# Моделирование процесса забивки сваи на копровой установке

**Цель работы:** определить силу сопротивления “грунта” с использованием модельной установки.

**Оборудование:** лабораторная установка, масштабная линейка.

1. **Теоретическая часть**

**1.1. Понятие импульса. Закон сохранения импульса.**

Для вывода закона сохранения импульса рассмотрим некоторые понятия. Совокупность материальных точек (тел), рассматриваемых как единое целое, называются механической системой. Силы взаимодействия между материальными точками механической системы называются внутренними. Силы, с которыми на материальные точки системы действуют внешние силы, называются внешними. Механическая система тел, на которую не действуют внешние силы или сумма всех внешних сил, действующих на тела системы, равна нулю, называется **замкнутой** (или **изолированной**). Если мы имеем механическую систему, состоящую из многих тел, то, согласно 3-му закону Ньютона, силы, действующие между этими телами, будут равны и противоположно направлены, т.е. геометрическая сумма внутренних сил равна нулю.

Рассмотрим механическую систему, состоящую из *n* тел, масса и скорость которых соответственно равны *m1, m2,..., mn* и *v1, v2,...,vn*. Пусть ‾*F1,‾ F2,...,‾ Fn* –равнодействующие внутренних сил, действующих на каждое из этих тел, а ‾*F1, ‾F2,..., ‾Fn* –равнодействующие внешних сил. Запишем второй закон Ньютона для каждого из *n* тел механической системы:

  **(1)**

Складывая почленно эти уравнения, получаем

 **(2)**

Но так как геометрическая сумма внутренних сил механической системы по третьему закону Ньютона равна нулю, то

 **(3)**

или

 **(4)**

где  -импульс системы тел. **Таким образом, производная по времени от импульса механической системы равна геометрической сумме внешних сил, действующих на систему.**

В случае отсутствия внешних сил (рассматриваем замкнутую систему)

 , т.е.  **(5)**

Последнее выражение и является законом сохранения импульса замкнутой системы тел: **импульс замкнутой системы тел является величиной постоянной, т.е. не изменяется с течением времени.**

Закон сохранения импульса справедлив не только в классической физике, хотя он и получен как следствие з-нов Ньютона. Эксперименты доказывают, что он выполняется и для замкнутых систем микрочастиц (они подчиняются з-нам квантовой механики ). Этот з-н носит универсальный характер, т.е. з-н сохранения импульса является фундаментальным з-ном природы.

З-н сохранения импульса является следствием определенного свойства симметрии пространства – его однородности. Однородность пространства заключается в том, что при параллельном переносе в пространстве замкнутой системы тел как целого его физические свойства и з-ны движения не изменяются, иными словами, не зависят от выбора положения начала координат инерциальной системы отсчета.

**1.2. Работа и энергия**

**Энергия** –универсальная количественная мера движения и взаимодействия всех видов материи. С различными формами движения материи связывают различные формы движения : механическую, тепловую, электромагнитную, ядерную и др. В одних явлениях форма движения материи не изменяется, в других – переходит в другую форму (например, в результате трения механическая форма превращается в тепловую). Однако существенно, что во всех случаях энергия, отданная, в той или иной форме, другому телу, равна энергии, полученной вторым телом. Изменение механического движения тела вызывается силами, действующими на него со стороны других тел. Чтобы количественно охарактеризовать процесс обмена энергией между взаимодействующими телами, в механике рассматривают работу силы, приложенной к данному телу.

‾F

1 2



*∆* ‾*r*

Рис.1

Если тело движется прямолинейно (рис.1) и на него действует сила ‾*F*, составляющая некоторый угол  с направлением перемещения *∆* ‾*r* , то механическая работа этой силы

равна произведению величины этой силы *F* на величину перемещения *∆* ‾*r* и на косинус угла  между этими векторами (скалярному произведению вектора силы *F* на вектор перемещения *∆* ‾*r* ):

*A=F* *∆rcos*‾*F∆* ‾*r* ) **(6)**

В общем случае вектор силы может изменяться как по модулю, так и по направлению, а траектория движущегося тела – криволинейной. Чтобы найти механическую работу силы, путь, пройденный телом, разбивают на большое число достаточно малых элементов, чтобы каждый элемент можно было считать прямолинейным, а действующую силу в любой точке элемента –постоянной. Тогда элементарная работа

*dAi=(‾Fid‾ri)= Fidricos**i*  **(7)**

а работа силы на всем пути MN будет равна алгебраической сумме элементарных работ

*A=∑dAi= ∑Fidricosi=∑(Fid‾ri)* **(8а)**

*i i i*

или

 **(8б)**

Из формулы (7) следует, что при *П/2*, работа силы положительна. Если >*П/2* работа силы отрицательна, в этом случае работа совершается против данной силы. При =*П/2* (сила направлена перпендикулярно перемещению ) работа силы равна нулю.

‾*Fi*

*i ‾vi*

*Fri*

*d‾ri*

*M* Рис.2 *N*

Единица работы –джоуль (Дж): 1Дж –работа, совершаемая силой в 1 Н на пути в 1 м при

=0 (1 Дж = 1 Н м).

**1.3. Кинетическая и потенциальная энергии**

**1.3.1. Кинетическая энергия**

Кинетическая энергия тела является мерой его механического движения и определяется работой, которую необходимо совершить, чтобы вызвать данное движение.

Если сила ‾*F* действует на покоящееся тело и вызывает движение со скоростью ‾*v*, то она совершает работу, а энергия движущегося тела возрастает на величину затраченной работы. Таким образом, работа силы ‾*F* на пути, который тело прошло за время возрастания скорости от 0 до *v*, идет на увеличение кинетической энергии тела, т.е.

*dA=dT* **(9)**

Используя скалярную запись второго закона Ньютона  и, умножая обе части равенства на перемещение *ds*, получим

 **(10)**

Так как  , то

*dA=mvdv=dT*  **(11)**

и

 **(12)**

Таким образом, для тела массой *m,* движущегося со скоростью *v*, кинетическая энергия системы есть функция состояния движения.

**1.3.2. Потенциальная энергия**

**Потенциальная энергия** –часть общей механической энергии системы, определяемая взаимным расположением тел и характером сил взаимодействия между ними.

Пусть взаимодействие тел осуществляется посредством силовых полей ( например, поле упругих сил, поле гравитационных сил), характеризующихся тем, что работа, совершаемая действующими силами при перемещении тела из одного положения в другое, не зависит то того, по какой траектории оно произошло, а зависит только от начального и конечного положений. Такие поля называются потенциальными, а силы, действующие на них – консервативными. Если же работа, совершаемая силой, зависит от траектории перемещения тела из одной точки в другую, то такие силы называются диссипативными (например, сила трения).

Тело, находясь в потенциальном поле сил, обладает потенциальной энергией П. Работа консервативных сил при бесконечно малом изменении конфигурации системы равна убыли потенциальной энергии, так как работа совершается за счет потенциальной энергии:

dA=-dП **(13а)**

или

(‾Fd‾r)=-dП **(13б)**

Следовательно, если известна функция *П*(r), то из формулы (8б) можно найти силу *F*.

Потенциальная энергия может быть определена из формулы (8б) как

 **(14)**

где *const* –постоянная интегрирования, т.е. потенциальная энергия определяется с точностью до некоторой произвольной постоянной величины. Это, однако, не отражается на физических законах, так как в них входит или разность потенциальных энергий в двух положениях тела, или производная *П*(‾r) по координатам.

Для консервативных сил

 **(15а)**

или в векторном виде

 **(15б)**

где

 **(16)**

(‾*i,‾j‾,k –*единичные векторы координатных осей). Вектор, определяемый выражением (16), называется **градиентом скаляра** *П*.

Потенциальная энергия тела массой *m*, поднятого на высоту *h* над поверхностью Земли, равна

*П=mgh* **(17)**

где высота *h* отсчитывается от нулевого уровня, для которого *П*0=0, *g* –ускорение свободного падения.

**1.4. Закон сохранения механической энергии**

Полная механическая энергия системы –энергия механического движения и взаимодействия:

*E=T+П* **(18)**

т.е. равна сумме кинетической и потенциальной энергией.

З-н сохранения энергии – результат обобщения многих экспериментальных данных.Идея этого з-на принадлежит М.В. Ломоносову, изложившему з-н сохранения материи и движения, а количесивенная формулировка з-на сохранения энергии дана намецким врачом Ю.Майером и немецким естествоиспытателем Г.Гельмгольцем.

Для системы материальных точек, на которые кроме внутренних сил взаимодействия действуют внешние силы, можно показать, что работа внешних неконсервативных сил, действующих на систему, равна изменению полной механической энергии системы, т.е.

d(T+П)=dA **(19)**

При переходе системы из одного состояния 1 в какое-либо состояние 2

 **(20)**

т.е. изменение полной механической системы при переходе из одного состояния в другое равно работе, совершенной при этом внешними неконсервативными силами. Если внешние неконсервативные силы отсутствуют, то из (13) следует, что

d(T+П)=0 **(21)**

откуда

T+П=E=const **(22)**

т.е. полная механическая энергия системы тел сохраняется постоянной. Выражение (22) представляет собой **закон сохранения полной механической энергии: в системе тел, между которыми действуют только консервативные силы, полная механическая энергия сохраняется, т.е. не изменяется со временем.**

Механические системы На тела которых действуют только консервативные силы (внутренние и внешние), называют консервативными системами. З-н сохранения механической энергии можно сформулировать так : в консервативных системах полная механическая энергия сохраняется.

З-н сохранения механической энергии связан с однородностью времени. Однородность времени проявляется в том, что физические з-ны инвариантны относительно выбора начала отсчета времени. Например при свободном падении тела в поле сил тяжести его скорость и пройденный путь зависят лишь от начальной скорости и продолжительности свободного падения тела и не зависят от того, когда тело начало падать.

Существует еще один вид систем – диссипативные системы, в которых механическая энергия постепенно уменьшается за счет преобразования в другие (немеханические) формы энергии. Этот процесс получил название диссипации (или рассеяния) энергии. Строго говоря все системы в природе являются диссипативными.

В консервативных сиcтемах полная механическая энергия остается постоянной. Могут

Происходить лишь превращения кинетической энергии в потенциальную энергию и обратно в эквивалентных количествах так, что полная энергия остается неизменной. Этот з-н есть просто з-н количественного сохранения энергии, а з-н сохранения и превращения энергии, выражающий и качественную сторону взаимного превращения различных форм движения друг в друга. З-н сохранения и превращения энергии – фундаментальный з-н природы, он справедлив как для систем макроскопических тел, так и для систем микротел.

В системе, в которой действуют также неконсервативные силы , например силы трения, полная механическая энергия системы не сохраняется. Следовательно, в этих случаях з-н сохранения механической энергии несправедлив. Однако при “исчезновении” механической энергии всегда возникает эквивалентное количество энергии другого вида. Таким образом, энергия никогда не исчезает и не появляется вновь, она лишь превращается из одного вида в другой. В этом и заключается физическая сущность з-на сохранения и превращения энергии – сущность неуничтожимости материи и ее движения.

1. **Экспериментальная часть**

Внешний вид установки приведен на рис.2. На горизонтальной подставке 2 установлена вертикальная стойка 9. Четыре ножки-винта 1 позволяют выставить подставку в горизонтальном положении. На подставке жестко закреплен полый цилиндр 3. В цилиндр помещен второй цилиндр 4 из текстолита, разрезанный на две половины. На оси 7 располагается тонкий стержень с упором 5. На стержне находится груз 6, который может свободно перемещаться. Упор давит на правую половину цилиндра, поджимая ее к левой половине, между которыми находится металлический стержень 8 с головкой. Величину сжатия стержня можно регулировать, передвигая груз 6. В верхней части стойки 9 находится кронштейн 15. Между цилиндром 3 и кронштейном 15 расположены два вертикал. стержня 10, между которыми может свободно перемещаться груз12, средняя часть которого изготовлена из стали, а внешняя -из текстолита. В нижней части груза закреплен указатель 11. На стержнях под кронштейном находится электромагнит 13, который фиксируется с помощью винта 14. Электропитание на электромагнит подается через выключатель, расположенный на подставке. На стержнях 5 и 10 нанесены деления с шагом 1 см.

15

14

13

12

11

10

9

8

6

**H**

**x**

**h** 7

5

4

3

2

1

Рис.3

Разрезанный цилиндр 4 имитирует грунт, стержень 8 – сваю, а груз 12- “бабу” копра. Величину сопротивления грунта меняют, перемещая груз 6 по стержню. В работе измеряют сопротивление, которое оказывает грунт при забивке сваи.

В основе измерений лежат з-ны сохранения импульса и механической энергии системы тел. При падении груза, с некоторой высоты его потенциальная энергия превращается в кинетическую, часть которой при ударе груза о сваю расходуется на совершение работы для забивки стержня-“сваи” в “грунт”, а другая часть превращается в тепло (при этом повышается температура системы) . Стержень и груз изготовлены из материалов, обеспечивающих практически неупругий удар.

Обоснуем возможность применения з-нов сохранения для решения данной задачи.Строго говоря, система : груз-стержень-цилиндр, не является замкнутой. На нее действует из вне сила тяжести (*M+m)g (M-масса стержня с цилиндром, m-масса груза)* и исла реакции платформы N, на которой стоит цилиндр (см. Рис.4). Во время удара гуза вторая сила в той или иной степени будет превышать первую и к рассматриваемой системе будет приложена из вне равнодейсвующая R=N-(M+m)g . Однако силы ударного взаимодействия тел весьма велики. Очевидно, условие предполагает, что по сравнению с этими силами величиной R можно пренебречь, и, таким образом, считать систему замкнутой.

На соновании з-на сохранения энергии можно утверждать, что энергия, затраченная на забивку, равна разности значений кинетической энергии системы до и после удара. Т.к. во время удара изменяется только кинетическая энергия (незначительным перемещением тел по вертикали во время удара мы пренебрегаем), то вырвжение для энергии, затраченной при ударе на “забивку” стержня,

 **(23)**

где *v* –скорость груза в момент удара о стержень, а *v’* –общая скорость всех тел системы после неупругого удара. Ее найдем на основании закона сохранения импульса:

 **(24)**

‾N

*(M+m)‾g*

Рис.4

Подставив в формулу (23) значение *v’*, найденное из уравнения (24), получим

 **(25)**

Скорость груза в момент удара может быть найдена из з-на сохранения энергии. Если считать, что трение между грузом и направляющими стержнями осутствует, то потенциальная энергия груза, поднятого на высоту *H* над “сваей”, при движении груза вниз перейдет полностью в кинетическую энергию:

 **(26)**

где *H* –высота падения груза и

 **(27)**

так как начальная скорость груза равна нулю.

**2.2. Порядок выполнения работы**

1. Установить подставку в горизонтальном положении.
2. Подключить источник электропитания 6В постоянного тока к установке.
3. Установить груз 6 на расстоянии *х*=5 см от правой кромки стержня 5. Результат записать в таблицу.
4. Включить электромагнит тумблером, расположенным на подставке.
5. Поднять груз 12 вверх и зафиксировать его электромагнитом 13 (см.рис.3).
6. Слегка поднять стержень 5, освободив стержень –“сваю” 8. Вытянуть стержень вверх на =50 мм и опустить стержень 5. “Свая” будет зафиксирован в цилиндре –“грунте”.
7. Измерить *h* –расстояние от верхней плоскости цилиндра 4 до нижней кромки головки стержня “сваи” 8 и *H1* –расстояние от верхней кромки головки стержня 8 до указателя на грузе 12. Результаты измерений записать в таблицу.
8. Выключить питание электромагнита. Груз 12,двигаясь вдоль направляющих–стержней 10 упадет на стержень –“сваю” 8. “Свая” войдет в “грунт” на некоторую глубину.
9. Рассчитать скорость груза в момент удара *v1*, используя формулу (26), и величину энергии *Eпол.1*, затраченной на вбивание “сваи”, по формуле (25), принимая *m*=0,336 кг и *М*=1.989кг.
10. Включить электромагнит тумблером, расположенном на подставке, поднять груз 12 вверх и зафиксировать вновь его электромагнитом. Измерить *H2* –расстояние от верхней кромки головки стержня 8 до указателя на грузе 12. Результат измерений записать в таблицу. Выключить питание электромагнита. Груз 12, двигаясь вдоль направляющих стержней 10, упадет на стержень –“сваю” 8. “Свая” войдет в “грунт” на некоторую глубину.
11. Рассчитать скорость груза в момент удара *v*2 и величину энергии *Eпол.2,* затраченной на вбивание “сваи”.
12. Повторить пункты 10-11 до тех пор, пока стержень –“свая” не войдет в цилиндр –“грунт” полностью.
13. Рассчитать полную энергию, затраченную на совершение механической работы для забивки “сваи” в “грунт”, используя формулу: , где *n* –общее число ударов.
14. Рассчитать силу сопротивления грунта при движении “сваи” по формуле:  Результаты расчетов занести в таблицу.
15. Увеличить расстояние *x* на 5 см и повторить пункты 4-14. Результаты измерений и расчетов заносят в новую таблицу.
16. Действия в соответствии с пунктом 4-15 выполнить 4-5 раз.
17. Построить зависимость *Fсопр.* от *x*

*X= см , H= см*

Номер *Hi,*мм *vi,*м/с *Eпол.i*,Дж *Eпол.*= *Eпол.i, Дж*  *Fсопр,*Н

удара

**1**

**2**

**3**

**4**

**5**

**6**