##### Модальная логика. Вероятностная логика

1. **Сущность модальной логики**

Традиционная или классическая логика, которую мы до сих пор рассматривали, является самой простой и наиболее употребительной логической системой. Она исходит из того, что атомарные (простые) суждения и понятия, из которых строятся рассуждения и которые уже не анализируются, либо истины, либо ложны, но ни то ни другое вместе. Однако многие понятия и суждения повседневных и научных рассуждений не так хорошо укладываются в категории истинных и ложных. Истинностное значение суждения «Вероятно, завтра будет дождь» весьма и весьма не определено. Некоторые логики, начиная с Аристотеля, стали учитывать различие между истинами, являющимися таковыми, так сказать, в силу необходимости, и истинами случайными. Так возникли модальная логика и вероятностная логика.

В отличие от классической логики, приписывающей суждениями и понятием два истинностных значения: истина и ложь, модальная логика оперирует такими истинностными значениями, как «возможно», «необходимо», «невозможно», и т.д. Первую попытку построить модальную логику предпринял Аристотель в своем сочинении «Первая и вторая аналитики» (ей посвящены главы третья и восьмая – двадцать вторая «первой аналитики»). Однако, как подметил Я. Лукосевич (1878–1956), аристотелевское изложение модальной логики не было свободно от недостатков. Ученик Аристотеля Теофраст (370–288 до н. э.) уточнил учение Аристотеля о модальности суждений. Средневековые схоласты развили аристотелевскую модальную силлогистику. Современные исследования в области модальной логики характеризуются стремление построить аксиоматические системы модальной логики. Наиболее известные из них это системы Льюиса, Аккермана и Лукасевича.

Модальная и вероятностная логики – довольно специфические ветви логики. Знакомство с их основами необходимо для понимания методологии научного исследования.

1. **Модальность суждений**

Под модальностью суждений понимается различия между суждением в зависимости от того, выражают ли они необходимую или вероятностную (случайную) связь между субъектом и предикатом. По модальности суждения делят на три группы: суждения возможности (проблематические), суждения действительности(ассерторические) и суждения необходимости(аподиктические). В суждении возможности отображается возможность наличия или отсутствия признаков у предмета, о котором говорится в данном суждении. Его формула «**S** возможно есть (не есть) **Р**». Таким будет, например, суждение «Возможно в Киеве в апреле этого года будет снег». В суждении действительности констатируется наличие или отсутствие у предмета того или иного признака. Его формулы «**S** есть (не есть) **Р**». Суждение «Киев стоит на Днепре» – это суждение действительности. В суждении необходимости отображается такой признак, который имеется (отсутствует) у предмета при всех условиях. Его формула «**S** необходимо есть (не есть) **Р**». примером суждения необходимости может быть следующее суждение: «Тело, лишенное опоры, падает на Землю».

Суждения возможности, действительности и необходимости делятся по качеству на утвердительные и отрицательные, а также по количеству на частные и общие.

Содержательная типология модальностей строится в зависимости от того, какими факторами обуславливается модальность (термин «модальность» означает обусловленный чем-либо).

В модальной логики различают логические и физические модальности. Логические модальности – это законы логики и математики. В число физических или каузальных (причинных) модальностей входят все законы экспериментальных наук. Так, суждение «Не верно, что **Р** и не‑**Р**», «**2+2=4**» и т.п. выражают логические модальности, а суждения «**PV=RT**», «**U=IR**» и т.п. – физические.

Различают также абсолютные и относительные модальности. К абсолютным модальностям относят законы логики, математики, других наук необходимые сами по себе, независимые от чего бы то ни было. Это скажем, суждения «**А=А**», «**2+3=5**», «**S=Vt**» и т.д. Относительные модальности являются таковыми, необходимо или не необходимо зависимы от чего-либо.

Такими модальностями будут, например, суждения: «Прямоугольник является квадратом, если его стороны равны», «Вода кипит при 1000 С при атмосферном давлении 760 мм ртутного столба» и т.п.

Логические и физические модальности, независимо от того абсолютны они или относительны, объединяются в алетевтические модальности.

Модальности, характеризующие допустимые (или недопустимые) поступки людей, называются деонтологическими. Они выражаются в суждениях, в которых употребляются такие слова (модальные операторы), как «обязательно», «разрешено», «запрещено», «имеют право» и др. Примерами таких модальностей будут суждения: «На Украине пропаганда войны запрещена», «Граждане Украины имеют право исповедовать любую религию или никакую, быть атеистами» и т.п. Деонтологические модальности являются предметом изучения таких наук как этика, юриспруденция.

Модальности, характеризующие доказательность каких-либо суждений, называются эпистемологическими. В суждениях эпистемологической модальности употребляются такие слова (модальные операторы), как «доказуемо», «опровержимо». Примерами таких модальностей могут быть суждения: «Доказуемо, что на Марсе есть жизнь», «Опровержимо, что свет имеет волновую природу» и т.д.

Эпистемологические модальности по своим свойствам близки к алетевтическим модальностям, при чем оператору «доказуемо», соответствует оператор «необходимо», оператору «опровержимо» – оператор «невозможно».

Наконец, иногда различают модальность de dicto («о речи») относящиеся к суждению в целом и de re («о вещи»), которые относятся к предикату. Так, суждение «Возможно, что на Марсе есть жизнь» будет суждением de dicto, а суждение «На Марсе возможна жизнь» – de re. Однако в большинстве современных системах модальной логики модальности интерпретируются как «абсолютные» логические модальности de dicto.

1. **Модальная силогистика**

Модальная силлогистика Аристотеля является крайне сложной логической системой как по своему содержанию, так и по числу модусов (их по меньшей мере 137) Аристотель последовательно рассматривает силлогизмы, в которых одна из посылок является проблематической (символически обозначается **Рr**) или аподиктической (**АР**), или ассерторической (**Аs**). Возможное в сочетании этих посылок: 1) **Ар Ар**; 2) **Ар Аs**; 3) **Аs Ар**; 4) **Рr Рr;** 5) **Рr Аs**; 6**) Аs Рr**; 7) **Рr Ар**; 8) **Ар Рr**. Это следует читать так: «1) большая посылка аподиктическая, меньшая – аподиктическая; 2) большая посылка аподиктическая, меньшая – ассерторическая и т.д.». В каждом из этих случаев он строит модусы, подбирая в качестве посылок общеутвердительные, общеотрицательные, частноутвердительные и частноотрицательные суждения. Руководствуясь аналогией с расположением терминов в посылках І, ІІ, ІІІ фигур категорического силлогизма, он решает задачу, какой вывод вытекает из данного сочетания посылок.

Так, подбирая посылки по аналогии с расположением посылок в 1 модусе 1 фигуры **АМР∧ASM→АSP** мы получаем задачу: если всякому **у** необходимо присуще **х** и всякому **z** необходимо присуще **у**, то? в этом случае мы не вправе заменить вопросительный знак общеутвердительным аподиктическим суждением. Мы должны довольствоваться ассерторическим суждением: всякому **z** присуще **х**. Еще например, подбирая в четвертой группе (**Рr Рr**) посылки согласно модусу **АМР∧YSM→YSP** ІІІ фигуры получаем: если всякому **у** может быть присуще **х** и некоторым у может присуще **z**, то? Ответом будет вывод некоторым **z** может быть присуще **х**.

В ряде случаев трудно бывает сразу интуитивно решить, какой должен быть вывод при данном подборе посылок, являющимися модальными высказываниями и требуется тщательное изучение этих случаев.

В формализованных аксиоматических системах модальной логики эти вопросы решаются с помощью простой процедуры следования (правда, для введения этой процедуры требуется очень сложный символический язык, который вряд ли смогут понять нематематики).

Имеют место следующие содержательные правила для умозаключений модальности. В каждом истинном модус можно заключать:

1. от необходимости к действительности;
2. от невозможного к недействительному;
3. от необходимого и действительного к возможному;
4. от невозможного и недействительного к не необходимому.

Нельзя заключать:

1. от возможного к действительному;
2. от действительного к необходимому;
3. от не необходимости к недействительности;
4. от недействительности к невозможности.
5. **Вероятностная логика**

В вероятностной логике исследуются рассуждения с суждениями вероятности. В этих суждениях что-то утверждается или отрицается с известной степенью правдоподобия. При определении вероятностей применяются правила математического исчисления вероятностей. Это делается тремя основными путями.

Индуктивное или классическое определение вероятностей было развито Л. Ферма, Я. Бернули (1654–1705), П. Лапласом (1749–1827) и др. Оно основано на анализе равновероятных исходов мыслимого эксперимента. Если все исходы этого мыслимого эксперимента составляют **n**, а, **m** – число тех наступления события **А** в этом эксперименте, вероятность которого хотят найти, то

**Р (А)=**

Например, исходя из симметрии игральной кости до ее подбрасывания легко подсчитать, что вероятность выпадения более четырех очков (событие **А**) равна 1/3. В самом деле, вероятность выпадения пяти очков равна, вероятность выпадения шести очков-то же . Следовательно,

**Р (А)=**

В ХХ в. сначала Р. Мизес, а затем Г. Рейхенбах обратили внимание на то, что часто интересуемые нас события опосредованы такой массой обстоятельств, что учесть их и априорно предсказать, с какой вероятностью из них будут вытекать эти события, не представляется возможным. Поэтому на практике приходится ограничиваться приближенной оценкой вероятности, получаемой из обобщения ряда наблюдений или физических экспериментов. Вероятность события **А**, т.е. **Р (А),** по Мизесу и Рейхенбаху представляет собой отношения числа **m** появления события **А** в **n** наблюдениях или экспериментов, т.е.

**Р (А)=**

Формулы вычисления вероятности события А при первом и при втором подходах совпадают. Но смысл их совершенно различен. При первом подходе вероятность вычисляетсяаpriori (до опыта), при втором apasteriori (после опыта), т.е. статистически. При первом подходе вероятностная логика может рассматриваться как расширение логики модальной, при втором – логики индуктивной.

В аксиоматической теории вероятностей вопрос о том, как определяются вероятности основных событий, не играет роли. В основу этой теории, развитой С.Н. Бернштейном, А.Н. Колмогоровым, А.Я. Хичиным лежит некоторая система аксиом, указывающая основные правила составления вероятностей сложных событий. Произведением событий **А** и **В** называется событие «**А** и **В**», суммой – событие «**А** или **В**» и т.д. вероятностью события называется число **Р** обладающее следующими свойствами: **0≤р(A)≤1**; **р (1)=1**; **р(0)=0**; если **А⊂В**, то **Р(А) ≤ Р (В)**; если **А∩В=0**, то **р** (**А** или **В**)**= Р(А) + Р (В)** и т.д.

Аксиоматическое построение теории вероятности превращает ее в раздел чистой математики.

**Литература**

1. Логика. К. – Хатнюк В.С. 2005 г.
2. Логика – искусство мышления. Тимирязев А.К. – К. 2000 г.
3. Философия и жизнь – журнал – К. 2004 г.
4. История логики и мышления – Касинов В.И. 1999.
5. Логика и человек – М. 2000.
6. Философия жизни. Матюшенко В.М. – Москва – 2003 г.
7. Философия бытия. Марикова А.В. – К. 2000 г.