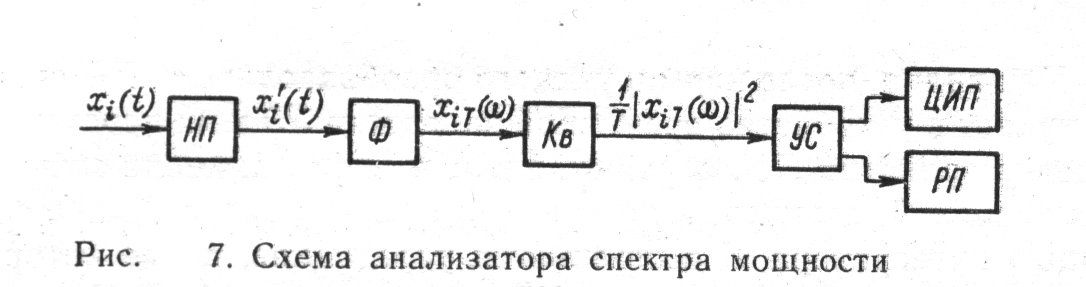
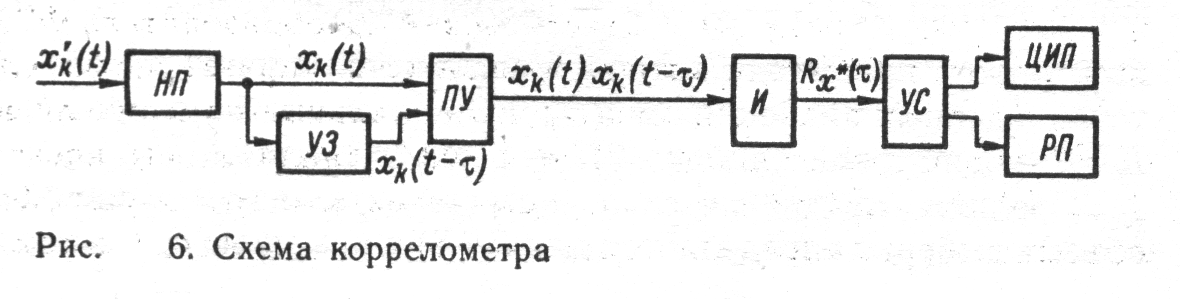
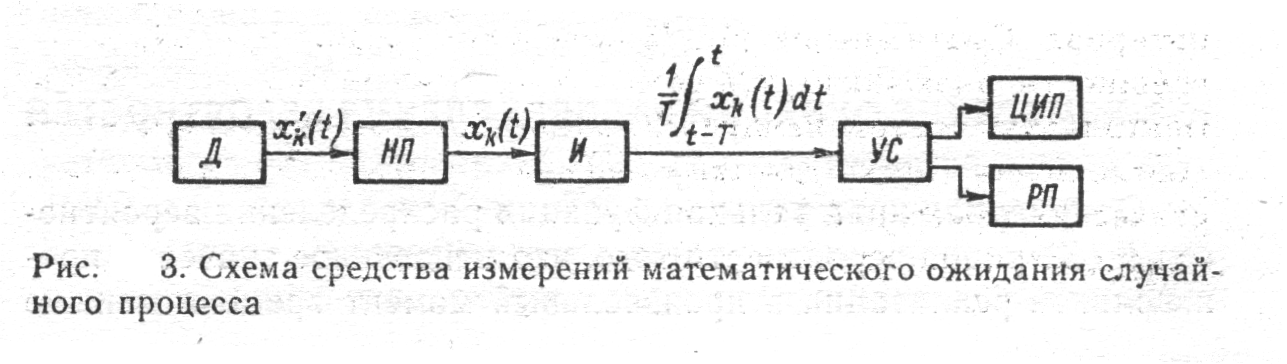
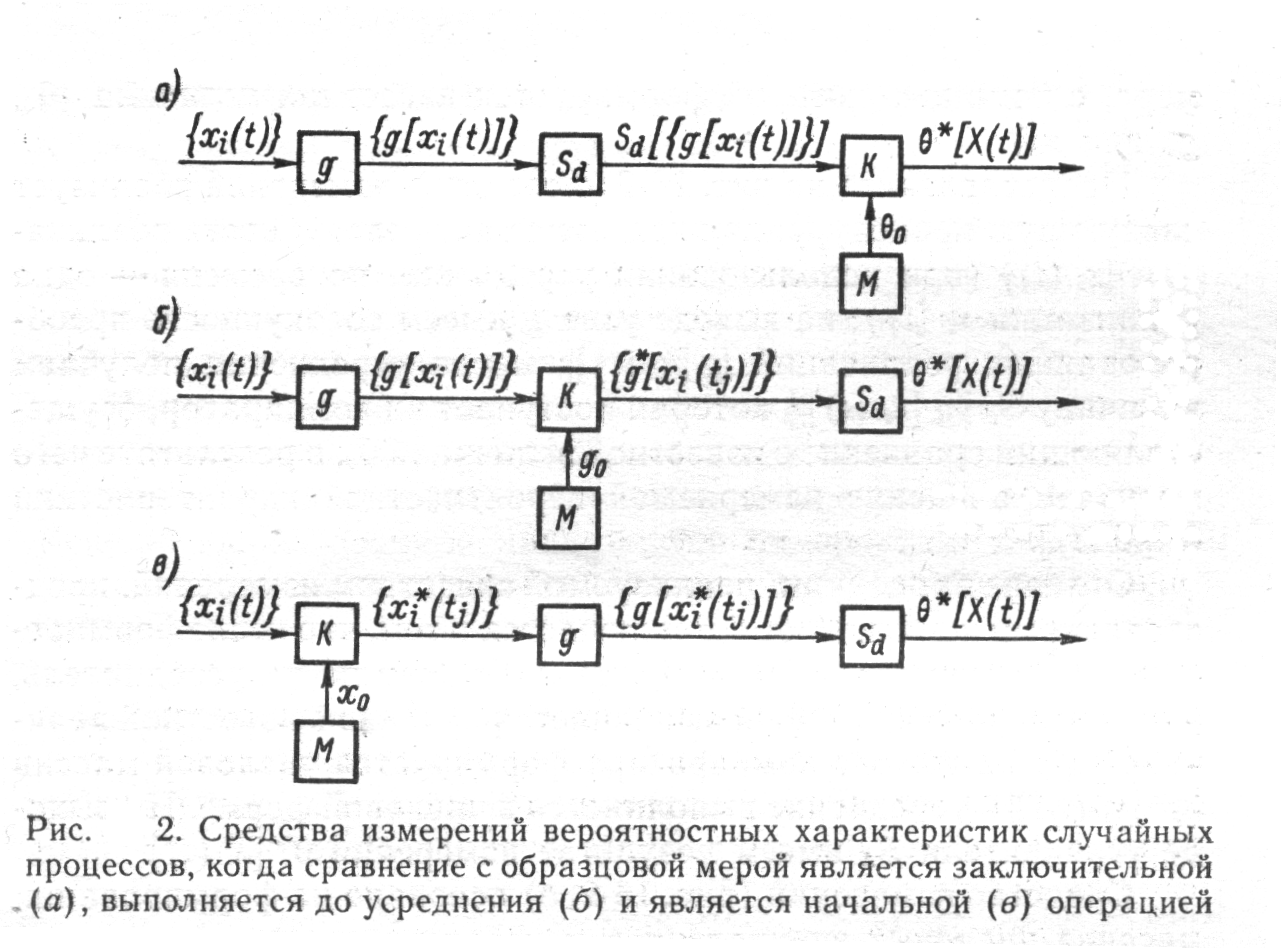
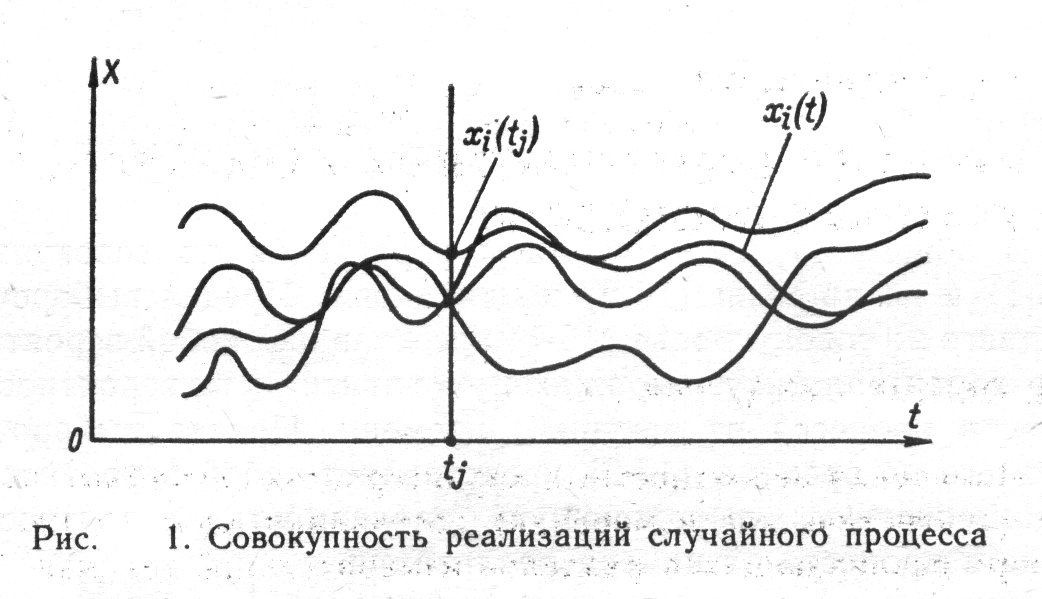
На **рис. 7** изображена схема анализатора спектра мощно­сти случайного процесса *Х (t).*

С выхода нормирующего преобразователя *НП* *i*-я реализация случайного процесса *xi (t)* поступает на блок Ф, выполняющий преобразование Фурье, после чего узлом *Кв* производится возве­дение в квадрат и нормирование с учетом интервала усреднения *Т.* С помощью устройства сопряжения *УС* сформированный сиг­нал поступает на *ЦИП* и регистратор *РП.*

В настоящее время отечественной промышленностью серийно выпускаются анализаторы случайных процессов. К ним относят­ся многофункциональный статистический преобразователь Ф790, корреллометр Ф7016, комплекс измерителей характеристик случайных сигналов Х6-4/а, многофункциональные измерители ве­роятностных характеристик Ф36 и Ф37, анализаторы спектра Ф4326, Ф4327, Ф7058 и др. С помощью этих приборов и устройств можно измерять математические ожидания и дисперсии, а также значения функций распределения вероятности, корреляционных и спектральных функций с последующим восстановлением вида самих функций. Перечисленные анализаторы рассчитаны в ос­новном на унифицированный входной сигнал и позволяют изме­рить от 256 до 4096 ординат анализируемой функции. Погреш­ность измерения не превышает ±5 %.

Кроме того, для определения вероятностных характеристик случайных сигналов могут использоваться электроизмеритель­ные приборы, предназначенные для измерения среднего и дей­ствующего значений сигнала. Для определения среднего значе­ния применяют магнитоэлектрические приборы и цифровые ин­тегрирующие приборы. Для определения среднего квадратического отклонения используют приборы, показания которых определяются действующим значением сигнала (термоэлектри­ческие, электростатические и др.).

Корреляционные устройства получили применение в различ­ных областях науки и техники для измерения различных величин. В качестве примера можно указать корреляционное устройство для измерения скорости прокатки. Эти устройства измеряют кор­реляционную функцию, зависящую от т, которая, в свою очередь, зависит от скорости прокатки.



**Список литературы :**

1.Метрология и электроизмерительные приборы. Душин М .Е.\М.: Энергоатомиздат,1986.

2.Метрология, стандартизация и измерения в технике связи. Под ред. Б.П. Хромого

М.: Радио и связь, 1986.

3.Основы метрологии и стандартизации. Голубева В. П. \М .: Вектор, 1996.