**Многозначные логики Я. Лукасевича**

Блинов А.К.

**1. Возникновение и формализация модальных логик**

Многозначные логики представляют собой оригинальное и интересное направление в логике. Их появление часто связывают с широко известной проблемой «будущей случайности».

В девятой главе трактата «Об истолковании» Аристотель ставит следующую проблему: верно ли, что относительно единичного и вместе с тем будущего события всякое утверждение или отрицание истинно или ложно? Верно ли, например, что относительно завтрашнего морского сражения истинно или ложно утверждение «завтра морское сражение произойдет» или отрицание «завтра морское сражение не произойдет?» Содержание знаменитого фаталистического аргумента Аристотеля можно представить следующим образом. Пусть сейчас истинно, что завтра будет морское сражение. Из этого следует, что завтрашнее морское сражение является необходимым, так как не может быть, чтобы завтра не было морского сражения, иначе сегодня не было бы истинно, что морское сражение завтра произойдет. Подобное рассуждение можно сформулировать и для случая, когда сейчас ложно, что морское сражение завтра произойдет. Сейчас истинно или ложно, что завтра будет морское сражение. Значит, или необходимо, что оно произойдет, или необходимо, что оно не произойдет. Получается, что все происходящее происходит по необходимости, случайных событий нет.

Указанная проблема оказалась удивительно продуктивной для развития логики: распространенным является мнение, что именно многочисленные попытки логической реконструкции подхода Аристотеля к решению проблемы будущей случайности привели к появлению многозначных логик.

Следует отметить, что идея многозначных логик имеет давнюю историю. Незыблемость принципа логической бивалентности, или двузначности, согласно которому каждое высказывание является истинным или ложным, подвергалась сомнению уже в средневековье. Некоторые исследователи отмечают[67] , что, в частности, еще Петр Аврелий высказывал предположение о возможном ограничении указанного принципа в целях сохранения случайности, подойдя, т.о., к идее третьего значения довольно близко. Многие исследователи (Ф. Бенер, А. Прайор, П. Белтс и др.) утверждают, что четкая идея трехзначной логики просматривается у Оккама, хотя последний и не продолжил исследований в этом направлении.

Тем не менее, развитие многозначных логик как особого направления связывается, прежде всего, с именем Яна Лукасевича. Такие работы Лукасевича, как статьи «В защиту логистики» и «О детерминизме», монография «Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики» по праву входят в число классических произведений современной философии и логики. «Философию необходимо перестроить, начиная с оснований, вдохнуть в нее научный метод и подкрепить ее новой логикой»[68] - такая задача представляется Лукасевичу важнейшей в контексте его научного кредо.

Проблема, которая более всего интересовала Лукасевича – это проблема детерминизма. При этом, под детерминизмом он понимал «точку зрения, гласящую, что если А является b в момент t , то истинно в любой момент, предшествующий t , что А есть b в момент t .»[69] Детерминистская точка зрения, по мнению Лукасевича, «странна и совсем не очевидна»[70] . Он подробно рассматривает два наиболее сильных аргумента в ее защиту: первый, идущий от Аристотеля, основывается на принципе исключенного третьего, второй – на физическом принципе причинности. Лукасевич показывает, что второй аргумент не исключает индетерминизма, т.е. что «можно быть глубоко убежденным, что ничего не происходит без причины и что каждое событие имеет своей причиной какое-нибудь событие прошлого, но тем не менее, не быть детерминистом.» Желая разрушить фаталистический аргумент Аристотеля, Лукасевич приходит к необходимости отказаться от принципа двузначности, так как полагает, что доводы Аристотеля не столько подрывают принцип исключенного третьего, сколько именно принцип двузначности. Различение принципа двузначности (бивалентности) и принципа исключенного третьего следует отметить как серьезное достижение Лукасевича. А.С. Карпенко, например, отмечает смешение принципа бивалентности с законом исключенного третьего как весьма распространенную ошибку и следующим образом характеризует имеющее место различие: «Различие между указанными принципами является более глубоким, даже фундаментальным, чем это можно выразить на формальном уровне. Принцип бивалентности применим только к высказываниям и потому является только логическим принципом, т.е. принципом теории истинности, в то время как содержание закона исключенного третьего ничуть не исчерпывается формой р U O р, поскольку кроме своего логического статуса имеет еще металогический и онтологический статус»[71] . В уже упомянутой статье «О детерминизме» Лукасевич так характеризует принцип двузначности: «Этот принцип, ввиду того, что он лежит в основе логики, не может быть доказан. Ему можно только доверять, а доверяет ему тот, кому он кажется очевидным. Поэтому мне ничто не препятствует этот принцип не признать и принять, что, кроме истинности и ложности существуют еще другие логические значения, по крайней мере, еще одно, третье логическое значение».[72]

Т.о., неопределенные высказывания, к которым относятся и высказывания о будущих случайных событиях, по мнению Лукасевича, не являются ни истинными, ни ложными, им присуще другое истинностное значение. Этим высказываниям не соответствует ни бытие, ни небытие, но лишь возможность. Т.о., Лукасевич вводит в логику третье истинностное значение, промежуточное между «истиной» и «ложью», которое он интерпретирует как «возможность». Так Лукасевич разрушает фаталистический аргумент Аристотеля. Причем, способ решения частной проблемы в данном случае не менее важен, чем результат. Нельзя не согласиться с Лукасевичем, который утверждал, что введение третьего значения в логику изменяет ее до основания, что трехзначная логика отличается от двузначной не менее, чем системы неэвклидовой геометрии от евклидовой геометрии.

Существовала ли и существует до сих пор тенденция связывать индукцию с вероятностным подходом или, как его называли ранее, особенно логики, с правдоподобием? Вначале Лукасевич был сторонником т.н. инверсной теории дедукции, согласно которой индукция является рассуждением, в котором отыскивается логическое основание для единичных предложений опыта. Связь индуктивных и дедуктивных рассуждений он обобщил, следуя Твардовскому, в понятии рассуждения как процесса. Лукасевич различает основание и следствие, которые не соответствуют паре посылка-заключение, и в связи с этим вводит направление рассуждения[73] . Если посылка является основанием, а заключение - следствием, то речь идет о дедуктивном рассуждении, а если посылка есть следствие, а заключение - основание, то речь идет о рассуждении-редукции, или говоря иначе, дедукция является нахождением следствия по данному основанию, а редукция - основания для данного следствия. Дедукция является надежным, безошибочным рассуждением, тогда как редукция - всего лишь правдоподобным. Но в 1909 году Лукасевич, анализируя формулу Лапласа p = n +1/ n +2, по которой определяется правдоподобие того, что n +1 событие обладает свойством, которое проявилось в n событиях, формулирует аргумент, ставивший под сомнение осмысленность приписывания индуктивным заключениям меры правдоподобия[74] . Формула Лапласа касается единичного события, тогда как в индуктивном заключении речь идет о правдоподобии генерализации. Можно воспользоваться т.н. обобщенной формулой Лапласа p = n +1/ n + m +1, где m - это число событий, охваченных генерализацией, а n - базис индукции (число наблюдаемых событий). Поскольку m много больше n , то p не может быть больше 1/2, а если m стремится к бесконечности, то p - к нулю.[75] Поэтому Лукасевич в работе "Логические основания исчисления правдоподобия"[76] старается выяснить, почему понятие правдоподобия не относится к предложениям (суждениям). Он считает, что меру правдоподобия можно приписывать пропозициональным функциям в виде отношения числа аргументов, для которых она истинна, к конечному числу всех значений переменной. Предложения, т.е. формулы без свободных переменных бывают или истинными, или ложными и понятие правдоподобия к ним не относится вообще.

Таким образом, если истинностную оценку считать именем предложения в косвенном употреблении, то, очевидно, отождествить ее с ситуацией невозможно. Поэтому Лукасевич оставляет индукцию как опосредующий метод, предваряющий дедукцию и обращается непосредственно к ревизии рассуждения как понятию, охватывающему и индукцию, и дедукцию. Эта ревизия состояла в высказывании сомнения относительно универсальности двух важнейших законов: принципа исключенного третьего и принципа противоречия. Если второму из этих законов посвящена монография "О принципе противоречия у Аристотеля"[77] , то о первом можно найти упоминание в коротком отчете "О принципе исключенного среднего"[78] . Исходная позиция метафизика Лукасевича в ревизии обоих этих законов одна. В отчете он пишет: "[...] два важнейших онтологических принципа, известных как принцип противоречия и принцип исключенного среднего истинными сами по себе не являются, но требуют доказательства; однако поскольку доказать их не удается, особенно в применении к реальным предметам, то их следует считать только допущениями. Поэтому необходимость признания этих принципов не имеет логического источника, но проистекает из определенных практических потребностей"[79] .

В ревизии рассуждения как процесса, в частности, процесса приписывания свойств предметам именно последние стали для Лукасевича на какое-то время целью анализа, и здесь можно обнаружить выразительное влияние А.Мейнонга, в семинарах которого в 1909 г. в Граце участвовал Лукасевич. В выводах упомянутого отчета он ставит под сомнение, "подпадают ли под принцип исключенного среднего общие предметы, такие как треугольник вообще, человек вообще и т.д." "Но если речь идет о реальных предметах, — продолжает Лукасевич - принцип исключенного среднего, кажется, остается в тесной связи с постулатом повсеместной детерминации явлений, не только теперешних и прошедших, но и будущих"[80] . Оба упомянутых принципа для Лукасевича являются не чем иным, как способом рассуждения, процессом, правильность которого не может приниматься "на веру" и должна быть подвержена анализу.

Работа Лукасевича состоит из двух частей: исторической и систематической. В первой он различает три аспекта принципа противоречия: онтологический, логический и психологический.

Онтологический принцип противоречия: ни один предмет не может одновременно обладать и не обладать одним и тем же свойством.

Логический принцип противоречия: два суждения, в одном из которых предмету приписывается некоторое свойство, а в другом это свойство отрицается, не могут быть одновременно истинными.

Психологический принцип противоречия: два убеждения, которым соответствуют два противоречивых суждения, не могут существовать в одном сознании.

Затем Лукасевич показывает, что хотя онтологическая и логическая формулировки принципа не равнозначны, но для Аристотеля они тождественны. Лукасевич согласен с этим взглядом Стагирита и в дальнейшем пользуется обоими формулировками взаимозаменяемо. Что же касается психологической формулировки, то ее Лукасевич считает эмпирическим принципом, а поэтому доказательство закона противоречия на основании априорных суждений, к которым относятся также онтологическая и логическая формулировки, невозможно. Критика психологического принципа противоречия как логического закона является первым аргументом Лукасевича, ставившего под сомнение правильность воззрений Аристотеля на этот принцип. Вторым аргументом, вызвавшем сомнение Лукасевича, служит тезис, что можно найти более очевидный и простой принцип, нежели принцип противоречия и таковым польский логик считает принцип тождества. Вместе с тем - и это главный упрек Аристотелю - Стагирит не является последовательным, поскольку, с одной стороны, он считает, что принцип противоречия недоказуем, а с другой - формулирует ряд его доказательств. По мнению Лукасевича все доказательства (главным образом апагогические) не верны с формальной точки зрения. Лукасевич считает, что непоследовательность Аристотеля можно объяснить психологическими мотивами: "Кажется, никто не чувствовал сильнее необходимость доказательства принципа противоречия, чем сам Аристотель; однако он не умел и не мог согласиться с этим чувством убеждения, что принцип противоречия как принцип окончательный не может быть доказан. Тем самым он оказался в неудобном положении: запутался в противоречиях в самом рассмотрении принципа противоречия"[81] . ([1910], S .51-52)

Прочие возражения Лукасевича могут быть сведены к следующим положениям:

а) принцип противоречия как закон логики не является ни достаточным, ни необходимым, ибо можно рассуждать дедуктивно или индуктивно и делать это непротиворечиво;

б) принцип противоречия не удается вывести из дефиниции истины или лжи, как не удается его вывести ни из принципа тождества, ни из принципа двойного отрицания;

в) можно привести формальное доказательство принципа противоречия, используя определение предмета как чего-то, что не обладает противоречивыми свойствами, однако это доказательство будет формальным, а не предметным.

Так как для доказательства принципа противоречия нужно предварительно показать, что ни один предмет не является противоречивым, в чем Лукасевич весьма сомневается, то свою монографию он заканчивает словами: "Поскольку принцип противоречия предметно не удается доказать, несмотря на то, что такое доказательство необходимо, то он не имеет логической ценности. Зато он имеет важную практическо-этическую ценность, будучи единственной защитой против ошибок и лжи.- Поэтому мы должны его принять".

Таким образом, оказывается, что для Лукасевича логическое основание не является единственным и даже важнейшим мотивом в решении принятия тех или иных суждений: свойство истинности суждения переводится в этическую плоскость, как потом окажется, единственно с целью освободиться от формальных ограничений, а тем самым и от самого принципа противоречия. В данном случае этические мотивы сыграли роль метатеории.[82]

И наконец следует ответить на вопрос: какую роль сыграла монография "О принципе противоречия у Аристотеля" в процессе формирования идеи многозначной логики? На первый взгляд влияние этой работы может показаться минимальным, поскольку о ней Лукасевич почти не вспоминает в своем дальнейшем творчестве[83] . Можно предположить, что Лукасевич занял позицию, подобную той, что и Лесьневский, руководствуясь аналогичными мотивами, а именно, он считал, что работа "О принципе противоречия у Аристотеля" является метафизической, чрезмерно отягощающей логику онтологией. Ведь в "логическом" периоде Лукасевич разделял совершенно иные взгляды на отношение логики и онтологии. Когда он сформулировал систему многозначной логики, то считал, что опыт может и должен решить, какая логика является формальной моделью мира. Еще позже, в период II мировой войны, Лукасевич склонялся ко взгляду, что выбор логики является делом конвенции. Таким образом, очевидного повода возвращаться к своей первой книжке у Лукасевича не было. Еще позже оказалось, что с точки зрения многозначной логики исторически более интересными были взгляды Аристотеля на принцип исключенного третьего, нежели на принцип противоречия. И все же следует признать, что ревизионистские интенции Лукасевича мало зависели от объекта исследования и были направлены на метод рассуждения. Логические законы были единственно поводом для обнаружения границ уверенности логических рассуждений. Комментируя высказывания Аристотеля о будущих случайных событиях (известная проблема морского боя) Лукасевич приходит к выводу, что Стагирит сомневался в универсальности принципа исключенного среднего, тогда как решительным сторонником двузначности были стоики во главе с Хрисиппом. Поэтому Лукасевич называет новую, трехзначную логику не неаристотелевской, а нехрисипповой.

Таким образом, в двадцатые годы принцип двузначности в размышлениях Лукасевича занял место принципа противоречия. Оба этих закона не могут быть доказаны и получают поэтому статус принципов, но в отличие от принципа двузначности принцип исключенного третьего не требует защиты в виде аргументов практического и этического характера, поскольку оказалось, что введение в рассмотрение более двух истинностных оценок позволяет последовательно строить логическую систему. Но наиболее значимое различие этих принципов в работах Лукасевича состояло в том, что принцип противоречия трактовался как обычный логический закон, а принцип двузначности - как закон металогический. Поэтому оказалось, что конструкция нехрисипповой логики зависит не столько от набора аксиом, сколько от решения метатеоретических вопросов, потому что когда Лукасевич писал "Принцип противоречия", он не различал логику и металогику. Сомнению подвергался логический закон (принцип противоречия) и нет ничего удивительного в том, что он получил в результате фрагмент классической логики, а не новую, неаристотелевскую логику.

Значения принципа двузначности было позже выяснено в исследованиях Лукасевича, Лесьневского и Тарского. В обычном исчислении высказываний принцип двузначности сформулировать не удается. Но в более богатых логических системах, например, в прототетике Лесьневского или в исчислении высказываний с переменными функторами принцип двузначности является теоремой. Если в таких системах принято стандартное определение конъюнкции, дизъюнкции и отрицания, то следствием принципа двузначности будут законы противоречия и исключенного среднего. Например, без принятия того, что отрицание истинного предложения ложно, а отрицание ложного предложения истинно, с принципом двузначности согласуется предложение "два взаимно отрицающих друг друга предложения могут быть одновременно ложными"; это предложение согласуется с принципом двузначности до тех пор, покамест не будет принято, что конъюнкция двух ложных высказываний - ложна.[84]

Возвращаясь к семантике трехзначной логики, т.е. к проблеме детерминизма, отметим, что Лукасевич полагал, будто из принципа двузначности следует принцип детерминизма, но не наоборот, и подобное же соотношение имеет место между принципом трехзначности и принципом индетерминизма, причем под индетерминизмом Лукасевич понимал взгляд, согласно которому в будущем относительно момента t могут возникнуть события, не предрешенные в момент t . Предрешить же значение самой "неаристотелевской логики" Лукасевич не берется, констатируя единственно значение теоретическое, т.е. как удавшуюся ревизию теоретического метода рассуждения. А поскольку семантика такой логики не была прояснена, то и практическое ее значение остается невыясненным, но имеющим для Лукасевича несомненную ценность. Будет ли и какое практическое значение иметь новая система логики — это, по его мнению, выяснится лишь тогда, когда в свете новых логических законов окажутся проведенные подробные исследования логических явлений, особенно имеющих место в дедуктивных науках и когда можно будет сравнить с опытом следствия индетерминистского взгляда на мир, являющегося метафизическим основанием новой логики.

Первая трехзначная логика была создана Лукасевичем в 1920 г. Лукасевич определяет значения логических связок для случаев третьего истинностного значения.

При этом, формула А – тавтология, если при любом приписывании истинностных значений из множества a 1, , 0 n пропозициональным переменным, входящим в формулу А, она принимает значение 1, которое называется выделенным истинностным значением. Множество тавтологий представляет собой трехзначную матричную логику Лукасевича.

В 1922 г. он сформулировал n -значные логики для n n 3, где 0 интерпретируется как ложь, 1 – как истина, а все другие числа в интервале от 0 до 1 как степени вероятности, соответствующие различным возможностям. Указанные n – значные логики также строятся матричным методом.

**2. Модальные логики**

Уже первые изложения трехзначной логики в 1920 г. содержали явную связь модальности и многозначности. Лукасевич считал, что в двузначной логике не удастся согласовать интуитивные трактовки модальных функторов. Эта мысль является следствием объяснения формализации модальностей не как операторов, а как функторов, уравненных концептуально в правах с логическими знаками. Это свое убеждение Лукасевич последовательно выражал на протяжении всего своего научного творчества.

Первое систематическое изложение модальной логики дано Лукасевичем в работе с названием "Философские замечания о многозначных системах исчисления предложений."[1930] Правда, здесь не представлена система модальной логики как таковая, но только показаны требования, которым должна, по мнению Лукасевича, удовлетворять такая система. Модальными предложениями Лукасевич называет следующие четыре выражения:

(1) возможно, что p - символически : Mp ;

(2) невозможно, что p - символически : NMp ;

(3) возможно, что не- p - символически : MNp ;

(4) невозможно, что не- p - символически : NMNp .

Традиционные утверждения о модальностях по мнению Лукасевича можно разделить на три группы. К первой группе относятся предложения следующего вида: ( a ) Ab oportere ad esse valet consequentia (Если что-либо необходимо, то оно существует); ( b ) Ab esse ad posse valet consequentia (Если что-либо существует, то оно возможно); (с) Ab non posse ad non esse valet consequentia (Если что-либо невозможно, то оно не существует). Общим представителем этой группы является предложение

( I ): Если невозможно, что p , то не- p .

Вторую группу составляет утверждение Лейбница из "Теодицеи": ( d ) Unumquodque , quando est , oportet esse (Чтобы то ни было, когда оно существует - оно необходимо). Лукасевич замечает, что последнее высказывание в действительности происходит от Аристотеля и разбирает возможные интерпретации Стагирита. В результате анализа оказывается, что слово " quando " в предложении ( d ), как и соответствующее ему " hotan " у Аристотеля, являются частицами, выражающими не условие, но время. Однако временная форма переходит в условную форму, поскольку в связанных временными рамками предложениях определение времени оказывается включенным в содержание предложений.[85]

Предложение ( d ) имеет следующую эквивалентную формулировку

( II ): Если предполагается, что не- p , то невозможно, что p .

Третью группу представляет аристотелевский принцип обоюдной возможности

( III ): Для некоторого p , возможно, что p , и возможно, что не- p .

Мы опустим здесь технические подробности решения Лукасевичем проблемы модальностей,но он видит в использовании трехзначной логики, а точнее - в нахождении в L 3 такого определения возможности, которое бы выполняло условия, очерченные в ( I )-( III ). Удовлетворительная дефиниция должна быть прочитана следующим образом: "возможно, что p значит то, что "или предложение p и не- p равнозначны, или не существует такой пары противоречивых предложений, которые бы следовали из предложения p ". В более общем значении аналогичное в этом контексте понятие возможности предложил в 1921 г. Тарский: Mp = CNpp . Дефиниенс этого определения ложен тогда и только тогда, когда p =1/2. Из этого определения и таблиц для C и N получаем равенства: M 0=0, M 1/2=1, M 1=1. Согласно этим равенствам, если предложение p ложно, то ложно также и предложение Mp , но Mp истинно, когда p истинно или p принимает третье значение. Этот результат Лукасевич посчитал наиболее согласованным с интуицией. Определение необходимости имеет вид Lp = NCpNp в соответствии с общепринятой схемой Lp = NMNp . Заканчивая свое первое систематическое изложение модальной логики в духе логики многозначной Лукасевич полностью принимает изложенные выше определения возможности и необходимости: " Решительно не высказываясь об интуитивном смысле приведенной выше дефиниции, мы должны однако признать, что эта дефиниция удовлетворяет всем условиям, определенным в утверждениях ( I )-( III ), и в частности, как это доказал г.Тарский, что это единственная возможная в трехзначной системе дефиниция, выполняющая эти условия"[86] .

Поскольку позже Лукасевич вернулся к проблематике модальной логики, то естественно считать, что первое ее изложение не удовлетворяло его. Новое изложение[87] [1953] модальной логики Лукасевич начинает с изложения условий, которым по его мнению должна удовлетворять такая логика:

(1) утверждается импликация CpMp ;

(2) отбрасывается импликация CMpp ;

(3) отбрасывается предложение Mp ;

(4) утверждается импликация CLpp ;

(5) отбрасывается импликация CpLp ;

(6) отбрасывается предложение NLp ;

(7) утверждается эквивалентность EMpNLNp ;

(8) утверждается эквивалентность ELpNMNp .

Понятия "утверждения" и "отбрасывания" принадлежат системе и обозначаются соответственно " ? ? " и " ? ? ". Первое условие соответствует принципу Ab esse ad posse valet consequentia . Второе условие соответствует высказыванию A posse ad esse non valet consequentia . В третьем условии говорится, что не все выражения, начинающиеся с M утверждаются, поскольку в противном случае Mp было бы равносильно функции " verum от p ", которая не является модальной функцией. Четвертое условие соответствует принципу Ab oportere ad esse valet consequentia . Пятое условие соответствует высказыванию Ab esse ad oportere non valet consequentia . В шестом условии говорится, что не все выражения, начинающиеся с NL являются утверждениями, поскольку в противном случае Lp было бы равносильно функции " falsum от p ", которая не является функцией модальности. Последние два условия представляют очевидные связи между возможностью и необходимостью.

Лукасевич предлагает для "основной модальной логики" следующую совокупность формул в качестве аксиом: ( A 1) ? ? CpMp , ( A 2) ? ? CMpp , ( A 3) ? ? Mp , ( A 4) ? ? EMpMNNp с правилами замены по определению ( Lx = NMNx ), подстановки в утвержденное выражение, подстановки в отбрасываемое выражение (если а отбрасывается и а есть подстановка b , то b должно быть отброшено), отделения для утвержденных выражений и отделения для отбрасываемых выражений (если Cxy утверждено, а y - отброшено, то x также отброшено). С использованием знака необходимости ( A 1)-( A 4) преобразуются в: ( A 5) ? ? CLpp , ( A 6) ? ? CpLp , ( A 7) ? ? NLp , ( A 8) ? ? ELpLNNp . Особенно важными по мнению Лукасевича являются аксиомы ( A 4) и ( A 8). Поскольку они весьма похожи, то возникает мысль, что они имеют в своем основании некий общий принцип, из которого их можно вывести. А это значит, что "основная модальная логика" не полна. Это допущение подтверждается тем фактом, что формулы MKpqMp , CMKpqMq (если возможна конъюнкция, то возможен каждый из ее членов), а также CLKpqLp , CLKpqLq (если необходима конъюнкция, то необходим каждый из ее членов) независимы от "основной модальной логики". Не выводимы из ( A 1)-( A 4) (либо же из ( A 5)-( A 8)) следующие законы, известные уже Аристотелю: ( a ) CCpqCMpMq , ( b ) CCpqCLpLq , ( c ) CLCpqCMpMq , ( d ) CLCpqCLpLq . Можно показать, что из ( a ) следует ( c ), а из ( b ) - ( d ). Поэтому следовало расширить "основную модальную логику", присоединяя к ее аксиомам формулы ( a )-( d ). Формулы ( a ) и ( c ) можно считать частными случаями закона экстенсиональности CEpqCfpfq (" f " означает переменный функтор). Присоединяя ( a ) к ( A 1)-( A 3) можно доказать ( A 4); аналогично присоединяя ( c ) к ( A 5)-( A 7) можно доказать ( A 8). Однако обе конструкции Лукасевич считает недостаточно общими. Окончательная формулировка модальной системы основывается на упоминавшемся выше результате ученика Лукасевича - Мередита, утверждавшего, что L 2 и закон экстенсиональности следуют из формулы CfpCfNpfq . Окончательно аксиоматика модальной логики у Лукасевича принимает следующий вид: ? ? CfpCfNpfq , ? ? CpMq , ? ? CMpp , ? ? Mp . L -система содержит исчисление высказываний L 2 , но не является двузначной. Лукасевич показал, что адекватной матрицей для L -системы является следующая четырехзначная матрица (1 является выделенным значением):

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| СС | 11 | 22 | 33 | 44 | Т N | MM |
| 11 | 11 | 32 | 33 | 44 | 44 | 11 |
| 22 | 11 | 11 | 33 | 33 | 33 | 22 |
| 33 | 11 | 12 | 11 | 22 | 22 | 33 |
| 44 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 33 |

Из того факта, что существуют две опосредующие истину и ложь оценки (2 и 3) не следует делать вывод, что в системе модальной логики Лукасевича существуют два понятия возможности. Тем не менее в L -системе имеют место т.н. возможности-близнецы M и M 1 . Они неразличимы, когда выступают отдельно, но разнятся, когда входят в одну формулу, например, формулы MMp и M 1 M 1 p эквивалентны, а формулы M 1 Mp и MM 1 p неэквивалентны. Этот факт в системе модальной логики Лукасевича не имеет интуитивной интерпретации. Четырехзначная матрица вообще изменила взгляд Лукасевича на значение многозначных логик: если раньше он считал, что выбор следует делать между трехзначной логикой или бесконечнозначной, то теперь он признал четырехзначную систему адекватной для выражения понятия возможности.

Некоторые неясные вопросы Лукасевич пытается выяснить путем сравнения с другими модальными системами, в частности, с системой фон Вригта, а не более известными системами Льюиса, поскольку они основываются на т.н. "строгой импликации", которая более сильна, нежели "материальная импликация", используемая Лукасевич ем. Он подвергает сомнению т.н. правило необходимости: если x является формулой системы, то L x - также формула. Лукасевич считает, что предложение является непосредственно ложным или истинным и не видит причины, по которой тавтология должна быть "более истинной", чем "обычное" истинное предложение, а контрадикторное предложение "более ложно", чем "обычная" ложь. В этой позиции чувствуется влияние Твардовского, подкрепленное взглядами Лесьневского. Лукасевич спрашивает: "Почему мы должны вводить необходимость и невозможность в логику, если не существуют истинные аподиктические предложения? На этот упрек я отвечаю, что прежде всего мы интересуемся проблематическими предложениями вида Mx и MNx , которые могут быть истинны и используемы, хотя их аргументы и отбрасываются, а вводя проблематические предложения мы не можем обойти их отрицания, т.е. аподиктических предложений ибо предложения, обоих видов неразрывно между собой связаны".( S .295) Важной для понимания Лукасевичем понятия возможности является формула CKMpMqMKpq , не имеющая места в системе Льюиса. Лукасевич рассматривает следующий пример:

Пусть n будет целым положительным числом. Я утверждаю, что следующая импликация истинна для всех значений n : Если возможно, что n четно, и возможно, что n нечетно, то возможно, что n четно и n нечетно". Если n =4, то истинно, что n может быть четно, но не может быть истинной, что n может не быть четным; если n есть 5, то истинно, что n может быть нечетным, но не является истинной то, что n может быть четным. Обе посылки никогда не являются одновременно истинными и пример не может быть опровергнут.

Эти рассуждения показывают, что Лукасевич понимал возможность экстенсионально, тогда как в системах Льюиса функторы L и M интенсиональны.

Так решение Аристотелевой проблемы в контексте борьбы с фатализмом привело Я. Лукасевича к созданию нового, оригинального направления в логике, которое впоследствии получило бурное развитие[88] .

[67] Например, С. Нормор.

[68] Я. Лукасевич О детерминизме. — Философия и логика Львовско-Варшавской школы. – М.: «Российская политическая энциклопедия» (РОССПЭН), 1999.

[69] Там же.

[70] Там же.

[71] А.С. Карпенко Фатализм и случайность будущего: логический анализ. – М.: Наука, 1990.

[72] Я. Лукасевич О детерминизме. // Философия и логика Львовско-Варшавской школы. – М.: «Российская политическая энциклопедия» (РОССПЭН), 1999.

[73] Lukasiewicz J. O tworczosci w nauce. / Ksiega pamiatkowa ku uczczeniu 250 rocznicy zalozenia Uniwersytetu Lwowskiego.- Lwow, 1912. Ss.1-15; O nauce i filozofii — PF. r.18 (1915).-s.190-196; (SF,5(270), 1988, Ss.131-135.).

[74] Lukasiewicz J. O prawdopodobienstwie wnioskow indukcyjnych — PF.- r.12/z.2. [1909] Ss .209-210.

[75] Хотя Лукасевич и не уточняет смысл понятия правдоподобия, которое должно было бы приписываться индуктивным выводам, тем не менее его аргумент весьма близок к мнению К.Поппера [1934], считавшего, что логическое правдоподобие (в смысле Карнапа) универсальных (общих) предложений равно нулю и никакие индуктивные исследования не могут изменить этого положения.

[76] Lukasiewicz J. Die logischen Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Krakow, 1913.

[77] Lukasiewicz J. O zasadzie sprecznosci u Arystotelesa. Krakow, 1910.

[78] Lukasiewicz J. O zasadzie wylaczonego srodka — PF.-r.13/z.3, [1910] Ss.372-373; (SF. nr.5(270), 1988. Ss .126-127).

[79] Ibid , s .126 .

[80] Ibid .

[81] Lukasiewicz J . O zasadzie sprecznosci u Arystotelesa . Krak o w , 1910. S s .5 1-5 2.

[82] Следует отметить, что доминирующее влияние этичеcко-моральной оценки над логической Лукасевич не формулировал явно, но оно для него было очевидным, как было оно очевидным для Твардовского и всей Львовско-варшавской школы. В этом мотиве выразительно звучит нота нераздельности моральных и гносеологических ценностей, присущая известной сократовской аксиологии.

[83] В этой связи исследователь Львовско-Варшавской школы Я.Воленский ( Wole n ski J . Teorie i analizy logiczne w szkole lwowsko - warszawskiej / ( Hempolinski [1987], S .69-130) свидетельствует, что нашел только два упоминания об этой работе после 1910 г.

[84] Конечно, и в многозначной логике возникает вопрос об отношении принципа двузначности к принципу противоречия, а равно и к принципу исключенного среднего. Так оказывается, что принцип двузначности может быть подвергнут сомнению по разному, в результате чего появляются различные логические системы. Например, в трехзначном исчислении высказываний Лукасевича не имеют места законы противоречия и исключенного среднего, а интуиционистское исчисление обладает законом противоречия, но в нем не имеет места закон исключенного среднего. Дело в том, что интуиционисты свой протест выражали изначально, т.е. в металогике, а когда пришло время для интуиционистской семантики (Гедель, Гейтинг), то оказалось, что интуиционистская система многозначна. Конечно, можно нехрисиппову логику получить посредством исключения некоторых законов классической логики, но при этом следует указывать, что подобные действия приводят и к нехрисипповой семантике. Лукасевич же в "Принципе противоречия" над вопросами семантики не задумывался и, пока он так поступал, попытки реформирования классической логики оставались безуспешными. И лишь последующие метафизические рассуждения работы "О детерминизме" можно считать семантическими соображениями implicite r .

[85] Это замечание примечательно тем, что показывает как процесс, в данном случае существования, находит свое выражение в результате посредством модальности. Таким образом трактовка модальности как функтора сугубо экстралингвистическая, в отличие от логического функтора, обладающего четко выраженной интралингвистической, или, как принято говорить, синсематической интерпретацией. Поэтому семиотическое воплощение модальности в виде оператора, как кажется, более адекватно ее смыслу, чем интерпретация в виде функтора, принятая Лукасевичем и распространенная в школе.

[86] Lukasiewicz J. Uwagi o aksjomacie Nicoda i o "dedukcji uogolniajacej" / Ks.PTF. Ss.366-382. 1932.

[87] Lukasiewicz J.] A system of modal logic — "Journal of Computing Systems".- I , no .3, 1953. Pp .111-149.

[88] См., в частности: А.С.Карпенко. Многозначные логики — Логика и компьютер. Вып.4. М: Наука, 1997; А.С.Карпенко. Логика Лукасевича и простые числа. М., ИФРАН, 2001; С.А.Павлов. Трехзначная логика Лукасевича и логика ложности FL4. Logical Jorney Online Studies. 1998, 1 (http://www.logic.ru/Russian/LogStud/01/No1-13.html)