**Методы обучения математике**

**Методы обучения, определяемые уровнем познавательной деятельности учащихся**

К методам этой группы относятся репродуктивные, проблемно-поисковые и самостоятельная работа учащихся.

В практике многих учителей широко используется самостоятельная работа учащихся. Она проводится почти на каждом уроке в пределах 7-15 мин. Первые самостоятельные работы по теме носят в основном обучающий и корректирующий характер. С их помощью осуществляется оперативная обратная связь в обучении: учитель видит все недостатки в знаниях учащихся и своевременно устраняет их. От занесения в классный журнал оценок "2" и "3" можно пока воздержаться (выставляя их в тетради или дневнике учащегося). Если самостоятельная работа носит контролирующий характер, то в журнал выставляются все оценки. Такая система оценивания является достаточно гуманной, хорошо мобилизует учащихся, помогает им лучше осмысливать свои затруднения и преодолевать их, способствует повышению качества знаний. Учащиеся оказываются лучше подготовленными к контрольной работе, у них исчезает страх перед такой работой, боязнь получить двойку. Количество неудовлетворительных оценок, как правило, резко сокращается. У учащихся вырабатывается положительное отношение к деловой, ритмичной работе, рациональному использованию времени урока.

**Проблемное обучение математике.**

**Эвристический метод обучения математике**

Сущность эвристики. Роль эвристической деятельности в науке и практике обучения математике. Эвристическая беседа. Достоинства и недостатки эвристического метода обучения математике

Эвристика - молодая научная дисциплина, возникшая на стыке таких наук, как философия, кибернетика, психология и педагогика. Специалисты каждой из этих наук рассматривают эвристику со своих позиций, придают своеобразное толкование ее основным понятиям и положениям.

Так, кибернетики считают, что эвристика - методы и способы, связанные с улучшением эффективности системы (человека или машины), решающей задачи. Психологи считают эвристику разделом психологии, изучающим творческое мышление. Педагоги считают эвристикой науку о средствах и методах решения задач. Философы термин "эвристический" приписывают таким правилам или утверждениям, которые способствуют открытию нового.

В последние годы к эвристике относят и те исследования представителей кибернетики, которые пытаются моделировать высшие проявления интеллекта. Уже и сейчас проблемы эвристики разрабатываются инженерами и математиками, психологами и физиологами, педагогами и организаторами производства. Все же основой эвристики является психология, особенно тот ее раздел, который получил название психологии творческого, или продуктивного, мышления.

Эвристическая деятельность или эвристические процессы, хотя и включают в себя умственные операции в качестве важного своего компонента, вместе с тем обладают некоторой спецификой. Именно поэтому эвристическую деятельность следует рассматривать как такую разновидность человеческого мышления, которая создает новую систему действий или открывает неизвестные ранее закономерности окружающих человека объектов (или объектов изучаемой науки).

Попытки проникнуть в механизм этого процесса, раскрыть его закономерности предпринимали и предпринимают многие исследователи в различных отраслях науки.

В эвристике, как молодой, развивающейся науке, не все понятия достаточно четко определены. Это прежде всего относится к понятию "эвристический метод". Многие исследователи понимают под ним определенный эффективный, но недостаточно надежный способ решения задач. Он позволяет ограничивать перебор вариантов решения, т. е. сокращать число вариантов, изучаемых перед тем, как выбрать окончательное решение. Понятно, что это определение понятия "эвристический метод" не может быть признано удовлетворительным, так как в нем представлена лишь внешняя характеристика явления, но не раскрыты существенные его черты.

Чтобы раскрыть существо этого понятия, необходимо иметь в виду, что сам термин "эвристический" применим к явлениям двоякого рода. Во-первых, можно рассмотреть как эвристическую такую деятельность человека, которая приводит к решению сложной, нестандартной задачи, во-вторых, эвристическими можно считать и специфические приемы, которые человек сформировал у себя в ходе решения одних задач и более или менее сознательно переносит на решение других задач.

Эвристические приемы как готовые схемы действия составляют объект эвристической логики, а реальный процесс эвристической деятельности - объект психологии. Но если эвристические приемы могут быть представлены в виде определенной логической схемы, т. е. могут быть описаны математическим языком, то эвристическая деятельность на современном этапе развития науки не имеет своего математического выражения.

Начало применения эвристического метода как метода обучения - математике можно найти еще в книге известного французского педагога - математика Лезана "Развитие математической инициативы". В этой книге эвристический метод не имеет еще современного названия и выступает в виде советов учителю. Вот некоторые из них:

Основной принцип преподавания - "сохранять видимость игры, уважать свободу ребенка, поддерживая иллюзию (если есть таковая) его собственного открытия истины"; "избегать в первоначальном воспитании ребенка опасного искуса злоупотреблением упражнениями памяти", ибо это убивает его врожденные качества; обучать, опираясь на интерес к изучаемому.

Лезан приводит множество примеров, наглядно показывая, как сделать обучение математике более эффективным, опираясь на явную заинтересованность учащихся процессом обучения.

Эвристический метод обучения рассматривался в русской школе с начала XIX в. Многие русские педагоги-математики того времени не раз пересматривали традиционные методы обучения, представлявшиеся им устаревшими, не отвечающими основным задачам математического образования.

На необходимость пересмотра традиционной программы обучения в русской школе указывал, в частности, известный педагог-математик С. И. Шохор-Троцкий. В книге "Геометрия на задачах" он писал, что нельзя излагать учащихся данный раздел математики в совершенно готовом виде. Поступать так - значит идти вразрез с основными принципами обучения и воспитания. В частности, он указывал, что "занятия геометрией могут быть для ученика занимательны только тогда, когда они требуют от него посильного и планомерного труда... требуют умственной работы, а не заучивания слов на память".

Большое значение эвристическому методу обучения в школе придавал другой русский педагог-математик Н. А. Извольский. В книге "Комбинационная работа" он писал, что "главной задачей обучения является развитие творческих способностей".

Известный методист-математик В. М. Брадис определяет эвристический метод следующим образом: "Эвристическим называется такой метод обучения, когда руководитель не сообщает учащимся готовых, подлежащих усвоению сведений, а подводит учащихся к самостоятельному переоткрытию соответствующих предложений и правил"

Определение эвристического метода преподавания дается также В. В. Репьевым. Только название метода здесь звучит несколько иначе - эвристическая беседа. "... Этот метод состоит в том, что учитель ставит перед классом проблему (теорему, задачу), а затем путем целесообразных вопросов приводит учащихся к решению проблемы".

Но суть этих определений одна - самостоятельный, планируемый лишь в общих чертах поиск решения поставленной проблемы.

Роль эвристической деятельности в науке и в практике обучения математике подробно освещается в книгах американского математика Д. Пойа. В книге "Как решать задачу". Д. Пойа пытается охарактеризовать эвристику как специальную отрасль знания. Цель эвристики - исследовать правила и методы, ведущие к открытиям и изобретениям. Интересно, что основным методом, с помощью которого можно изучить структуру творческого мыслительного процесса, является, по его мнению, исследование личного опыта в решении задач и наблюдение за тем, как решают задачи другие. Автор пытается вывести некоторые правила, следуя которым можно прийти к открытиям, не анализируя той психической деятельности, в отношении которой предлагаются эти правила. "Первое правило - надо иметь способности, а наряду с ними удачу. Второе правило - стойко держаться и не отступать, пока не появится счастливая идея". Интересна приводимая в конце книги схема решения задач. Схема указывает, в какой последовательности нужно совершать действия, чтобы добиться успеха. Она включает четыре этапа:

1. Понимание постановки задачи.

2. Составление плана решения.

3. Осуществление плана.

4. Взгляд назад (изучение полученного решения).

В ходе выполнения этих этапов решающий задачу должен ответить на следующие вопросы: Что неизвестно? Что дано? В чем состоит условие? Не встречалась ли мне раньше эта задача, хотя бы в несколько другой форме? Есть ли какая-нибудь родственная данной задача? Нельзя ли воспользоваться ею?

Нетрудно видеть, что эта схема подчеркивает главным образом один принцип эвристической деятельности: использование в том или ином виде прошлого опыта. Но этот принцип не может считаться единственным в структуре творческой мыслительной деятельности. Понятно, что многие весьма важные компоненты продуктивного мышления в работах Д. Пойа и не могут выступить с должной отчетливостью, так как речь у него идет об учебных, а не о чисто творческих задачах.

Близка точке зрения Д. Пойа та характеристика эвристической деятельности, которая дается известным американским психологом Д. Брунером в его книге "Процесс обучения". Эвристические приемы характеризуются Д. Брунером как некоторые не вполне точные способы решения задач, с помощью которых можно прийти, а можно и не прийти к нужному результату. У Брунера понятие "эвристический" служит для характеристики лишь приемов, помогающих решать задачу, как и у Д. Пойа. Д. Брунер не исследует эвристическую деятельность человека как процесс, приводящий к формированию приемов или схемы действий. Между тем обучение деятельности - это значительно более сложная и вместе с тем гораздо более важная проблема, чем обучение готовым, сложившимся приемам решения задач.

Весьма интересна с точки зрения применения эвристического метода в школе книга американского педагога У. Сойера "Прелюдия к математике".

" Для всех математиков, - пишет Сойер, - характерна дерзость ума. Математик не любит, когда ему о чем-нибудь рассказывают, он сам хочет дойти до всего"

Эта "дерзость ума", по словам Сойера, особенно сильно проявляется у детей.

" Если вы, например, преподаете геометрию 9-10-летним ребятам, - говорит Сойер, - и рассказываете, что никто еще не смог разделить угол на три равные части при помощи линейки и циркуля, вы непременно увидите, что один-два мальчика останутся после уроков и будут пытаться найти решение. То обстоятельство, что в течение 2000 лет никто не решил эту задачу, не помешает им надеяться, что они смогут это сделать в течение часового перерыва на обед. Это, конечно, не очень скромно, но и не свидетельствует об их самонадеянности. Они просто готовы принять любой вызов. А ведь в действительности уже доказано, что невозможно разделить угол на три равные части при помощи линейки и циркуля. Их попытка найти решение - того же рода, что попытка представить "корень из двух" в виде рациональной дроби p/q

Хороший ученик всегда старается забежать вперед. Если вы ему объясните, как решать квадратное уравнение дополнением до полного квадрата, он непременно захочет узнать, можно ли решить кубическое уравнение дополнением до полного куба. Вот это желание исследовать является отличительной чертой математика. Это одна из сил, содействующих росту математика. Математик получает удовольствие от знаний, которыми он уже овладел, и всегда стремится к новым знаниям".

Другим необходимым качеством математика является интерес к закономерностям. Закономерность - это наиболее стабильная характеристика постоянно меняющегося мира. Сегодняшний день не может быть похожим на вчерашний. Нельзя увидеть дважды одно и то же лицо под одним и тем же углом зрения. Закономерности встречаются уже в самом начале арифметики. В таблице умножения имеется немало элементарных примеров закономерностей. Вот один из них. Обычно дети любят умножать на 2 и на 5, потому что последние цифры ответа легко запомнить: при умножении на 2 всегда получаются четные цифры, а при умножении на 5, еще проще, всегда 0 или 5. Но даже в умножении на 7 есть свои закономерности. Если мы посмотрим последние цифры произведений 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, т.е. на 7, 4, 1, 8, 5, 2, 9, 6, 3, 0, то увидим, что разность между последующей и предыдущей цифрами составляет:-3; +7;-3;-3; +7; -3; -3, -3. В этом ряду чувствуется совершенно определенный ритм.

Если прочесть конечные цифры ответов при умножении на 7 в обратном порядке, то мы получаем конечные цифры от умножения на 3. Даже в начальной школе можно развить навык наблюдения за математическими закономерностями.

В книге "Прелюдия к математике" Сойер приводит много примеров наблюдений закономерностей и в арифметике, и в алгебре, и в геометрии. Итак. одним из основных методов, который позволяет учащимся проявить творческую активность в процессе обучения математике, является эвристический метод. Грубо говоря, этот метод состоит в том, что учитель ставит перед классом некоторую учебную проблему, а затем путем после-довательно поставленных заданий "наводит" учащихся на самостоятельное обнаружение того или иного математического факта. Учащиеся постепенно, шаг за шагом, преодолевают трудности в решении поставленной проблемы и "открывают" сами ее решение.

Известно, что в процессе изучения математики школьники часто сталкиваются с различными трудностями. Однако в обучении, построенном эвристически, эти трудности часто становятся своеобразным стимулом для изучения. Так, например, если у школьников обнаруживается недостаточный запас знаний для решения какой-либо задачи или доказательства теоремы, то они сами стремятся восполнить этот пробел, самостоятельно "открывая" то или иное свойство и тем самым сразу обнаруживая полезность его изучения. В этом случае роль учителя сводится к тому, чтобы организовать и направить работу ученика, чтобы трудности, которые ученик преодолевает, были ему по силам. Нередко эвристический метод выступает в практике обучения в форме так называемой эвристической беседы. Опыт многих учителей, широко применяющих эвристический метод, показал, что он влияет на отношение учащихся к учебной деятельности. Приобретя "вкус" к эвристике, учащиеся начинают расценивать работу по "готовым указаниям", как работу неинтересную и скучную. Наиболее значимыми моментами их учебной деятельности на уроке и в домашних условиях становятся самостоятельные "открытия" того или иного способа решения задачи. Явно возрастает интерес учащихся к тем видам работ, в которых находят применение эвристические методы и приемы.

Современные экспериментальные исследования, проведенные в советской и зарубежной школах, свидетельствуют о полезности широкого использования эвристического метода при изучении математики учащимися средней школы, начиная уже с начального школьного возраста. Естественно, что в таком случае перед учащимися можно поставить только те учебные проблемы, которые могут быть поняты и разрешены учащимися на данном этапе обучения.

К сожалению, на частое применение эвристического метода в процессе обучения поставленных учебных проблем требуется гораздо больше учебного времени, чем на изучение этого же вопроса методом сообщения учителем готового решения (доказательства, результата). Поэтому учитель не может использовать эвристический метод преподавания на каждом уроке. К тому же длительное использование только одного (даже весьма эффективного метода) противопоказано в обучении. Однако следует отметить, что "время, затраченное на фундаментальные вопросы, проработанные с личным участием учащихся,-не потерянное время: новые знания приобретаются почти без затраты усилий благодаря ранее полученному глубокому мыслительному опыту".